АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА НАДЕЖНОСТНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Олег Абрамов
(Владивосток, Россия)

study

Аннотация.

Рассмотрена задача проектирования аналоговых технических устройств и систем с учетом случайных процессов изменения их параметров и требований надежности. Для ее решения привлекается функционально-параметрический подход, в основе которого компьютерное моделирование процессов функционирования исследуемых систем и изменения их параметров, а также методы оптимального параметрического синтеза по критериям надежности. Разработана система автоматизированного проектирования, предназначенная для решения задач оптимального параметрического синтеза аналоговых радиоэлектронных схем по критерию надежности.

1. Введение

Проектирование сводится к решению группы задач, относящихся к задачам анализа или синтеза. Любой технический объект можно представить себе в виде «двойки»: $W=\langle X,S\rangle$, где $X=(x_1,\ldots,x_n)$ – параметры, а S – структура объекта. Критерий качества функционирования объекта можно задать в виде функционала

$\Phi = \Phi\,(W, Q)$,
где Q – условия эксплуатации объекта.

Задача синтеза сводится к решению оптимизационной задачи

$$\Phi\,(W, Q) \to \underset{W \in \Omega}{extr} \Rightarrow W_Q^O,$$

где Ω – допустимое множество, в рамках которого может варьироваться объект, W_Q^O – оптимальный в условиях Q объект. Задача синтеза допускает естественную декомпозицию на параметрическую и структурную:

$$\Phi(X, S, Q) \to \underset{X \in \Omega_X}{extr} \quad \underset{S \in \Omega_S}{extr} \Rightarrow X_Q^O, S_Q^O,$$

где Ω_X – множество допустимых параметров; Ω_S – множество допустимых структур.

Таким образом, синтез технических объектов включает две основные части: формирование структуры объекта (структурный синтез) и выбор значений внутренних параметров (параметрический синтез).

Известно, что параметры технических систем подвержены производственным и эксплуатационным изменениям, однако традиционные методы выбора номинальных значений параметров (параметрического синтеза), как правило, не учитывают возможных отклонений параметров от расчетных значений. В результате этого проектируемые системы не являются оптимальными с точки зрения их параметрической надежности.

В статье рассмотрены методы и алгоритмы поиска численного решения задачи параметрической оптимизации со стохастическим (надежностным) критерием, которые представляют собой обобщение и развитие результатов, изложенных в работах [1], [2], [3]. На основе этих алгоритмов разработана система автоматизированного надежностного проектирования РЭА. Эта система позволяет осуществлять построение функциональных математических моделей проектируемых систем и рассчитывать номинальные значения параметров их элементов, при которых обеспечивается максимальная серийнопригодность или параметрическая надежность объектов проектирования.

2. Постановка задачи оптимального параметрического синтеза

Рассмотрим некоторую систему $S(\boldsymbol{x})$, качество функционирования которой зависит значений параметров ее элементов $\boldsymbol{x}=(x_1,\ldots, x_n)$. Будем считать систему работоспособной , если ее определяющие параметры $\mathbf{Y(x)}$ удовлетворяют условиям (1):

$$\mathbf{a} \le \mathbf{Y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{b} \qquad (3)$$

где $\boldsymbol{Y}$, $\boldsymbol{a}$ и $\boldsymbol{b}$ - m-векторы выходных параметров системы и условий работоспособности, например, $Y_1(\boldsymbol{x})$ – выходная мощность, $Y_2(\boldsymbol{x})$ -запаздывание, $Y_3(\boldsymbol{x})$ – коэффициент передачи.

Неравенства (1) выделяют некоторую область D в пространстве внутренних параметров

$$D = \left\{ \mathbf{x} | \mathbf{a} \le \mathbf{Y}(\mathbf{x}) \le \mathbf{b} \right\}, \qquad (4)$$

которую D будем называть областью допустимых вариаций параметров (областью работоспособности) проектируемой системы.

На Рис. 1 приведен пример такой области. Здесь величины a и b задают условия работоспособности.

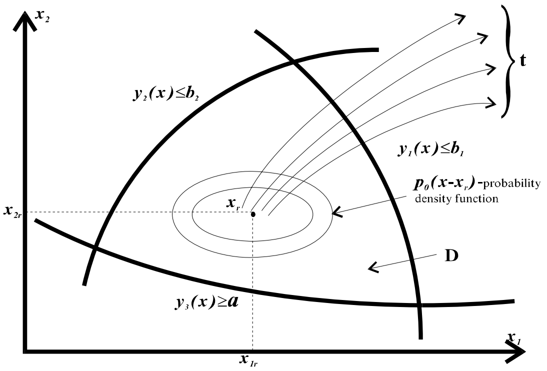

Рис. 1. Область работоспособности $\boldsymbol{D}$.

Как уже отмечалось, параметры технических систем подвержены случайным изменениям (из-за старения, износа, температурных воздействий) и эти изменения могут быть представлены в виде случайного процесса:

$$\mathbf{X}(t) = \left\{ X_1(t), \ldots, X_n(t) \right\}.$$

В общем виде задача оптимального выбора параметров (параметрического синтеза) может быть представлена в следующем виде. Известны характеристики случайного процесса изменения параметров элементов системы $\mathbf{X}(t)$, область допустимых изменений параметров-D и требуемое время эксплуатации T, найти такой вектор номинальных значений параметров $\mathbf{x}_r = (x_{1r}, \ldots, x_{nr})$, при котором вероятность безотказной работы системы в течение времени T:

$$P_r(\mathbf{x}_r, T) = P_r\left\{ \left[X_1(t) - x_{1r}, \ldots, X_n(t) - x_{nr} \right] \in D, \forall t \in [0, T] \right\}$$

достигает максимума.

Для решения этой задачи необходимо, во-первых, найти метод вычисления целевой функции и, во-вторых, выбрать метод, позволяющий решить задачу поиска экстремума с минимальными затратами.

3. Расчет параметрической надежности

Предлагаемый метод расчета надежности, получивший название метода критических сечений, основан на следующих идеях.

Известно, что любой случайный процесс можно задать либо множеством случайных величин, представляющих его временные сечения (t-сечения), либо множеством функций $y_\omega(t)$ в некотором функциональном пространстве, где функции $y_\omega(t)$ зависят от параметра ω, характеризующего реализацию или выборочную функцию случайного процесса.

Вероятность $P_{rt}(D_Y)$ нахождения некоторого выходного параметра в области работоспособности $D_Y = \{Y / a \le Y \le b\}$ в момент времени t можно представить в следующем виде

$$P_{rt}(D_Y) = \int_a^b f_t(y) dy,$$

где $f_t(y)$ одномерная плотность распределения случайного процесса $Y(t)$ в момент времени t.

Выделим из множества всех реализаций исследуемого случайного процесса множество S_μ таких реализаций, значения которых принадлежат числовому множеству D в моменты времени t_1, t_2, ... t_μ. Значение вероятностной меры случайного процесса $Y(t)$, соответствующее этому множеству определяется формулой

$$P_r(S_\mu) = \underbrace{\int_a^b \ldots \int_a^b}_{\mu} f_{t1,\ldots,t\mu}(y_{t1}, \ldots, y_{t\mu}) dy_1 \ldots dy_\mu, \qquad (3)$$

где $f_{t1,\ldots,t\mu}$ совместная плотность распределения случайных величин, рассматриваемых в сечениях t_1-$,\ldots,t_\mu$.

При достаточно большом числе t-сечений, выделенных на $[0;T]$, значение $P_r(S_\mu)$ можно принять равным искомой вероятности нахождения случайного процесса в области допустимых значений в течение требуемого времени *T,* т.е. вероятности безотказной работы системы.

Воспользоваться соотношением (3) для оценки параметрической надежности чрезвычайно сложно. Однако при наложении определенных ограничений на характер выборочных функций (реализаций) удается получить сравнительно простые и удобные для практического использования результаты.

Будем считать характер случайного процесса $Y(t)$ таким, что для нахождения любой его реализации в области допустимых значений в течение заданного времени необходимо и достаточно, чтобы эта реализация принадлежала области работоспособности в ограниченном (и небольшом) числе t-сечений $Y(t)$, которые назовем критическими.

Пусть случайный процесс изменения выходного параметра системы $Y(t)$ можно считать монотонным. В этом случае, для того чтобы реализация этого процесса $y(t)$ находилась в пределах $[a,b]$ в течение времени T, необходимо и достаточно, чтобы она принадлежала диапазону допустимых изменений в граничных сечениях, т.е при $t=0$ и $t=T$. Тогда условия нахождения процесса $Y(t)$ в допустимых пределах в течение времени T будут иметь вид:

$a \le Y(0) \le b, \qquad a \le Y(T) \le b,$

где $Y(0)$ и $Y(T)$- случайные величины, получающиеся в соответствующих временных сечениях процесса $Y(t)$.

Вероятность невыхода $Y(t)$ за пределы $[a,b]$ в течение заданного времени запишется следующим образом

$P_r(T) = P_r\{[\, a \le Y(0) \le b] \cap [a \le Y(T) \le b]\}$

Если известна тенденция изменения параметра, то искомую вероятность можно определить, используя соотношения

$$P_r(T) = \int_a^{\infty} f_0(y)dy - \int_b^{\infty} f_T(y)dy, \qquad \text{при } \frac{dy}{dt} \ge 0,$$

$$P_r(T) = \int_a^{\infty} f_T(y)dy - \int_b^{\infty} f_0(y)dy, \qquad \text{при } \frac{dy}{dt} < 0,$$

где $f_0(y)$ и $f_T(y)$ одномерные плотности распределения в сечениях $t=0$ и $t=T$ соответственно.

Важной задачей проектирования в ряде случаев становится выбор номиналов параметров $\boldsymbol{x}_r$, обеспечивающих максимум серийнопригодности (выхода годных). Серийнопригодность представляет собой вероятность застать систему работоспособной в начальный момент времени, т.е. вероятность выполнения условий работоспособности (1) в момент времени $t=0$. Пусть известна совместная плотность распределения параметров элементов системы $p(\boldsymbol{x})$, которая является характеристикой случайного процесса вариаций этих параметров при $t=0$.

Серийнопригодность будет зависеть от выбора номинальных значений параметров $\boldsymbol{x}_r$ и равна

$$P_r(\boldsymbol{x}_r) = \int_D p(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_r)dx$$

(D - область работоспособности). Задача состоит в выборе $\boldsymbol{x}_r$, обеспечивающих максимум $P_r(\boldsymbol{x}_r)$.

Используемые на практике алгоритмы расчета целевой функции основаны на известном методе статистических испытаний (Монте-Карло)

Генерируется случайный вектор параметров и. далее, используя некоторую модель случайного процесса изменений параметров, моделируются реализации этого процесса. В качестве модели случайного процесса изменений параметров можно использовать

$$X(t) = \sum_{k=0}^{m} x_r u_k(t)$$

где x_k случайные коэффициенты; а $\{u_k(t)\}^m_{k=0}$ - непрерывные детерминированные функции времени.

Метод Монте-Карло позволяет аппроксимировать $P_r(x_r,T)$ в виде отношения числа работоспособных реализаций (принадлежащих области D)-N_a к общему числу испытаний - N.

$$P_r = N_a / N \ ,$$

К сожалению, область работоспособности в пространстве внутренних параметров D обычно неизвестна. Она задается лишь в неявном виде через систему уравнений, связывающую выходные и внутренние параметры, и условия работоспособности, заданные в техническом задании на проектирование. При неизвестной области D, использование метода Монте-Карло для оценки $P_r(\boldsymbol{x}_r,T)$ при различных значениях вектора номиналов $\boldsymbol{x}_r$ необходимо N раз осуществлять анализ системы и проверку условий работоспособности для каждого вектора выбираемых параметров $\boldsymbol{x}_r$. Для получения оценок $P_r(\boldsymbol{x}_r,T)$ с приемлемой точностью обычно необходимо проводить несколько сотен испытаний.

Оптимизация требует получения оценок вероятности $P_r(\boldsymbol{x}_r,T)$ для большого числа вариантов вектора параметров $\boldsymbol{x}_r$. Следовательно, для использования такого подхода на практике необходимо найти возможность уменьшения числа испытаний, а также количества расчетов выходных параметров проектируемой системы.

Ниже рассмотрена двухэтапная процедура и соответствующие алгоритмы, позволяющие уменьшить вычислительные затраты на решение задачи оптимального выбора параметров по критерию надежности.

4. Методы оптимизации

Первый шаг состоит в замене исходного стохастического критерия некоторым детерминированным, позволяющим находить решения, близкие к оптимальному. Рассмотрим два варианта такой замены.

Первым вариантом может быть критерий минимаксного типа. Он позволяет найти такую номинальную точку, которая максимально удалена от границ области работоспособности.

Введем функцию, которую назовем минимальным запасом работоспособности:

$$F(\mathbf{x}) = \min_{i=1,m}\left[\frac{a_i - Y_i(\mathbf{x})}{w_i} - 1\right],$$

где $Y_i(x)$ - i-й выходной параметр, a_i - i-я граница области работоспособности ($Y(x) \le a$) и w_i - i-й весовой коэффициент.

Поставим задачу выбора номинальных значений параметров, при которых минимальный из запасов работоспособности достигает максимума:

$$\mathbf{x}_r = \arg\max_{x\in D} F(\mathbf{x}).$$

Другой вариант замены состоит в использовании так называемого метода равных плотностей. Это метод комбинированного типа. Он состоит в нахождении оптимального аналитического решения на уровне выходного параметра и последующего поиска таких значений внутренних параметров, при которых обеспечивается максимальная близость выходного параметра к аналитическому решению [1].

После завершения первого этапа необходимо проверить удовлетворяет ли полученное решение заданным требованиям надежности. Если при выбранном на первом этапе векторе номиналов вероятность безотказной работы окажется ниже требуемой, переходим к следующему этапу. Этот этап состоит в поиске решения, оптимального по стохастическому критерию.

Известно, что эффективность методов поисковой оптимизации существенно зависит от выбора начальной точки поиска экстремума. Несложно показать, что в рассматриваемом случае наилучшей начальной точкой поиска будет номинальная точка, рассчитанная на этапе оптимизации по детерминированному критерию.

Как отмечалось выше, методы стохастической оптимизации обладают высокой вычислительной трудоемкостью. Рассмотрим один из возможных путей сокращения трудоемкости вычислений, в основе которого лежат идеи сравнительного моделирования и коррелированных выборок.

В процессе поисковой оптимизации для определения направления поиска не обязательно вычислять значения целевой функции в каждой точке пространства поиска. Достаточно оценить разницу ΔP вероятностей в двух последовательных точках выборочного пространства. Дисперсия оценки ΔP будет иметь вид

$$\sigma^2\left\{\Delta\hat{P}\right\} = \sigma^2\left\{\hat{P}_1\right\} + \sigma^2\left\{\hat{P}_2\right\} - 2R\left\{\hat{P}_1;\hat{P}_2\right\}\sigma\left\{\hat{P}_1\right\}\sigma\left\{\hat{P}_2\right\},$$

где R -коэффициент корреляции между оценками для двух сравниваемых точек. Если выборки, используемые для получения оценок, будут независимыми, то естественно, что R =0 и дисперсия

$$\sigma^2\left\{\Delta\hat{P}\right\} = \sigma_I^2\left\{\Delta\hat{P}\right\} = \sigma^2\left\{\hat{P}_1\right\} + \sigma^2\left\{\hat{P}_2\right\}.$$

При положительном R

$$\sigma^2\left\{\Delta\hat{P}\right\} < \sigma_I^2\left\{\Delta\hat{P}\right\},$$

т.е. для обеспечения той же самой точности оценки в случае коррелированных выборок требуется меньшее число моделирований (расчетов выходных параметров) системы, чем в при независимых выборках.

Радикальным путем уменьшения трудоемкости вычислительного процесса при оптимальном проектировании с учетом требований надежности может стать использование современных технологий параллельных и распределенных вычислений.

В связи с широким распространением сетевых технологий все больший интерес привлекает новое направление в области информационных технологий - распределенная модель вычислений.. Следует отметить, что большинство методов моделирования и поисковой оптимизации достаточно сложно поддаются распараллеливанию, исключение составляет метод сканирования (полного перебора), а также метод Монте-Карло, используемый для расчета вероятности безотказной работы, которые являются потенциально параллельными. При программной реализации методов параметрического синтеза представляется целесообразным использование возможностей как современных многопроцессорных вычислительных систем, так и распределенных многомашинных комплексов, связанных локальной сетью. Реализация подобных алгоритмов на многопроцессорных машинах, работающих под управлением операционных систем, поддерживающих многопоточность, представляется достаточно тривиальной. В то же время, в распределенных гетерогенных средах, необходимо самостоятельно реализовать механизмы загрузки данных, синхронизации процессов и балансировки вычислительной нагрузки между компонентами комплекса.

К задаче параметрической оптимизации по стохастическим критериям применима так называемая главный- подчиненный (master-slave) парадигма параллельного программирования. Распараллеливание здесь базируется на декомпозиции алгоритма вычислений и в качестве единицы параллелизма выступает задача однократного расчета модели схемы (моделирования схемы), что является самым крупным и вычислительно емким блоком алгоритма статистического анализа и оптимизации.

В настоящее время начаты работы по созданию параллельных алгоритмов решения задач параметрического синтеза по критериям надежности, в частности , разработан параллельный аналог метода статистического моделирования (Монте-Карло).

5. Система оптимального проектирования

На основе приведенных выше методов и алгоритмов разработана автоматизированная система проектирования с учетом требований надежности, получившая название СПОРА. Эта система предназначена для решения задач оптимального параметрического синтеза аналоговых радиоэлектронных схем с учетом требований надежности. СПОРА дает возможность разработчику наблюдать, прерывать, диагностировать, изменять и возобновлять вычисления в ходе их выполнения, что приводит к экономии не только времени вычислений, но и общего времени проектирования. Так например, если процедура проектирования, или оптимизации, которая должна обеспечить выполнение технических требований, успеха не принесла, то автоматизированная система проектирования позволяет на основе анализа выходных данных выявить причину этого Разработчик имеет возможность прекратить вычисления и, воспользовавшись эвристической информацией, воспроизведенной на мониторе, провести следующие операции:

- модифицировать структуру проектируемого объекта,
- ослабить технические требования,
- изменить параметры процедуры (весовые коэффициенты, масштаб и т.д.)
- изменить формулировку задачи или алгоритмов.

В качестве модуля построения и анализа математической модели проектируемого объекта используется широко распространенная моделирующая система SPICE, которая позволяет моделировать процессы функционирования широкого класса аналоговых схем во временной и частотной областях.

СПОРА испытывалась на решении ряда сложных задач, в том числе, для оптимального проектирования по критериям серийнопригодности и параметрической надежности интегральных схем, фильтров и систем управления.

6. Пример

На рис. 2 приведена схема усилителя высокой частоты. Требуется рассчитать номинальные значения параметров навесных элементов, при которых с вероятностью $P_r>0.9$ обеспечивается выполнение условий работоспособности:

Коэффициент усиления	25±2 дБ
Полоса частот	800...1800 МГц

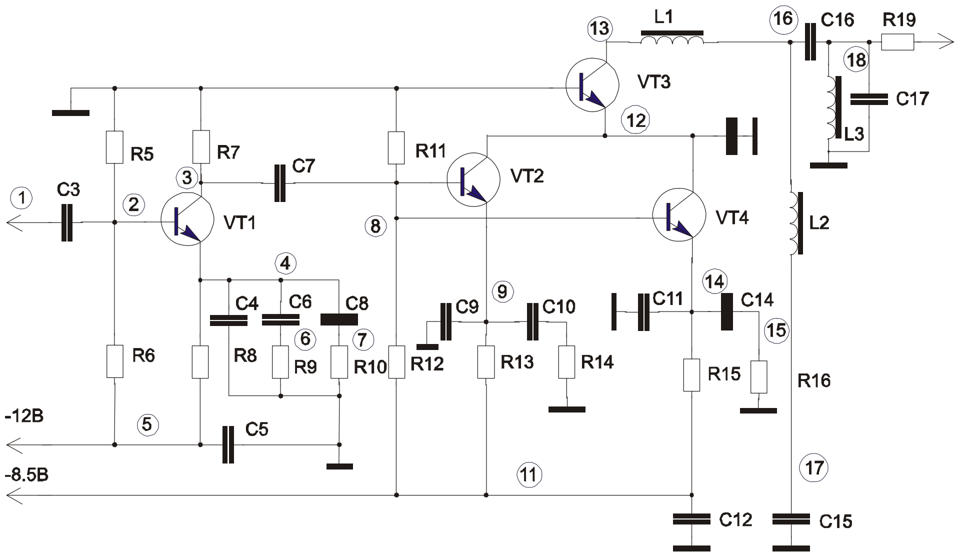

Рис. 2 Принципиальная схема широкополосного усилителя высокой частоты

Исходные значения номиналов варьируемых параметров приведены в табл. 1. Серийнопригодность исходного варианта схемы оказалась равной 0.44.

$$P_r = 0.444$$

Табл. 1. Исходные значения номиналов варьируемых параметров ($P_r = 0.44$)

L1	C4	C9	C10	C11	C13	C14	C17
0.01m	0.05p	20.6p	15p	25p	10p	1.5p	1.5p

Первый этап оптимизации был проведен с использованием критерия минимального запаса работоспособности. В результате была достигнута вероятность 0.7. Значения номиналов варьируемых параметров после первого этапа оптимизации приведены в табл.2.

Табл. 2. Значения номиналов параметров после первого этапа оптимизации ($P_r = 0.7$)

L1	C4	C9	C10	C11	C13	C14	C17
0.03m	5.6p	8.2p	12p	8.2p	2.2p	12p	1.5p

Следующим этапам стала оптимизация по критерию вероятности выполнения условий работоспособности. В результате получены номинальные значения параметров, приведенные в табл. 3. При этих значениях была достигнута вероятность 0.92, что выше требуемой.

Табл. 3. Оптимальные значения номиналов параметров ($P_r = 0.92$)

L1	C4	C9	C10	C11	C13	C14	C17
0.012	6.5p	8.5p	10p	8.9p	2.4p	11p	1.4p

7. Заключение

Рассмотрена задача проектирования аналоговых технических систем с учетом закономерностей случайных вариаций параметров их элементов и требований параметрической надежности. Предложены эффективные методы оптимального выбора номинальных значений параметров проектируемых систем (параметрического синтеза).

На базе предложенных методов и алгоритмов разработана автоматизированная система надежностного проектирования СПОРА

Литература

[1] Абрамов О.В. Параметрический синтез стохастических систем с учетом требований надежности. М: Наука. 1992.

[2] O.V. Abramov and K.S.Katuyev, “Effective Methods for Parametric Synthesis of Stochastic Systems”, *Proc. First Asian Control Conference, Tokyo*, vol. 3, pp. 587-589, 1994.

[3] R.Brayton, G.Hachtel and A.Sangiovanni-Vincentelli “A survey of Optimization Techniques for Integrated-Circuit Design”, *Proc. IEEE,* vol.69, no. 10, pp 1334-1362, 1981.