(2)

# RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS

No. 2 (Vol. 1) April 2006

San Diego - Moscow 2006

All rights are reserved The reference to the magazine "Reliability: Theory & Applications" at partial use of materials is obligatory.

# RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS

No. 2 (Vol. 1) April 2006

San Diego - Moscow 2006

# НАДЁЖНОСТЬ: ВОПРОСЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ

№ 2 (Том 1) Апрель 2006

Сан-Диего - Москва 2006



© "Reliability: Theory & Applications", 2006 © I.A.Ushakov, 2006 © A.V.Bochkov, 2006 http://www.balmin.com/gnedenko\_forum/Journal/index.htm

> All rights are reserved The reference to the magazine "Reliability: Theory & Applications" at partial use of materials is obligatory.

#### **Editor-in-Chief**



Igor Ushakov iushakov2000@yahoo.com

#### Scientific Secretary



Alexander Bochkov a bochkov@yahoo.com

#### **Associate Editors**



Yu.K. Belyaev yuri.belyaev@matstat.umu.se



I.B. Gertsbakh elyager@bezeqint.net



I.N. Kovalenko kovigo@yandex.ru

### **LIST OF CONTENTS - СОДЕРЖАНИЕ**

Attantion!	The Russian	version	of the	articles	is not	authentic to	o the	English	ones.
								~	

Внимание! Русский вариант размещённых в журнале статей не аутентичен соответствующему варианту статей на английском языке.

#### **Editorial**

Igor Ushakov	D'OÙ VENONS-NOUS? QUI SOMMES-NOUS?	
	OÙ ALLONS-NOUS? (in English)	10
Игорь Ушаков	ОТКУДА МЫ? КТО МЫ? КУДА МЫ ИДЁМ? (in Russian)	14

#### **C**onference, seminar, new publications

	1th INTERNATIONAL WORKSHOP MODERN
	STATISTICAL METHODS AND MODELS
	within the Frame of INTERNATIONAL
	CONFERENCE. RELIABILITY AND
	STATISTICS IN TRANSPORTATION
	AND COMMUNICATION (RELSTAT'06)
	(Riga, Latvia 25 - 28 October, 2006)
	МЕЖЛУНАРОЛНЫЙ НАУЧНЫЙ
	СЕМИНАР ИМ. Ю Н РУЛЕНКО
	(г. Харькове 1 – 5 июля 2006 г.)
Gregory Levitin	THE UNIVERSAL GENERATING FUNCTION IN RELIABILITY
	ANALYSIS AND OPTIMIZATION
Илья Герибах	ТЕОРИЯ НАЛЕЖНОСТИ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ К
inin i optiouri	ПРОФИЛАКТИЧЕСКОМУ ОБСЛУЖИВАНИЮ (in Russian)
Study	
Ilva Cortshakh	TWO LEVEL EACTODIAL LIEE TESTING
iiya Octisuakii	WITH TYPE -II CENSORED DATA (in English)
Yakov Genis.	

Яков Генис, Игорь Ушаков	ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РЕМОНТНЫХ РАБОТ ПО КРИТЕРИЮ РАВНОМЕРНОСТИ ЗАГРУЗКИ (in Russian) 45
Oleg Abramov	FAILURE PREVENTION BASED ON PARAMETERS ESTIMATION AND PREDICTION (in English)
M. Kaminskiy, V. Krivtsov	BAYESIAN PROBABILITY PAPERS (in English)
Игорь Ушаков	КОНТР-ТЕРРОРИЗМ: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАЩИТНЫХ РЕСУРСОВ (in Russian)
Igor Ushakov	COUNTER-TERRORISM: PROTECTION RESOURCES ALLOCATION (in English)

#### Memoirs

Игорь Ушаков	А ДЛЯ ЗВЕЗДЫ, ЧТО СОРВАЛАСЬ И ПАДАЕТ	
	(воспоминания о Ю.Н.Руденко) (in Russian)	79

e-Journal *Reliability: Theory & Applications* publishes papers, reviews, memoirs, and bibliographical materials on Reliability, Quality Control, Safety, Survivability and Maintenance.

Theoretical papers have to contain new problems, finger <u>practical applications</u> and should not be overloaded with clumsy formal solutions.

Priority is given to descriptions of case studies.

General requirements: papers have to be presented in English in MSWord format; desirably to be supplied with Russian version, since (at least now) most of readers are Russians.

The total volume of the paper (with illustrations) has to be not more than 15 pages (Times New Roman TTF - 12 pt -1,5 intervals).

Publication in this e-Journal is equal to publication in other International scientific journals.

Papers directed by Members of the Editorial Boards are accepted without referring.

The Editor has the right to change the paper title and make editorial corrections.

The authors keep all rights and after the publication can use their materials (re-publish it or present at conferences).

Send your papers to

the Editor-in-Chief, Igor Ushakov iushakov2000@yahoo.com

or

the Scientific Secretary, Alexander Bochkov a\_bochkov@yahoo.com

**Applications** Журнал **Reliability:** Theory & (Надежность: вопрсы теории и практики) принимает статьи, обзоры, рецензии, воспоминания, информационные и библиографические материалы по теоретическим И прикладным аспектам надежности и управления качеством, безопасности, живучести и техническому обслуживанию.

Статьи теоретического характера должны непременно содержать новые постановки задач, указание возможности <u>практического применения</u> и не должны быть перегружены формальными выкладками.

Приоритет будет отдаваться статьям, отражающим практическое применение методов.

Требования к оформлению статей: статьи должны быть представлены в формате MSWord на английском языке, желательно сопроводить их версией на русском языке, поскольку (по крайней мере, в настоящее время) большинство читателей журнала русскоязычные.

Объем статей (вместе с иллюстрациями) не должен превышать 15 стр. (шрифт Times New Roman - 12 пт - через 1,5 интервала.

Публикация в журнале приравнивается к публикации в международном научно-техническом журнале.

Статьи, рекомендованные членами редколлегии, на рецензирование не направляются.

Редакция оставляет за собой право изменить название статьи, а также провести редакторскую правку.

За авторами сохраняется полное право использовать свои материалы после публикации в журнале по своему усмотрению (посылать их в другие издания, представлять на конференции и т.п.)

Статьи направлять по e-mail

Главному редактору, Игорю Ушакову iushakov2000@yahoo.com

или

Ответственному секретарю, Александру Бочкову <u>a\_bochkov@yahoo.com</u>

editoria

## D'OU VENONS-NOUS? QUI SOMMES-NOUS? OÙ ALLONS-NOUS?

**Igor Ushakov** San Diego, USA



«D'où venons-nous? Qui sommes-nous? Où allons-nous?», 1897 Gauguin, Paul (1848-1903)

"Who are we? From where? Where are we going?" – this is the title of one of the famous paintings by Paul Gaugin. However, today we will not discuss an art but try to answer the questions: Who are we? From where? Where are we going?

The title of the journal is "Reliability: Theory & Practice"... Is it a good title? Does it reflect the journal profile? Does reliability still take its place of importance in engineering and applied science?

At the closing banquet of the MMR-2004 Conference (Mathematical Methods in Reliability, Santa Fe, USA), Professor Nozer Singpurwalla from George Washington University, the moderator, asked the audience the provocative question: "Is Reliability Theory still alive?" He was given a tidal wave of sharp and nearly angry answers of the kind, "Yes, yes, yes! It is alive!" However, we should be honest: Nozer is right (as usual J) or at least very close to being on point: interest in Reliability Theory is waning....

Some of us who are counted in the ranks of "reliability dinosaurs" still remember the hullabaloo around reliability theory in the beginning of the 1950s, last century.

We recall that in the early phase of the era of reliability, there were many conferences and publications on the topic. The IRE (Institute of Radio Engineers) Reliability Conferences and publications of IRE Transactions on Reliability and Quality Control are just one example.

In the 1960s we saw a real avalanche of papers on reliability... And this pace continues today with the same high intensity!

So, why do we speak about "dying reliability theory?"

The problem, as we see it, is that there is no longer a strong demand for furthering of the theory. First, we recall when and why reliability theory started. It started in the USA just after the Korean War (1950-1953) when too often failures led to serious problems in combat. Then it was realized that analogous problems in reliability existed in civil technical systems. Even as systems became more and more complex, the methodology of their design and construction was the same as it had been for decades before... Thus in the engineering world, reliability became, as it was said at the moment, "Problem Number One." New concepts were needed to develop solutions to this technical problem, but this was not possible without an understanding of the nature of reliability and the creation of mathematical methods and tools to bring these concepts into engineering practice.

So, we see that it was necessity (demand) that caused the field of Reliability Theory to flourish. With time, constructive reliability methods were implemented in engineering practice and successes were achieved. The problem of reliability will exist always, of course; however, we can honestly accept the fact that now it is not "Problem Number One." In addition, so many excellent theoretical approaches have been developed that the requirements of designing "conventional equipment" surely are covered for many years to come.

However, probably, principally new systems will require new developments Reliability Theory.

At the same time, there are many areas of human activity in which the accumulated knowledge and methodology of Reliability Theory can and have to work.

It is almost impossible to describe completely and correctly in what new activities or areas we should apply Reliability Theory; nevertheless, we will try to describe several important directions where the brains of the reliability community effectively could be applied.

#### SURVIVABILITY.

Nowadays, we are faced with a new problem of survivability. Natural disasters like the recent hurricane Katrina showed that even a technologically strong country like the USA was unprepared to deal with consequences of a major natural disaster. Moreover, it was clear that preventive measures would be more effective than any measures to help people to evacuate and to reconstruct destroyed infrastructure.

Perhaps even more pressing is survivability related to terrorist attacks. Nobody knows when, where and how those hidden enemies will undertake their evil actions. It is clear that attempts to apply standard reliability methods for the evaluation of effectiveness of undertaken counter-terrorism measures is absolutely unreasonable; though, we note that the methodology of this approach can be useful.

#### SOFTWARE RELIABILITY.

This is one of the most important areas in modern engineering. Do we need mathematical models for the prediction of software reliability? If so, how will we understand or define the meaning of "failure of software?" Attempts to use blindly concepts of hardware reliability methods on software are doomed to failure, first of all because even if failure is defined, there is no "time to failure" and there is no "probability of failure."

Moreover, considering hardware we have a set of relatively independent items, which have their "individuality" and inherited random properties. Quite a different situation is observed with software. Speaking in language of comparisons, in the first case we deal with a flock of sheep and in the second case we have a set of identical "Mollies", which are absolutely identical genetically...

Probably, software is an object that one should create and analyze a prototype than to try to figure out some mathematical model. We have here the same situation as with unique technical objects, for which, actually, still there is no adequate mathematical models for prediction of their reliability properties.

#### LONGEVITY.

Is a computer with longer longevity better? Should we spend money to make its longevity 10 years instead of 5? Let us remember that we change our computers, probably, every 2-3 years. Would we care about 10 years longevity?

Or consider vehicles: many of us change cars after 3-5 years, getting a new or newer one to replace the old one. Used cars often are repaired. Thus, a car owner, has a choice: is it better to buy a new car or a repaired used car or repair the old car? A new type of industry has appeared: car renovation. So, old theoretical approaches in longevity become obsolete.

#### COMPLEX MULTI-STATE SYSTEMS RELIABILITY.

We are eye-witnesses of yet another period of technological Renaissance: in the last 15-20 years computer and telecommunication sciences and industry have advanced dramatically. We have the World Wide Web; telecommunications has been revolutionized with mobile users, and transportation systems have made crossing international borders ... Probably, from outside the manhood is like Stanislav Lem's Solaris: a huge monolith organism with multiple interconnections and coexistence of interdependent units...

We need to survive, so we should study the World we live in; we have to learn how to measure its survivability and what measures we can undertake to assure continued survival.

#### **REFERENCES** (ordered by years)

- 1. Epstein, B., and M. Sobel. Some Theorems Relevant to Life Testing from an Exponential Distribution. Annals of Mathematical Statistics, 1955,vol.25,No.3
- 2. Moore, E.F., and C.E. Shannon. Reliability Circuits Using Lessliable Relays. J. Franklin Inst. Vol.262, 1956.
- 3. Weis, G. On the Theory of Replacement of Machinery with a Random Failure Time. Naval Research Logistics Quarterly, 1956, vol. 3, No. 4.
- 4. Bellman, R., and S. Dreyfus. Dynamic Programming and Reliability of Multicomponent Devices. Operations Research, 1958, vol. 6, No.2.
- 5. Birnbaum, Z., and S.C. Saunders. A Statistical Model for Life-Length of Materials. J. Amer.Statist. Assoc., 1958, vol.53, No. 281.
- 6. Flehinger, B.J. Relaibility Improvement through Redundancy at Various System Levels. Proc. IRE Conf., 1958
- 7. Black, G., and F. Proschan. On Optiml Redundancy. Operations Research., 1959, vol. 7, No.5.
- 8. Glass, B. An Optimum Policy for the Detecting of Fault in a Complex System. Operations Research, 1959, vol. 7, No.4.
- 9. Barlow, R., and L. Hunter. Optimum preventive Maintenance. Operations Research, 1960, vol.8, No.1.
- 10. Derman, C., and J. Sacks. Replacement of periodically Inspected Equipment. Naval Research Logistics Quarterly, 1960, vol. 7, No. 4.
- 11. Moskovitz, F. The Sattistical Analysis of Redundant Systems. Proc. IRE Conf., 1960.
- 12. Proschan, F. On optimal Supply. Naval Research Logistics Quarterly, 1960, vol. 7, No.4.

## ОТКУДА МЫ? КТО МЫ? КУДА МЫ ИДЁМ?

Игорь Ушаков, Сан-Диего, США



"Откуда мы? Кто мы? Куда мы идём?" 1897 г. Гоген Поль (1848-1903)

«Кто мы? Откуда? Куда мы идем?» – так называется одна из самых известных картин Поля Гогена. Однако наш разговор будет не о живописи, а о том, кто мы, откуда и куда мы идем...

Журнал называется «Надежность: Вопросы теории и практики»... Удачно ли это название? Отражает ли это название профиль журнала, как он сформулирован учредителями? Занимает ли надежность все еще важное место в инженерной деятельности и прикладной математике?

На банкете, состоявшемся после Международной конференции MMR-2004 (Математические методы в надежности, Санта-Фе, США), профессор Университета Джорджа Вашингтона Нозер Сингпурвалла, который был ведущим дискуссии, задал аудитории провокационный вопрос: «А не умирает ли теория надежности?» В ответ начался настоящий ураган острых и почти злых реплик: «Нет! Нет! Теория надежности жива!» Однако давайте быть честными: Нозер прав (как всегда J) или, по крайней мере, близок к истине. Спад в интересе к теории надежности со стороны проектировщиков технических систем упал...

Некоторые из нас, кого можно было бы назвать «динозаврами надежности» могут припомнить ту шумиху, которая была поднята вокруг теории надежности в 50-е годы прошлого столетия.

Уже с начала 50-х начались ежегодные конференции американского Института радиоинженеров и начали издаваться также ежегодно IRE Transactions on Reliability and Quality Control. В 1958 году состоялась первая Всесоюзная конференция по надежности в Москве.

Самые первые статьи (мы ограничимся далеко неполным перечнем, охватывающим период до 1960 г.) покрывали широчайший спектр тем: расчет надежности систем<sup>1</sup> [Сифоров, 1954; Бебиашвили, 1956; Левин, 1957; Майоров,1960; Маликов И.М., Половко А.М., Романов Н.А., Чукреев П.А., 1960; Синица, 1960; Ушаков, 1960], методы обработки данных по надежности [Epstein and Sobel, 1955; Birnbaum and Saunders, 1958; Половко, Чукреев, 1959], оптимальное резервирование [Bellman and Dreyfus, 1958; Flehinger, 1958; Black and Proschan, 1959; Moskovitz,1960; Proschan,1960;], анализ надежности сетевых структур [Moore and Shannon, 1956; ], оптимальные профилактики [Weis, 1956; Barlow and Hunter, 1960; Derman and Sacks, 1960], оптимальный поиск неисправностей [Glass, 1959], а также другие актуальные вопросы. Конечно, этот краткий перечень лишь дает общее представление о тематике публикаций того времени.

В 60-е обрушилась настоящая лавина статей по теории надежности... И этот процесс с достаточно высокой интенсивностью продолжается и поныне!

Так почему же можно говорить об «умирании теории надежности»?

Проблема, на наш взгляд, заключается в том, что предложение сильно обогнало спрос. Вспомним, когда и почему началось бурное развитие теории надежности? Этот процесс начался в США во время Корейской войны (1950-1953), когда слишком частые отказы военного оборудования стали приводить к серьезным людским и материальным потерям. Затем, оказалось, что те же проблемы возникли и в системах гражданского назначения, поскольку технические системы становились все более и более сложными, а технологии их создания все еще оставались прежними, что и десятилетия до того... В технике надежность стала, как тогда было модно говорить, «Проблемой №1». Возникла необходимость в новых концепциях проектирования, что было невозможно без познания сути проблемы надежности и создания соответствующих математических методов, которые должны были быть внедрены в практику инженерной деятельности.

Таким образом, практические нужды повышения существующего уровня надежности привели к расцвету теории надежности. С течением времени конструктивные методы теории надежности были внедрены и дали практические результаты. Конечно, проблема надежности будет существовать всегда, однако, мы должны смотреть правде в глаза: сейчас это не проблема №1 в старом ее понимании...

К тому же в настоящее время уже имеется столько блестящих теоретических исследований в области надежности, что их хватит еже на многие годы создания «традиционного» (conventional) оборудования. Однако, возможно, создание принципиально новых систем потребует развития новых направлений в теории надежности.

В то же время, имеется много сфер человеческой деятельности, в которых знания и методология теории надежности могут отлично работать. Наверное, невозможно предугадать и описать новые направления теории надежности, с которыми нам придется столкнуться в будущем, но тем не менее, хочется попробовать указать хотя бы на некоторые из направлений, где талант, знание и опыт тех, кто сейчас занимается «чистой надежностью», мог бы быть эффективно использован.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Список американских работ на эту тему не приводится только из-за нехватки места – их слишком много, но почти все они в то время опережали советские публикации.

#### ЖИВУЧЕСТЬ.

В наши дни мы поставлены перед лицом проблемы живучести в новой ее форме. Природные бедствия, как последние цунами, ураганы и землетрясения показывают, что современные инфраструктуры не выдерживают их натиска. Если раньше в случае природных бедствий разрушались отдельные объекты (хотя и в огромном числе), то теперь это может привести к парализации целой страны. Социальные и экономические последствия бывают столь велики, что даже такие развитые страны, как США, оказываются в сложном положении. Становится ясно, что необходимы превентивные меры (а они невозможны без предварительного анализа, моделирования) могут быть намного эффективнее, чем прямая помощь населению эвакуироваться и восстановление уже разрушенной инфраструктуры.

Пожалуй, еще актуальнее обеспечение живучести по отношению к возможным террористическим атакам. Никто не знает, когда, где и как затаившийся враг предпримет свои злобные акции. Понятно, что попытки применить стандартные методы теории надежности к анализу эффективности контр-террористических мер обречены на провал. Однако, сама методология может оказаться весьма полезной.

#### НАДЕЖНОСТЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ.

Данная область является одной из важнейших в современной технике. Но нужны ли нам модели надежности программного обеспечения? Как мы представляем себе «прогнозирование надежности программы»? А если и нужны модели, то можем ли мы четко сформулировать что есть «отказ программы»? Во всяком случае, слепой перенос концепций надежности оборудования на надежность программ – гиблое дело. Во-первых, здесь нет «времени до отказа» (даже если отказ определен), ибо все определяется не «природой», а пользователем, а во-вторых, здесь нет понятия «вероятность отказа».

Более того, работая с оборудованием, мы имеем дело с относительно независимыми образцами (конечно, у них наблюдается «похожесть» из-за однотипности их производства), каждый из которых имеет свой «характер» и свой случайные свойства. Совершенно противоположная картина наблюдается с программным обеспечением. Говоря языком сравнений, в первом случае мы имеем дело со стадом баранов, а во втором – перед нами стоит длиннющая шеренга овечек Молли, которые совершенно идентичны генетически ...

#### долговечность.

Лучше ли компьютер, если его долговечность больше? Стоит ли тратить деньги на то, чтобы его долговечность продлить с 5 лет до10? Давайте вспомним, что мы меняем компьютер каждые 2-3 года... Волнует ли вас долговечность компьютера?

Вопросов больше, чем ответов...

editorial

#### **REFERENCES** (ordered by years)

- Сифоров В.И. О методах расчета надежности работы систем, содержащих большое число элементов. Изв. АН СССР, ОТН, 1954, №6.
- Epstein, B., and M. Sobel. Some Theorems Relevant to Life Testing from an Exponential Distribution. Annals of Mathematical Statistics, 1955,vol.25,No.3
- Moore, E.F., and C.E. Shannon. Reliability Circuits Using Lessliable Relays. J. Franklin Inst. Vol.262, 1956.
- Бебиашвили Ш.Л. Основные вопросы теории резервирования. Изв. АН СССР, ОТН, 1956, №2
- Weis, G. On the Theory of Replacement of Machinery with a Random Failure Time. Naval Research Logistics Quarterly, 1956, vol. 3, No. 4.
- Левин Б.Р. О повышении надежности путем резервирования. Электросвязь, 1957, № 11.
- Bellman, R., and S. Dreyfus. Dynamic Programming and Reliability of Multicomponent Devices. Operations Research, 1958, vol. 6, No.2.
- Birnbaum, Z., and S.C. Saunders. A Statistical Model for Life-Length of Materials. J. Amer.Statist. Assoc.., 1958, vol.53, No. 281.
- Flehinger, B.J. Relaibility Improvement through Redundancy at Various System Levels. Proc. IRE Conf., 1958
- Black, G., and F. Proschan. On Optiml Redundancy. Operations Research., 1959, vol. 7, No.5.
- Glass, B. An Optimum Policy for the Detecting of Fault in a Complex System. Operations Research, 1959, vol. 7, No.4.
- Половко А.М., Чукреев П.А. Об ускоренном испытании надежности электроэлементов технических систем. Изв. АН СССР, ОТН, 1959, №2.
- Barlow, R., and L. Hunter. Optimum preventive Maintenance. Operations Research, 1960, vol.8, No.1.
- Derman, C., and J. Sacks. Replacement of periodically Inspected Equipment. Naval Research Logistics Quarterly, 1960, vol. 7, No. 4.
- Moskovitz, F. The Sattistical Analysis of Redundant Systems. Proc. IRE Conf., 1960.
- Proschan, F. On optimal Supply. Naval Research Logistics Quarterly, 1960, vol. 7, No.4.
- Майоров А.В.. О применении количественной оценки надежности работы устройств автоматических систем. Изв. АН СССР, ОТН, 1960, №3.
- Маликов И.М., Половко А.М., Романов Н.А. Основы теории и расчета надежности. Судпромгиз, 1960
- Синица М.А. К вопросам резервирования радиоэлектронных устройств. В сб. «Надежность радиоэлектронной аппаратуры», Советское радио, 1960.
- Ушаков И.А. Оценка эффективности сложных систем. В сб. «Надежность радиоэлектронной аппаратуры», Советское радио, 1960.

Reliability: Theory & Applications



1, Lomonosova street, Riga, Latvia, phone (+371) 7100661, fax (+371) 7100660

#### FIRST ANNOUNCEMENT

#### <u>1th INTERNATIONAL WORKSHOP</u> MODERN STATISTICAL METHODS AND MODELS within the Frame of INTERNATIONAL CONFERENCE

RELIABILITY AND STATISTICS IN TRANSPORTATION AND COMMUNICATION (RELSTAT'06)

> Riga, Latvia **25 - 28 October, 2006**

The Workshop will be dedicated to the memory of professor Khaim Kordonsky

#### **Organizers of the Conference:**

Transport and Communication Institute, Riga, Latvia The Kh.Kordonsky Charitable Foundation, Boston, USA

#### Address of the Organizing Committee:

Transport and Communication Institute, 1 Lomonosova, LV-1019, Riga, Latvia

**Phone:** +(371)-7100664 **Fax:** +(371)-7100535 **E-mail:** <u>jelena\_a@tsi.lv</u> **Web address:** <u>http://RelStat.tsi.lv</u>

#### Scientific Topics of the Workshop:

- 1. Multivariate regression, classification and cluster analysis;
- 2. Nonparametric and Semiparametric models
- 3. Intensive computer methods of statistics;
- 4. Computational Statistics;
- 5. Statistical models and methods in the reliability, storage and risk theory

#### **Programme Committee**

#### Co-Chairmans of the Programme Committee

**Ilya Gertsbakh (Izrael)** Ernst Frenkel (USA) Eugene Kopytov (Latvia)

#### Secretary of the Programme Committee

Helen Afanasyeva

#### **Programme Committee Members:**

Alexander Andronov (Latvia) Dmitri Gnedenko (Russia) Evgeniy Chepurin (Russia) Vladimir Chichagov (Russia) Asaf Hajiyev (Azerbaijan) Irina Yatskiv (Latvia) Waltraud Kahle (Germany) Yuri Kharin (Belarus) Viatcheslav Melas (Russia) Mikhail Nikulin (France) Yuri Paramonov (Latvia) Vladimir Rykov (Russia) Igor Ushakov (USA)

#### **Conference Venue:**

The Conference will be held at Transport and Communication Institute, Lomonosova 1, Riga, Latvia.

#### Language:

The working languages are English and Russian.

#### Submissions:

Participants are requested to present one-page abstract in English (MS Word format: Times New Roman 12 pt, maximum of 600 words).

For more detailed information see: <u>http://RelStat.tsi.lv</u>

#### **Deadlinis:**

Submissions of abstracts:	1 June	2006
Acceptance of abstracts:	1 July	2006
Submissions of final abstract and early registration:	15 September	2006

#### **Publication of Papers:**

The papers for the Proceedings may be handed in as articles at the registration desk or after the Conference until December 31, 2006. The papers should be in MS Word using 10pt character size with the page A4 and not exceed 10 pages. For more details see the following template: <u>http://RelStat.tsi.lv</u>

The Programme Committee intends to publish the Proceedings in special issue of the scientific and research Journal of Transport and Telecommunication Institute "Computer Modelling and New Technologies" (or of the scientific and research Journal of Transport and Telecommunication Institute "Transport and Telecommunication").

#### **Registration Fee:**

The Conference registration fee is **EURO 100** before 15 September 2006 and **EURO 150** after this date. For more detailed information see: <u>http://RelStat.tsi.lv</u>

The Programme Committee of the Workshop may reduce the registration fee for a limited number of participants.



#### МЕТОДИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ БОЛЬШИХ СИСТЕМ ЭНЕРГЕТИКИ

Международный научный семинар им. Ю.Н.Руденко

664033, Иркутск, ул. Лермонтова, 130; тел.: (3952) 42-47-00: факс: (3952) 42-67-96, 42-44-44; E-mail: <u>voropai@isem.sei.irk.ru</u>

Уважаемые коллеги!

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева (ИСЭМ) СО РАН и Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт» (НТУУ «КПИ») проводят в г. Харькове 1 – 5 июля 2006 г. на базе Харьковской ТЭЦ–5 очередное 77-е заседание семинара на тему "Задачи надежности систем энергетики для субъектов отношений в энергетических рынках"

Тематика заседания семинара включает следующие вопросы:

- Разделение ответственности за обеспечение надежности систем энергетики между субъектами отношений.
- Принципы и механизмы координации ответственности за обеспечение надежности систем энергетики.
- Математические модели координации ответственности и обоснования мероприятий по обеспечению надежности систем энергетики для различных субъектов отношений.
- Методы решения координационных и локальных задач надежности систем энергетики в рыночных условиях.
- Информационные технологии в координационных и локальных задачах надежности систем энергетики в рыночных условиях.

Для участия в работе семинара Вам необходимо до 1 апреля 2006 г. прислать заявку в ИСЭМ СО РАН в виде аннотации доклада (УДК, авторы и название доклада, аннотация до 300 слов). Доклады, представленные на семинаре и прошедшие рецензирование, будут изданы в виде сборника или коллективной монографии. Принимаются к обсуждению диссертационные работы по тематике семинара.

Будет обеспечена необходимая проекционная техника для представления докладов.

Организационный взнос (организационные, издательские и прочие расходы) – 1500 руб, для молодых участников (до 33 лет) – 900 руб; оплачивается на месте при регистрации.

Информация о семинаре будет размещаться на сайте семинара http://www.sei.irk.ru/LES/

Адреса для переписки и телефоны для справок: <u>http://www.sei.irk.ru</u>

664033, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 130, ИСЭМ СО РАН, Ефимовой Ларисе Михайловне, e-mail: efimova@isem.sei.irk.ru

тел. 8(3952)42-64-95, 42-47-00, факс 8(3952) 42-67-96, 42-44-44

Председатель Оргбюро семинара,

Ученый секретарь

чл.-корр. РАН <mark>Н.И. Воропай</mark>

семинара Л.М. Ефимова



The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization **Gregory Levitin** 

### THE UNIVERSAL GENERATING FUNCTION IN RELIABILITY ANALYSIS AND OPTIMIZATION

Springer
 Springer

The author develops techniques of Universal Generating Function introduced by I. Ushakov in the middle of 80-e. The book offers a description of the universal generating function technique and its applications in Reliability Analysis of binary and multi-state systems and as well to optimization of series-parallel structures under certain constraints. The book supplies with a number of examples from engineering practice.

Many real systems are composed of multi-state components with different performance levels and several failure modes. These affect the whole system's performance. Most books on reliability theory cover binary models that allow a system only to function perfectly or fail completely. *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization* is the first book that gives a comprehensive description of the universal generating function technique and its applications in binary and multi-state system reliability analysis. It features: an introduction to basic tools of multi-state system reliability and optimization; applications of the universal generating function of the universal generating function in widely used multi-state systems; examples of the adaptation of the universal generating function to different systems in mechanical, industrial and software engineering.

This monograph will be of value to anyone interested in system reliability, performance analysis and optimization in industrial, electrical and nuclear engineering.

#### Table of Contents

- 1. Basic Tools and Techniques
- 2. Universal Generating Function (UGF) in Reliability Analysis of Binary Systems
- 3. Introduction to Multi-state Systems (MSS)
- 4. UGF in Analysis of Series-parallel MSS
- 5. UGF in Optimization of Series-parallel MSS
- 6. UGF in Analysis and Optimization of Special Types of MSS
- 7. UGF in Analysis and Optimization of Consecutively Connected Systems and Networks
- 8. UGF in Analysis and Optimization of Fault-tolerant Software.

Springer, 2005

Автор развивает метод универсальных производящих функций, введенных И. Ушаковым в середине 80-х годов. В книге предлагается описание метода и применение его к анализу надежности систем с двумя и многими состояниями, а также к решению задач оптимизации при наличии ограничений. Книга снабжена большим числом примеров практического применения метода.

Многие реальные системы состоят из элементов, имеющих несколько уровней функционирования, чьи состояния влияют и на оперативные возможности систем. В данной книге дается детальный анализ подобных систем с использованием метод универсальных производящих функций, приводится много практических примеров.

Книга будет интересна дл всех, кто интересуется надежностью различных технических систем и их оптимизацией.

#### Оглавление книги:

- 1. Описание метода
- Универсальная производящая функция (УПФ) в расчетах надежности систем с двумя состояниями
- Введение в анализ систем с многими состояниями (СМС)
   Использование УПФ для анализе последовательно-
- параллельных СМС 5. Использование УПФ для оптимизации последовательнопараллельных СМС
- Использование УПФ для оптимизации специальных видов СМС
- Использование УПФ для оптимизации последовательно соединенных систем и сетей
- Использование УПФ для анализа и оптимизации программного обеспечения



#### И. Герцбах elyager@bezeqint.net

## ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ К ПРОФИЛАКТИЧЕСКОМУ ОБСЛУЖИВАНИЮ

Москва 2003 - 263 стр.

Перевод с английского М.Г. Сухарева <u>Под ред. В.В.Рыкова</u> <u>Rykov@rykov1.ins.ru</u> ГУП Изд-во "Нефть и газ" РГУ им. И.М. Губкина,

<u>Для приобретения книги</u> обратиться по адресу: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 11991, Москва, Ленинский просп., 65 Тел: 135-84-06, 930-97-11. Факс : 135-74-16

Эта книга - перевод с английского монографии I. Gertsbakh, Theory of Reliability With Applications to Preventive Maintenance, Springer-Verlag- 2000.

Автор - известный специалист в области теории надежности - написал ее на основе лекций, прочитанных в 1997-1999 гг. в Университете им. Бен-Гуриона (Израиль) для студентов инженерных специальностей. И.Герцбах знаком русскому читателю по книгам "Модели отказов" (совместно с Х.Б. Кордонским, 1966) и "Модели профилактики" (1969).

"Теория надежности" написана просто и доступно, в ней нет длинных и громоздких доказательств, в ней много интересных примеров и задач с подробными решениями и алгоритмами, написанными на пакете *Mathematica*.

В Приложении дается Нормальная и Вейбулловская вероятностная бумага . Детальную информацию об этой книге (по-английки) можно найти на сайте www.amazon.com, under "books", "Gertsbakh"

Книга содержит сведения о статистической обработке неполных (усеченных) данных, теорию распределений в надежности, модели профилактического обслуживания систем с многими состояниями, новый материал по обслуживанию с обучением и по выбору оптимальных шкал времени.

Эта книга идеально подходит как учебник или учебное пособие по Теории надежности, Приложениям теории вероятностей, Введению в случайные процессы, и может быть использована студентами, аспирантами и научными работниками инженерных специальностей и прикладными математиками.

### TWO-LEVEL FACTORIAL LIFE TESTING WITH TYPE -II CENSORED DATA

Ilya Gertsbakh, Beer Sheva, Israel

#### Abstract

We consider two-level factorial designs with the response being the observed item's lifetime. For each factor combination, we put on test n items and stop testing when exactly r items have failed. Our principal assumptions are that there exists a monotone transformation of the random response which belongs to a location-scale family, and that only the location parameter linearly depends on the factors involved. We develop a simple time-saving testing scheme which permits an efficient computational procedure for estimating the factor effects.

Key words: Orthogonal design; type - II censoring; location-scale family; order statistics; life testing.

#### 1. Introduction

The idea of this paper is simple: we want to adjust the standard factorial experiment, in which the response is the observed lifetime, to the case of type-II censored observations.

Many industrial experiments are aimed' at finding the factor combination that provides the longest lifetime. Since experiments of this sort take usually a long time and are very expensive, it is desirable to use lifetime acceleration methods (e.g., by applying higher stresses than in normal operating conditions, see e.g. Nelson (1990)), and/or to stop the experiment after prescribed time or after prescribed number of failures has been observed. This paper is devoted to the statistical methodology of lifetime testing with type-II censored lifetime observations.

Papers of Hamada (1995), Hamada and Wu (1991) and Bullington et al (1993) present methods and examples of processing incomplete lifetime data in the framework of factorial life testing experiments. Their methodology is based on introducing a parametric model for the logarithms of the observed lifetimes and on using the maximum likelihood method (MLM) for parameter estimation. The MLM is computationally involved, especially when a large number of parameters is present in the model, e.g. in a screening experiment for studying the influence of many factors on lifetime. Even if the MLM software produces a numerical solution to the maximum likelihood equations, it might be not the desired solution, see the discussion in Hamada and Tse (1992). There are also difficulties in establishing the significance of the maximum likelihood estimates because this issue involves asymptotics which might be not accurate. Hamada (1995) demonstrates that the MLM may provide a disappointing result, e.g. all factors involved seem to be significant, see Table 8 in the above paper. Probably, in the experiments with type-I censored data, the MLM remains the only way to extract information from data.

If, however, for all factor combinations the lifetime data are type-II censored, i.e. are censored after observing  $r \ge 2$  failures, then under reasonable assumptions, for two-level factorial experiments,

(1)

there exists an extremely simple and computationally efficient method of estimating the factor effects.

In Section 2 we describe our method and the basic assumptions. If for each factor combination we observe r failures then our method uses as a response an "optimal" convex combination of the appropriately transformed first r order statistics.

In Section 3 we apply our method to the Thermostat Test data described in Burlington et al (1993). In this experiment, n similar thermostats were tested under identical conditions until the appearance of r failures.

We discuss the properties of our method in terms of estimation accuracy and testing duration.

#### 2. Basic Assumptions. Description of the testing procedure. Parameter estimation.

Suppose that the experiment consists of N runs. Each run j, j = 1, 2, ..., N, corresponds to a fixed combination of the factors involved. We denote by capital letters A, B, C, ..., K these factors.

We make the following assumptions.

- (i) In the *j*-th run, a random sample of *n* items is tested until  $r, r \ge 2$  failures are observed. All items in the sample are statistically identical and are tested under the same conditions. Denote by  $\tau_i^{(j)}$ , i = 1, 2, ..., r, the item lifetimes observed in the *j*-th run.
- (ii) There exists a monotone transformation  $\psi(\cdot)$  of  $\tau^{(j)}$  into  $Y^{(j)}$ ,  $Y^{(j)} = \psi(\tau^{(j)})$ , such that  $Y^{(j)}$  belongs to a location-scale family, in which only the location parameter depends on the factors involved:

$$Y^{(j)} = \alpha^{(j)}(A, B, C, ..., K) + \beta Z.$$

Here Z is a "standard" parameter-free random variable.

$$\alpha^{(j)} = \theta + A \cdot W_A^{(j)} + \dots + K \cdot W_K^{(j)}$$
<sup>(2)</sup>

For simplicity, the letters A, B, ..., K in (2) denote the numerical contribution of the corresponding factors;  $\theta$  is a constant, the same for all runs and all factor combinations.

(iv) The experiment has as a two-level factorial orthogonal design, i.e. the coefficients  $W_A^{(j)}$ , ...,  $W_K^{(j)}$  equal tp ±1, and the column- vectors  $\mathbf{W}_{\mathbf{A}} = [W_A^{(1)}, ..., W_A^{(N)}]$ , ...,  $\mathbf{W}_{\mathbf{K}} = [W_K^{(1)}, ..., W_K^{(N)}]$  are pair wise orthogonal.

**Remark 1.** If the lifetime for each run has a lognormal distribution with only location parameter depending on the factors involved, then  $\psi(x) = \log x$ , and Z will have a standard Normal distribution.

Since (1) is a location-scale family, it follows from our assumptions that for each j we observe the first r order statistics of the corresponding sample, and this is the same as observing, for each j,

$$Y_{in}^{(j)} = \alpha^{(j)} + \beta Z_{in}, \ i = 1, 2, ..., r.$$
(3)

Here  $Z_{i:n}$  is the *i*-th order statistic from a sample of n random variables  $Z_s$ , s = 1, ..., n.

**Remark 2.** Add and subtract from the right-hand side of (3) the term  $\beta E[Z_{i:n}] = \beta m_{i:n}$ . Then we can assume that (3) takes the form

$$Y_{i:n}^{(j)} = \alpha_0^{(j)} + \beta \varepsilon_{i:n}, \ i = 1, 2, ..., r.$$
(4)

where  $\varepsilon_{in}$  is a zero-mean error term, and  $\alpha_0^{(j)}$  differs from  $\alpha^{(j)}$  by a constant absorbed into the  $\theta$ -term (see (2)). Note that this constant is the same for all runs j = 1, ..., N.

In order to use all information observed in the *j*-th run, we suggest to consider as the response a *convex combination* of the first *r* order statistics:

$$X^{(j)} = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i Y_{i:n}^{(j)} ,$$
(5)

where  $\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = 1, \ \alpha_i \ge 0$ .

Now the response of the *j*-th run takes the form:

$$X^{(j)} = a^{(j)} + \beta Z^{j}, \tag{6}$$

where  $Z_j$  is a zero-mean error term, and  $a^{(j)}$  differs from the expression in (2) by a constant  $\beta \sum_{i=1}^{r} \alpha_i m_{in}$ .

It is desirable to choose the coefficients  $\alpha_i$  to provide the *minimal* variance of the response, as the following claim states.

#### Claim 1.

(i) Minimal variance of  $\sum_{i=1}^{r} \alpha_i Z_{i:n}$  subject to  $\sum_{i=1}^{r} \alpha_i = 1, \alpha_i \ge 0$  is attained at

$$\left[\boldsymbol{\alpha}_{1}^{*},...,\boldsymbol{\alpha}_{r}^{*}\right] = \mathbf{V}^{-1} \cdot 1 \cdot C, \qquad (7)$$

where **V** is the covariance matrix of  $[Z_{1:n}, ..., Z_{r:n}]$ ,  $C = (\mathbf{1}^T \cdot \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{1})^{-1}$ , and **1** is a column matrix with all elements being equal 1.

(ii) The minimum of the variance equals to *C*.

The proof is based on the Extended Cauchy-Schwarz inequality, see Johnson and Wichern (1982), p.66. (Use (2.49) there and put  $\mathbf{d} = \mathbf{1}$ .) #

#### **Estimation of parameters** *A*, *B*, ..., *K*.

From now on, let us assume that the  $\alpha_i$  values are always equal to the optimal  $\alpha_i^*$ . Our model (6) now takes the following form:

 $X^{(1)} = \theta + A \cdot W_A^{(1)} + \dots + K \cdot W_K^{(1)} + \beta Z^{(1)}$ .....  $X^{(N)} = \theta + A \cdot W_A^{(N)} + \dots + K \cdot W_K^{(N)} + \beta Z^{(N)}$ 

Now multiply the *j*-th row by  $W_A^{(j)}$ , j = 1,...,n and sum up all rows.

Due to the orthogonality of  $W_A$ , ...,  $W_K$ , we obtain

$$\sum_{j=1}^{N} W_{A}^{(j)} X^{(j)} = N \cdot A + \beta \varepsilon ,$$
(8)

where  $\varepsilon$  is a zero-mean error-term. Now the unbiased estimator of A equals

$$\ddot{A} = \sum_{j=1}^{N} W_{A}^{(j)} X^{(j)} / N$$
(9)

Similarly we obtain estimators for B, C, ..., K. By (9) and (6) their variance equals

$$Var\left[\overset{``}{A}\right] = N^{-1}\beta^{2}Var\left[Z^{(j)}\right] = N^{-1}\beta^{2}C, \qquad (10)$$

where C is determined by (i) in Claim 1.

It is easy to prove that that all estimators of the factor coefficients are pair wise uncorrelated, e.g.  $Cov[\ddot{A}, \ddot{K}] = 0$ . This follows from the properties of  $Z^{(j)}$  and from the fact that vectors  $\mathbf{W}_{(\cdot)}$  have equal number of positive and negative terms. Simplified estimator of  $\beta$ . Let us return to the principal relationship (3), fix two integers  $s, s \le r$ , and  $m \le r, s < m$ , and write (3) for i = m and i = s. Subtracting one from another, the  $\alpha^{(j)}$  term cancels and we arrive at the formula

$$Y_{m:n}^{(j)} - Y_{s:n}^{(j)} = \beta \left( Z_{m:n} Z_{s:n} \right), \ j = 1, 2, \dots, N.$$
(11)

It follows from (11) that

$$E[Y_{mn}^{(j)}] - E[Y_{sn}^{(j)}] = \beta \left( E[Z_{mn}] - E[Z_{sn}] \right)$$
(12)

Replace in (12) the expectations in the left-hand side by the corresponding averages and consider the following simplified estimator for  $\beta$ :

$$\beta = \frac{\overline{y}_{m:n} - \overline{y}_{s:n}}{\left(E\left[Z_{m:n}\right] - E\left[Z_{s:n}\right]\right)} .$$
(13)

Here  $\overline{y}_{s:n} = N^{-1} \sum_{j=1}^{N} \psi(\tau_{s:n}^{j})$ . (The simplification is in replacing  $Z_{m:n} - Z_{s:n}$  by its expectation).

From (12) it follows that

$$Var\left[\overset{\mathbf{i}}{\beta}\right] = \frac{Var[Y_{m:n}] + Var[Y_{s:n}] - 2Cov[Y_{m:n}, Y_{s:n}]}{N \cdot \left(E[Z_{m:n}] - E[Z_{s:n}]\right)^2}.$$
(14)

By (3),  $Var[Y_{i:n}] = \beta^2 Var[Z_{i:n}]$ , and this results in

$$Var\left[\ddot{\boldsymbol{\beta}}\right] = \frac{\beta^{2} \left[ Var[Z_{m:n}] + Var[Z_{s:n}] - 2Cov[Z_{m:n}, Z_{s:n}] \right]}{N \cdot \left( E[Z_{m:n}] - E[Z_{s:n}] \right)^{2}}.$$
(15)

We state without proof that the smallest value of  $Var[\beta]$  is attained when m = r and s = 1.

#### 3. Example: Thermostat Life Cycle Test.

Burlington et al (1993) describe a screening life testing experiment of thermostats aimed at finding the best combination of design parameters (factors) which would provide the longest thermostat life.

Eleven most important design factors A, B, ..., K were selected by an expert team, e.g. the current density B, Beryllium Copper grain size E and heat treatment H. For each factor, two levels were chosen, the lower and the upper, denoted by -1 and +1, respectively - see Table 1. For E, for example, the grain sizes of 0.008" and 0.018" were chosen for the low and high level, respectively.

Factor												
Α	В	С	D	E	F	G	Η	Ι	J	K	$ au_{1:10}$	$ au_{2:10}$
-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	957	2486
-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	206	284
-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	63	113
-1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	76	104
-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	92	126
-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	490	971
+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	232	326
+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	206	284
+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	142	144
+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	259	266
+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	381	420
+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	-1	56	62
	$\begin{array}{c} A \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ +1 \\ +1 \\ +1$	$\begin{array}{cccc} A & B \\ \hline -1 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & -1 \\ -1 & +1 \\ -1 & +1 \\ -1 & +1 \\ +1 & -1 \\ +1 & -1 \\ +1 & -1 \\ +1 & +1 \\ +1 & +1 \\ +1 & +1 \end{array}$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	A         B         C         D         E         F         G $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$	$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	A         B         C         D         E         F         G         H         I $-1$ </td <td>A         B         C         D         E         F         G         H         I         J           <math>-1</math> <math>-1</math></td> <td>ABCDEFGHIJK<math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>-1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math><math>+1</math></td> <td>ABCDEFGHIJK<math>\tau_{I:10}</math>-1-1-1-1-1-1-1-1-1-1957-1-1-1-1-1+1+1+1+1+1+1206-1-1+1+1-1-1-1-1+1+163-1+1+1+1-1+1+1+1-192-1+1+1-1+1+1-1+192-1+1+1-1+1+1-1+192-1+1+1-1+1+1-1490+1-1+1+1-1+1+1-1232+1-1+1+1+1+1-1+1206+1-1+1+1+1+1+1-1+1232+1+1+1-1+1+1+1-1+1206+1+1+1-1+1+1+1+1-1+1206+1+1+1-1+1+1+1+1+1-1+1206+1+1+1-1+1+1+1+1+1+1206+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1259+1+1-1+1+1-1</td>	A         B         C         D         E         F         G         H         I         J $-1$	ABCDEFGHIJK $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $-1$ $-1$ $-1$ $-1$ $-1$ $+1$ $+1$ $-1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$ $+1$	ABCDEFGHIJK $\tau_{I:10}$ -1-1-1-1-1-1-1-1-1-1957-1-1-1-1-1+1+1+1+1+1+1206-1-1+1+1-1-1-1-1+1+163-1+1+1+1-1+1+1+1-192-1+1+1-1+1+1-1+192-1+1+1-1+1+1-1+192-1+1+1-1+1+1-1490+1-1+1+1-1+1+1-1232+1-1+1+1+1+1-1+1206+1-1+1+1+1+1+1-1+1232+1+1+1-1+1+1+1-1+1206+1+1+1-1+1+1+1+1-1+1206+1+1+1-1+1+1+1+1+1-1+1206+1+1+1-1+1+1+1+1+1+1206+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1259+1+1-1+1+1-1

Table 1Thermostat test results, n = 10, r = 2

The experiment consisted of N = 12 runs with the factors being arranged according to the PLackett-Burman resolution IV design, see Table 1. For each factor combination, n = 10 thermostats were subjected to heating cycles under identical conditions until they fail. The duration of the whole test was 7,342 thermal kilocycles. At the end of the test only two failures were observed in the first and eleventh run (trials), four failures in the fourth trial, and ten failures in all other trials. Table 1 presents the test results for the two smallest observed lifetimes, for each factor combinations.

In our analysis we will ignore the presence of other observed lifetime data. In spite of a seeming loss of information we demonstrate that our results are identical to those obtained by Burlington et al from "complete" data.

In the notation of the previous section, we have r = 2, the observed lifetimes are  $\tau_{1:10}$ ,  $\tau_{2:10}$ . Our function  $\psi(x) = \log(x)$  and this means that we assume that thermostat lifetime has either lognormal or Weibull distribution. In our analysis, the observed response in *j*-th run will be, according to Section 2,  $x^{j} = \alpha_{1} \cdot \log \tau_{1:10} + \alpha_{2} \cdot \log \tau_{2:10}$ .

Our first choice is to assume that the thermostat lifetime has a lognormal distribution. Then Z in (1) is *Normal*(0, 1). Table 2 prescribes to take  $\alpha_1 = 0.199$ ,  $\alpha_2 = 0.801$ . Using (9) and similar formulas, we obtain now the estimates of the effects for all factors. They are:

$$\ddot{h} = -0.32$$
,  $\ddot{b} = -0.09$ ,  $\ddot{c} = -0.12$ ,  $\ddot{b} = 0.06$ ,  $\ddot{E} = -0.92$ ,  $\ddot{F} = 0.005$ ,  $\ddot{G} = -0.25$ ,  $\ddot{H} = -0.21$ ,  $\dot{F} = -0.27$ ,  $\ddot{J} = -0.27$ ,  $\ddot{K} = -0.31$ 

The normal plot of these estimates, see Fig. 1, clearly indicates that the only significant factor is E, and its sign says that the grain size must be kept on its lower level 0.008". This coincides with Burlington's conclusion.

[For using normal plot to identify the significant factors see e.g. Box and Draper (1987), Ch.4]

#### Table 2

Optimal weights  $\alpha_i^*$  for the convex combinations of the first *r* order statistics and their variances (*n* = 10)

Extreme-value distribution Normal distribution

r	$\boldsymbol{\alpha}_1^*$	$\alpha_2^*$	$\alpha_3^*$	$\alpha_4^*$	$\alpha_5^*$	γ	Var	$\boldsymbol{\alpha}_1^*$	$\alpha_2^*$	$\alpha_3^*$	$\alpha_4^*$	$\alpha_5^*$	γ	Var
2	0.148	0.852				0.94	0.61	0.199	0.801				0.96	0.20
3	0.045	0.205	0.750			0.93	0.37	0.161	0.154	0.685			0.92	0.16
4	0.023	0.080	0.0216	0.681		0.92	0.26	0.140	0.135	0.135	0.590		0.88	0.14
5	0.016	0.047	0.096	0.217	0.624	0.90	0.17	0.126	0.124	0.125	0.118	0.507	0.83	0.12



#### Normal Probability Paper

Figure 1. Normal plot of factor effects

After some modification of the model by including into it interactions, Hamada (1995) found that that two factors E and H and their interaction EH are significant and that both factors must be kept on their lower level. Our normal plot does not confirm the significance of the H factor. We may, however estimate the interaction effect of EH. Assume that all effects except E equal zero. Multiply the response column  $[x^{I}, ..., x^{N}]$  by the product of E and H columns. We will find that  $\widetilde{E}H = 0.42$ , which may be considered as an evidence that the interaction is significant. Then both factors, E, H should be kept on their upper level. This also coincides with the Hamada's conclusion (1995).

Let us estimate  $\beta$  and the standard error of its estimate. For this purpose we use formulas (13) and (15) and the expected values, and variances and covariances of the order statistics  $Z_{I:N}$  and  $Z_{2:N}$  given in Tables 3a,b. For the normal case  $\ddot{\beta} = 0.59$  and  $\sigma_{\chi} = 0.15$ .

**Table 3a** The covariance matrix of order statistics for  $n = 10, r = 9, Z \sim \text{Extr}(0,1)$ .

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.645	0.436	0.275	0.193	0.144	0.111	0.086	0.067	0.051
2		0.646	0.290	0.204	0.152	0.117	0.091	0.071	0.054
3			0.397	0.217	0.162	0.124	0.097	0.076	0.058
4				0.287	0.174	0.137	0.104	0.081	0.062
5					0.227	0.145	0.113	0.088	0.067
6						0.190	0.125	0.098	0.074
7							0.166	0.111	0.085
8								0.152	0.100
9									0.149

Table 3 b
Mean values of the order statistics, $n = 10$

$m_{(1)}$	$m_{(2)}$	$m_{(3)}$	$m_{(4)}$	$m_{(5)}$
-2.800	-1.826	-1.267	-0.868	-0.544
$m_{(6)}$	$m_{(7)}$	$m_{(8)}$	$m_{(9)}$	$m_{(10)}$
-0.257	-0.012	0.284	0.585	0.990

All the above analysis can be carried out also for the assumption that the lifetime has Weibull distribution. Then  $Z \sim Extr(0, 1)$ . Practically all results will be very similar to the above normal case. The only difference appears in the estimate of  $\beta$ : now  $\dot{\beta} = 0.33$  and  $\sigma_{1} = 0.12$ .

#### Remark 1.

In a preliminary trial to process the data in Table 1, we took as a response only the logarithm of a *single* order statistic  $\tau_{2:10}$ . The results were essentially the same as for the case of using optimally two first order statistics. An explanation might be the fact that including  $\tau_{1:10}$  adds very little to the accuracy of the estimates of factor effects.

The columns named  $\gamma$  in Table 1 show the value of the ratio  $\gamma = C/Var[Z_{r:n}]$ . Surprisingly, for *r* 1,2,3,4,5 and *n* = 10, for *Z* ~ *N*(0, 1) and *Z* ~ *Extr*(0, 1) the  $\gamma$ -values are quite close to 1. Therefore, the *r*-th order statistic contains practically the same information as the whole set of the first *r* order statistics.

#### Remark 2.

How much we gain in the accuracy of the estimates of factor effects if we increase r? The columns **Var** display the variances of the optimal convex combinations of the first r order statistics. For the normal case, we may gain almost twice in the decrease of the variance by increasing r from 2 to 6. Interestingly, a complete sample of n = 10 for the lognormal case would give the variance equal to 0.1, a reduction of variance by factor of 2, comparing to r = 2.

Assume that  $Z \sim Extr(0, 1)$ , r = 5. Then the variance would decrease by a factor of three, and a complete sample would result in variance reduction by a factor of 3.7, comparing to r=2.

#### Remark 3: gain in test duration.

In practice, the variance reduction achieved by the *increase* of the *r* value must be weighted against the increase of the *duration* of the whole life testing experiment.

Let us discuss this issue in more detail. Returning to (1) and using the logarithmic transformation, let us present the k-th smallest observation in the j-th run as

$$\log \tau_{kn}^{j} = \alpha^{j} + \beta Z_{kn}^{j}, \tag{16}$$

and, taking expectations,

$$\log E[\mathbf{t}_{mn}^{j}] = \boldsymbol{\alpha}^{j} + \boldsymbol{\beta} m_{kn}^{j}.$$
<sup>(17)</sup>

Now put in (17) k = g and k = s and approximate the mean of the logarithm by the logarithm of the mean. Then we obtain

$$\log E\left[\mathbf{\tau}_{g:n}^{j}\right] - \log E\left[\mathbf{\tau}_{s:n}^{j}\right] \approx \beta\left(m_{g:n} - m_{s:n}\right)$$
(18)

or

$$E[\mathbf{\tau}_{g:n}^{i}]/E[\mathbf{\tau}_{s:n}^{i}] \approx \exp[\beta(m_{g:n}-m_{s:n})]$$
<sup>(19)</sup>

*Example.* Suppose that the logarithm of the observed lifetime is normally distributed, the sample size n = 10 and we want compare the increase of test duration arising from the increase of k from 2 to 5. From Table 4 b we see that  $[m_{5:10} - m_{3:10}] = -0.123 + 1.00 = 0.877$ . For  $\beta = 0.59$ , we obtain that the means of the test duration increase approximately by a factor of exp[0.59 \* 0.877] = 1.68. Suppose now that we observe all n = 10 failures, i.e. g = 10. Then the test duration increases approximately by a factor exp $[0.59(1.54 + 1.00)] \approx 4.5$ .

**Table 4 a** The covariance matrix of order statistics for  $n = 10, Z \sim N(0, 1)$ 

;	1	2	2	1	5	6	7	0	0	10
1	1	L	3	4	5	0	1	0	9	10
1	0.344	0.171	0.116	0.088	0.071	0.058	0.049	0.041	0.034	0.027
2		0.214	0.147	0.112	0.090	0.074	0.062	0.052	0.043	0.034
3			0.175	0.134	0.108	0.089	0.075	0.063	0.052	0.041
4				0.158	0.128	0.106	0.089	0.075	0.062	0.049
5					0.151	0.126	0.106	0.089	0.074	0.058
6						0.151	0.128	0.108	0.090	0.071
7							0.158	0.138	0.112	0.088
8								0.175	0.147	0.116
9									0.214	0.171
10										0.344

## Table 4 bMean values of the order statistics (normal case)

$m_{(1)}$	$m_{(2)}$	$m_{(3)}$	$m_{(4)}$	$m_{(5)}$
-1.5388	-1.0014	-0.6561	-0.3758	-0.1227

#### Acknowledgments

I am grateful to Professor Soren Bisgaard for valuable discussions and for introducing me to the subject of factorial experiments. I wish to thank Professor M.Nikulin for his valuable critical remarks.

#### References

George E. Box and N.R. Draper. Model Building and Response Surfaces, Wiley & Sons, 1987.

R.G. Bullington et al. Improvement of an industrial thermostat using designed experiments. *J.Qual. Tech.*, **25**, 1993, 262-270.

I. Gertsbakh. Statistical Reliability Theory. Marcel Dekker, 1989.

M.Hamada. Using statistically designed experiments to improve reliability and achieve robust reliability.*IEEE Trans. Reliab.*, 1995, **44**, 206-215.

M. Hamada and C.F. Wu. Analysis of censored data from highly fractioned experiments. *Technometrics*, **33**, 1991, 25-38.

M.Hamada and S.K. Tse. On estimability problem in industrial experiments with censored data. *Statistica Sinica*, **2**, 1992, 381-391.

R.A.Johnson and D.W. Wichern. Applied Multivariate Statistical Analysis, Prentice Hall, 1982

W. Nelson. Accelerated Life Testing. Wiley, 1990.

## **BAYESIAN PROBABILITY PAPERS**

#### M. Kaminskiy

Center for Technology and Systems Management, University of Maryland, College Park, MD 20742, USA

V. Krivtsov<sup>2</sup>

Office of Technical Fellow in Quality Engineering, Ford Motor Company, Dearborn, MI 48120, USA

#### ABSTRACT

The paper introduces a method of Bayesian probability papers for estimating the reliability function of popular in reliability analysis location-scale life time distributions. We use simulation examples to validate the method and a real engineering data example to illustrate its practical application.

Key words: Bayesian regression, Bayesian estimation, probability paper.

#### **1. INTRODUCTION**

A Bayes' approach to reliability (survivor) function estimation is introduced. This Bayes' approach is similar to the widely used *probability papers*, which can be considered as the respective *classical* analog.

The traditional probability paper technique is applied to the distributions, whose cumulative distribution functions (or reliability functions) can be linearized in the way that the distribution parameters are estimated through the simple linear regression model y = ax + b. The family of such distributions includes such popular distributions as the Weibull, exponential, normal, log-normal, and log-logistic. The estimates obtained using the probability papers are considered as the initial estimates (for the subsequent nonlinear estimation), but in reliability engineering practice, they often turn out to be the final ones as well.

In this paper, the basic assumptions related to the simple normal linear regression model are discussed in the framework of the probability papers procedures, and the basic violations of these assumptions are specified.

Analogously, the probability papers procedures are considered from the standpoint of Bayesian simple linear regression model. It is shown that the Bayesian simple regression model can be applied to the probability paper procedures with approximately the same number of violations of the respective

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Corresponding author. *E-mail address:* <u>VKrivtso@Ford.com</u>

Bayesian assumptions as the classical probability papers procedures have with respect to classical simple regression model.

The discussion below is limited to the respective point estimation procedures.

#### 2. CLASSICAL PROBABILITY PAPERS AND SIMPLE LINEAR REGRESSION

The above mentioned linearization is applicable to those lifetime (time to failure) distributions for which some transform of lifetime has a location-scale parameter distribution. The location-scale distribution for a lifetime random variable t is defined as the distribution having the probability density function (PDF), which can be written in the following form [Lawless, 2003]:

$$f(t) = \frac{1}{b} f_0 \left( \frac{t - u}{b} \right) \qquad -\infty < t < \infty \tag{1}$$

where u (-  $\infty < u < \infty$ ) and b > 0 are location and scale parameters, and  $f_0(x)$  is a specified PDF on (- $\infty$ ,  $\infty$ ).

#### 2.1 Classical Simple Linear Regression

Consider the basic assumptions associated with the simple normal linear regression model. Let's assume that a random *response variable* y fluctuates about an unknown nonrandom *response function*  $\eta(x)$  of nonrandom known *explanatory variable* x, that is  $y = \eta(x) + \varepsilon$ , where  $\varepsilon$  is the random fluctuation or error. In the following, we consider  $\eta(x)$  in the simple linear form, so that it can be written as

$$y(x) = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon, \tag{2}$$

or as

$$y(x) = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon, \qquad (2-1)$$

where  $\beta_0$  and  $\beta_1$  are unknown parameters to be estimated;  $x_0 \equiv 1$ , and  $x_1 \equiv x$ . The data related to model (2) are the pairs composed of observations  $y_i(x_i)$  and the respective values  $x_i$  (*i*= 1, 2, ..., *n*),  $n \ge 2$ .

For these observations, it is assumed that

$$y_i(x_i) = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \tag{3}$$

where errors  $\varepsilon_i$  (*i*= 1, 2, ..., *n*) are independent normally distributed with mean 0 and variance  $\sigma^2$ . In other words, the observations  $y_i(x_i)$  are independent normally distributed with mean  $\beta_0 x_0 + \beta_1 x_i$  and variance  $\sigma^2$ .

For the following discussion, let us consider Equation (3) in its matrix form, which is given by

$$Y = XB + \varepsilon \tag{3-1}$$

where

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ y_n \end{bmatrix}, \qquad X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ 1 & x_n \end{bmatrix}, \qquad B = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{bmatrix}, \qquad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_n \end{bmatrix},$$

where  $\varepsilon$  is the vector of errors with zero means and the following matrix of variances

$$Var\left(\varepsilon\right)=\sigma^{2}I,$$

and I is the  $(n \ge n)$  unit (identity) matrix, i.e.,

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

The matrix form (3-1) is used below in Example 1 and in the further discussion.

The estimates of parameters  $\beta_0$  and  $\beta_1$  are found as

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{0} = \bar{\boldsymbol{y}} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{1} \bar{\boldsymbol{x}}, \qquad (4)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{1} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{x}_{i} - \bar{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{y}_{i} - \bar{\boldsymbol{y}})}{\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{x}_{i} - \bar{\boldsymbol{x}})^{2}},$$

where  $\overline{y} = n^{-1} \Sigma y_i$  and  $\overline{x} = n^{-1} \Sigma x_i$ .

The estimates (4) can be written in the matrix form as

$$\stackrel{\circ}{B} = \begin{bmatrix} \stackrel{\circ}{\beta}_{0} \\ \stackrel{\circ}{\beta}_{1} \end{bmatrix} = (X'X)^{-1}X'Y, \qquad (4-1)$$

where X' is the transpose of matrix X, and  $(X'X)^{-1}$  is the inverse of the matrix product of X' and X.

A more general case of model (3) is the so-called *weighted regression* when errors  $\varepsilon_i$  are still independent but have different variances  $\sigma_i^2$  (*i*= 1, 2, ..., *n*). This model, which is called *weighted linear regression*, will be discussed in the following, so we need to write it here as

$$y_i(x_i) = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \tag{5}$$

where errors  $\varepsilon_i$  are independent normally distributed with mean 0 and different variances  $\sigma_i^2(x_i)$  (*i*= 1, 2, ..., *n*). In the matrix form, the model (5) can be written as

$$Y = XB + \varepsilon, \tag{3-2}$$

where  $\varepsilon$  is the vector of independent errors with zero means and (in opposite to (3-1)) the following symmetric positively defined diagonal (*n* x *n*) matrix of variances Var ( $\varepsilon$ ) = $\Sigma$ ,

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_n^2 \end{bmatrix}$$

The above variance matrix  $\Sigma$  can be represented in the form needed for the following consideration

	$1/w_1$	0	0	0	
$\Sigma = 2$	0	$1/w_{2}$	0	0	
$\Sigma = \sigma$					,
	0	0	0	$1/w_{2}$	

where  $w_1, w_2, \ldots, w_n$  are the so-called weights. It is obvious, the greater variance, the smaller the respective weight is. The matrix of weights is defined as

$$\Sigma^{-1} = \sigma^{-2} \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & w_2 \end{bmatrix}$$

The estimates of parameters  $\beta_0$  and  $\beta_1$  for model (5) can be found as

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \end{bmatrix} = (X' \Sigma^{-1} X)^{-1} X' \Sigma^{-1} Y$$
(4-2)

#### 2.2 Classical Probability Papers

Without loss of generality, consider the Weibull probability paper estimation procedure, which is one most popular in life data analysis. Let the cumulative distribution function (CDF) of the Weibull time to failure (TTF) distribution F(t) be given in the following form

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta}\right)$$
(6)
where t is TTF,  $\alpha$  and  $\beta$  are the scale and shape parameters, respectively. Applying the logarithmic transformation twice, the above CDF is transformed to the following expression

$$\ln(-\ln(1 - F(t))) = \beta \ln t - \beta \ln \alpha \tag{6-1}$$

Introducing the following notation  $y(t) = \ln(-\ln(1 - F(t)))$ ,  $\ln t = x$ ,  $\beta_0 = \beta \ln(\alpha)$ , Equation (6-1) takes on the simple linear response function form (2-1):

$$y(x) = \beta_0 x_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon$$
(6-2)

It should be noted that there is no guarantee that the errors  $\varepsilon$  are independent and normally distributed with mean 0 and variance  $\sigma^2$  anymore. Nevertheless, the simple linear regression technique is widely applied to Equation 6-1, which is known as the Weibull probability plotting. The corresponding procedure also includes estimation of CDF F(t) using order statistic, which is illustrated in the framework of the following example.

*Example 1.* 100 identical components were put on a life test. The test data are Type II censored: the test was terminated at the time of the fifth failure. Failure times  $t_{(i)}$  (in hours) of the 5 failed components were 11.96, 39.10, 71.52, 74.90, 123.14.

The traditional estimates  $F(t_{(i)})$  of CDF F(t), used in the Weibull probability papers is given by the following formulae [1]:

$$\hat{F}(t_{(i)}) = \frac{i - 0.5}{n}$$
(7)

where  $t_{(i)}$  (i = 1, 2, ..., r; and  $r \le n$ ) are the ordered failure times. In our example r = 5 and n = 100.

Calculating these estimates for our data and applying double logarithmic transformation (6-1) results in the following table (vector) of observations *y*'s

$$Y = \begin{bmatrix} -5.29581 \\ -4.19216 \\ -3.67625 \\ -3.33465 \\ -3.07816 \end{bmatrix}$$

The explanatory variable  $x_1$  is obviously the logarithm of the failure times, so that our explanatory variable matrix X is evaluated as

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2.48196 \\ 1 & 3.66605 \\ 1 & 4.27004 \\ 1 & 4.31620. \\ 1 & 4.81332 \end{bmatrix}$$

Now we can find the estimates of the parameters  $\beta$  and  $\beta_0 = \beta \ln(\alpha)$  using Equations (4) or (4-1) as  $\hat{\beta} = 0.971$  (the estimate of the shape parameter) and  $\hat{\beta}_0 = -7.712$ , so that the estimate of the scale parameter is  $\hat{\alpha} = 2809.852$ .

At this point, it must be mentioned that the test data in this example are simulated from the Weibull distribution with the scale parameter  $\alpha = 1000$  and the shape parameter  $\beta = 1.5$ . It is clear that the estimates obtained are rather biased.

#### **3. BAYESIAN SIMPLE LINEAR REGRESSION AND BAYESIAN PROBABILITY PAPERS**

#### 3.1 Bayesian Interpretation of Classical Simple Linear Regression

Consider simple normal linear regression (3). In Bayesian context, it is assumed that the parameters of model  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  and  $\log \sigma$  are uniformly and independently distributed, i.e.,

$$p(\beta_0, \beta_1, \sigma) \propto 1/\sigma$$
 (8)

Note that it is an extra assumption, i.e., the assumptions about the observations  $y_i(x_i)$  are not changed.

Assumption (8) is a convenient form of the so-called, noninformative prior distribution.

It can be shown [2] that under the given assumptions, the conditional posterior probability density function for  $\beta_0$  and  $\beta_1$  has the *bivariate normal* form with mean  $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$ , which are given by

$$\hat{\beta}_{0} = \bar{y} - \hat{\beta}_{1} \bar{x}, \qquad (9)$$

$$\hat{\beta}_{1} = \frac{\Sigma(x_{i} - \bar{x})(y_{i} - \bar{y})}{\Sigma(x_{i} - \bar{x})^{2}}$$

where  $\bar{y} = n^{-1}\Sigma y_i$  and  $\bar{x} = n^{-1}\Sigma x_i$ . The above expressions for  $\hat{\beta}_0$  and  $\hat{\beta}_1$  are the easily recognizable classical least squares estimates (4) for the simple linear regression (3)

3.2 Including Prior Information about Model Parameters

In the framework of Bayesian linear regression analysis, the prior information can be added to one or several regression parameters. Let's begin with including prior information about a single regression parameter, say  $\beta_1$ . It is supposed that the information can be expressed as the normal distribution with known mean  $\beta_{1pr}$  and variance  $\sigma^2_{\beta_{1pr}}$  [3], i.e.,

$$\beta_{1 \text{ pr}} \sim N(\beta_1, \sigma^2_{\beta_1 \text{ pr}})$$

Note that this prior distribution is similar to classical *assumptions* about observations  $y_i(x_i)$  (i = 1, 2, ..., n), introduced in Section 1.

Based on this similarity, the prior information on parameter  $\beta_1$  is interpreted as an additional (pseudo) "data point" in the regression data set, and the posterior point estimates are calculated using the same Equations (4) or (9). For the case considered, this "observed" value of *y* corresponds to  $x_0 = 0$  and  $x_1 = 1$ .

Including prior information about a set of regression parameter is performed in the similar way. For example, the prior information about the other regression parameter,  $\beta_0$  is included as a "data point" having the prior  $\beta_{0 \text{ pr}} \sim N(\beta_0, \sigma^2_{\beta 0 \text{ pr}})$ . This "observed" value of *y* corresponds to  $x_0 = 1$  and  $x_1 = 0$ .

Because, for the time being, we consider the case of independent observations with equal variances, we are expand this assumption to the priors, i.e., it is assumed that the priors are independently and normally distributed with equal variances, i.e.,

$$\sigma^2_{\beta 0 \text{pr}} = \sigma^2_{\beta 1 \text{pr}} = \sigma^2 \tag{10}$$

The following example illustrates the issues discussed in the given section.

# *Example 2.* The data from Example 1 are used. The prior information about the unknown parameters is incorporated as follows.

#### Example 2.1

The prior shape parameter of the Weibull distribution  $\beta_{pr} = 1.5$ , and the prior scale parameter  $\alpha_{pr} = 1000$ . Note that we use the true values of the parameters of the Weibull distribution, from which the data were generated, so that to an extent, our prior information is ideal.

In terms of the regression model (6-2), parameter  $\beta_1$  as an additional (pseudo) "data point" is 1.5 with corresponding  $x_0 = 0$  and  $x_1 = 1$ . The parameter  $\beta_0$  as another additional point is  $\beta \ln(\alpha) = -10.36$  with corresponding  $x_0 = 1$  and  $x_1 = 0$ . The table (vector) of observations y' with these two new point now is

$$-5.29581 \\
-4.19216 \\
-3.67625 \\
-3.33465 \\
-3.07816 \\
-10.3616 \\
1.5000$$

The respective explanatory variable matrix X is now

$$X = \begin{vmatrix} 1 & 2.48196 \\ 1 & 3.66605 \\ 1 & 4.27004 \\ 1 & 4.31620 \\ 1 & 4.81332 \\ 1 & 0.00000 \\ 0 & 1.00000 \end{vmatrix}$$

As in Example 1, the estimates of the posterior estimates of parameters  $\beta$  and  $\beta_0 = \beta \ln(\alpha)$  are calculated using Equations (4) or (4-1), which gives  $\hat{\beta}_{1post} = 1.512$  (the estimate of the shape parameter) and  $\hat{\beta}_0 =$ -9.915, so that the posterior estimate of the scale parameter is  $\alpha_{post} = 705.294$ . See Figure 1 for a graphical interpretation of Example 2.



Figure 1. Weibull probability Plot of Prior & Posterior Distributions.

The above example represents a case when the pseudo data points are assumed having the same variances as the real data points (observations). In the framework of the weighted regression, this case corresponds to the equal weights situation. From Bayesian standpoint, it is the situation when the prior information has as much value as the real data.

Now consider the following two extreme cases.

#### *Example 2.2*

In the first case, the prior information has a negligible value. This case can be realized using very small weights (large variances) related to the pseudo data points on the Weibull plot. Let's consider the data of Example 2 with the following variance matrix:

	1	0	0	0	0	0	0
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0
$\Sigma =$	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	0	1000	0
	0	0	0	0	0	0	1000

Applying Equation (4-2) for the weighted linear regression, results in  $\hat{\beta}_{1post} = 0.975$  (the estimate of the shape parameter) and  $\hat{\beta}_0 = -7.726$ , so that the estimate of the scale parameter of the Weibull Distribution is  $\alpha_{post} = 2772.408$ . It is clear that, the posterior estimates are close to the classical ones (see Example 1). The result shows that the prior information does not play a significant role in the estimation.

#### Example 2.3

Now consider the opposite case. Let's select very large weights (very small variances) related to the pseudo data points on the Weibull plot. Let's consider the data of Example 2 with the following variance matrix:

	[1	0	0	0	0	0	0 ]
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0
$\Sigma =$	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	0	0.001	0
	0	0	0	0	0	0	0.001

Applying the same Equation (4-2) for the weighted linear regression, gives the following estimates:  $\hat{\beta}_{1post} = 1.509$  (the estimate of the shape parameter) and  $\hat{\beta}_0 = -10.359$ , so that the estimate of the scale parameter is  $\hat{\alpha}_{post} = 958.276$ . It is clear that, the posterior estimates are close to the true values of the Weibull distribution, from which the data were generated. This result reveals that in the considered case, the prior information does play a dominant role in estimation.

#### Example 2.4

Now consider the case close to real practical application of the given Bayesian procedure. One can assume that the data points on the Weibull probability plot have equal variances (standard deviations). Let's assume that they are equal to 1. A degree of belief in the prior information about the Weibull distribution parameters can be expressed in the same terms of standard deviations. It is reasonable to assume that the standard deviations related to the respective pseudo data points are, say, 3 times larger compared to the real data points, e.g., three times larger. Let's consider this case using the same example. The respective variance matrix for this case is

	1	0	0	0	0	0	0 ]
	0	1	0	0	0	0	0
	0	0	1	0	0	0	0
$\Sigma =$	0	0	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	0	0	0	9.000	0
	0	0	0	0	0	0	9.000

Applying the same Equation (4-2), gives the following estimates: the estimate of the shape parameter  $\hat{\beta}_{1post} = 1.934$ , and the estimate of the scale parameter is  $\alpha = 1356.920$ . It is clear that, the posterior estimates are based on both types of data – the real observations and the prior information.

#### 3.3 Including Prior Information about Reliability or Cumulative Distribution Function

It is clear that prior information about the reliability function or the CDF can be included in data set using a similar approach. That is, treating the prior knowledge about the reliability function at some given times as additional data points, and expressing the degree of belief in terms of standard deviations of prior reliability function estimates, which can be obtained using either expert opinion elicitation, or appropriate data (e.g., data on the predecessor product, alpha version testing etc.)

#### Table 1. Summary of Examples.

True values of the Weibull distribution parameters are: $\alpha = 1000$ , $\beta$	= 1	.5.
---	-----	-----

Example	Estimation Procedure and Data	Estimate of $\alpha$	Estimate of $\beta$
Example 1	Classical procedure. Real data only	2810	0.971
Example 2.1	Bayes' procedure with equal weights based on	705	1.512
	real data and ideal prior estimates, i.e., $\alpha_{pr} =$		
	$1000, \beta_{\rm pr} = 1.5.$		
Example 2.2	Bayes' procedure with negligible prior	2772	0.975
	information, i.e., prior estimates have very		
	small weights (large variances)		
Example 2.3	Bayes' procedure with prior information	958	1.509
	strongly dominating real data, i.e., prior		
	estimates have very large weights (small		
	variances)		
Example 2.4	Bayes' procedure with prior information	1357	1.934
	comparable with real data information		

## 4. ACCELERATED FATIGUE TEST DATA

A sample of 12 induction-hardened steel ball joints underwent an accelerated fatigue life test with the following cycles to failure (in 1000s): 150, 170, 180, 200, 200, 215, 220, 220, 250, 260, 265, 300. Based on long-term history of such tests, the underlying life distribution was assumed to be lognormal. The CDF of the lognormal distribution with location parameter  $\mu$ , and scale parameter  $\sigma$  is linearized using the following simple transformation:

$$\Phi^{-1}[F(t)] = \frac{1}{\sigma} ln(t) - \frac{\mu}{\sigma},$$

where  $\Phi^{-1}[.]$  is the inverse of the standard normal cumulative distribution function. The classical leastsquare estimates of the location and scale parameters in this case are found to be 12.279 and 0.204, respectively. Historical data suggested that the scale parameter should be 0.160. Using the procedure similar to that outlined in Example 2.1 (equal weights), the Bayesian posterior estimate of the scale parameter was found to be 0.171. The analysis is graphically summarized in Figure 2.



Figure 2. Lognormal Probability Plot of Ball Joint Fatigue Life Data.

# REFERENCES

studv

- 1. Lawless, J. F. Statistical Models and Methods for Lifetime Data, New York: Wiley; 2003.
- 2. Zelliner, A. An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics, New York: Wiley; 1996.
- 3. Gelman, A. et al. *Bayesian Data Analysis*, London: Chapman & Hall; 1995.

# OPTIMAL UNIFORM-LIKE SCHEDULING OF MAINTENANCE

Yakov Genis<sup>3</sup> New York, USA

**Igor Ushakov<sup>4</sup>** San Diego, USA

The algorithm for the optimal scheduling of work performance is suggested. The every work's maintenance cannot be interrupted and it has an acceptable interval to be performed. The maintenance resources are limited. The optimal maintenance means that the distribution of the total sum of the rates of the works' maintenance should be made more uniform-like.

# 1. FORMULATION OF THE SCHEDULING PROBLEM

There are some "works" with volumes  $v_1, v_2, ..., v_n$  (see an example in Fig.1). Each work, k, has to be fulfilled during interval  $[s_k, e_k]$ , which lies between is the allowed start moment,  $S_k$ , and permissible end moments,  $E_k$ , that are given in advance, i.e.

(1)

 $[s_k, e_k] \subseteq [S_k, E_k].$ 



Fig. 1 The initial intervals and the volumes

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Yakov Genis <<u>yashag5@yahoo.com</u>>

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Igor Ushakov <<u>iushakov2000@yahoo.com</u>>

(4)

(5)

During its performance each work cannot be interrupted and rate of its performance must be constant. The rate  $r_k$  of performance of work k within the interval  $[s_k, e_k]$  is equal to:

$$r_{k}(t) = \begin{cases} \frac{v_{k}}{e_{k} - s_{k}} & \text{if } t \in [e_{k} - s_{k}] \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(2)

It is clear that the total rate of work performance for a given allocation of works is equal to

$$R(t) = \sum_{k \in G} r_k(t).$$
(3)

where G is the chosen allocation of works. Notice that for any chosen schedule function R(t) is a stepfunction of the type presented in the Fig.2.



Fig. 2 The initial distribution of the work rates.

The problem is to find such subintervals  $[s_k, e_k]$  that

a) the maximums of the sum of work rates should be minimal

 $\min \max R(t)$ 

and/or the minimum(s) of the sum of work rates should be maximum max min R(t),

where g is allocation of works, under the condition that all the works have been fulfilled ;

- b) the distribution of the total work rate R(t) has to be the most uniform-like on the whole maintenance interval.
- *Note:* The obtained schedule is not unique because the (4) and the (5) may give different results due to discrete nature of the time quanta .

## 2. VERBAL DESCRIPTION OF THE ALGORITHM FV&CH

The title of the algorithm FV & CH is the abbreviation of its whole name "FILL THE VALLEYS & CUT THE HILLS". It is funny but the literal verbal description of this algorithm is given in the next words of the Gospel: "Every valley shall be filled, and every mountain and hill shall be brought down" (*Saint Luke, Chapter 3, Verse 5*).

But let us go from the Bible to mathematics, and give the strict (though a verbal) description of the algorithm that was implemented on Visual Basic.

We should find such set g of subintervals (1) to deliver (4) and/or (5), and to make R(t) as uniformly distributed as it possible under the given restrictions. The developed FV&CH Visual Basic program has two subprograms: "Cut Hills" and "Fill Valleys". The sequential switch from one program to another allows finding the optimal solution in an interactive regime.

Explain the algorithm on an illustrative example. Let there be five works with volumes  $v_k$  and corresponding admissible time intervals  $[S_k, E_k]$ ,  $k=\overline{1,5}$ . These data are given in the Table 1. We measure the time with accuracy of the discrete quantum (slot). It may be for example hour, or 15 minutes, or one minute, etc. In Table 1 values  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$ , and  $d_5$  are some slots. For example, the work #1 initially may be started at the beginning of the slot  $d_1$  and has to be finished at the end of the slot  $d_4$ .

Table 1. The initial works distribution

Work #	Volume	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$
1	8	2	2	2	2	
2	9	3	3	3		
3	15		5	5	5	
4	12			4	4	4
5	3		1	1	1	
	9.4 <sup>opt</sup>	5	11	$15^{*}$	12	4*

The value on the bottom of the column "Volume" gives the optimal rate for the ideal case when it would be permissible to perform each work during entire given interval (from  $d_1$  to  $d_5$ ), i.e. at any time the sum of work rates is constant. In the lower row the superscript asterisk denotes the maximum rate and the subscript asterisk denotes the minimum rate for the initial works' distribution. The initial works distribution is given in the Fig.3.



Fig. 3. The initial total work rate distribution.

The Table 1 and the Fig. 3 show that the maximum total rate for initial work distribution locates at slot  $d_3$ . Let us find what works to be fulfilled in slot  $d_3$  according to the initial distribution: shifting them to the left or to the right may decrease the maximum rate.

<u>Step 1.</u> Let us begin with work #1. Since any work has to be fulfilled with no interruptions, we can move the beginning of this work to slot  $d_4$  or move it to the left, so it will be started at moment  $S_1$  and have fulfilled before slot  $d_3$ . In this concrete case, the only possibility to make shift to the left.

<u>Note:</u> At the step 1, one may start with moving any work that covers slot  $d_3$  (maximum total rate), however for the algorithm description some ordering of works is necessary

The new distribution is given in the Table 2.

Table 2. Step 1: Distribution after moving work #1

Work #	Volume	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Action
1	8	4	4				Move "left"
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			4	4	4	
5	3		1	1	1		
	9.4	7	13*	13*	10	4*	

The computer algorithm at Step 1 tried to move other works and remember the best solution (a champion) of all of them before moving to Step 2.

In this example (doing actions manually) we select the work #4 for moving to the right. Moreover, avoiding intermediate steps, we move entire this work to slot  $d_5$  (we call this move conditionally as "right-right"). This action decreases the peak rate and also improves the rate's distribution. Indeed this action is now the best (see the Table 3).

Table 3. Step 2: Distribution after moving work #4.

Work #	Volume	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Action
1	8	2	2	2	2		
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			0	0	12	Move "right-right"
5	3		1	1	1		
	9.4	5*	11	11	8	$12^{*}$	

<u>Step 3.</u> This step should "fill the hole" in slot  $d_1$ . Entire work #1 is moved to this slot (we call this move conditionally as "left-left"). The result is shown in Table 4.

*Table 4. Step 3: Distribution after moving work #1.* 

Work #	Volume	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Action
1	8	8					Move "left-le
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			0	0	12	
5	3		1	1	1		
	9.4	11	9	9	6*	$12^{*}$	

By this action we simultaneously "killed two birds with one stone": we increased the minimum rate and did the rate's distribution more uniform-like.

<u>Step 4.</u> Move entire work #5 to the  $d_4$ . The result is shown in the Table 5.

*Table 5. Step 4: : Distribution after moving work #5.* 

Work #	Volume	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Action
1	8	8					
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			0	0	12	
5	3		0	0	3		Move "right-right"
	9.4	11	8	8	8*	$12^{*}$	

This step is final.

The comparison of the initial distribution with the distribution after optimization is shown in Fig. 4.



Fig. 4. The comparison of the initial distribution with the distribution after the optimization

#### **SUMMARY**

- 1. The suggested algorithm FV&CH gives the strict decision of the problem in the sense of finding of the optimal uniform-like maintenance's scheduling.
- 2. The obtained result is optimal (in mentioned above terms), though is not unique.
- 3. The described algorithm is simple for programming.
- 4. There is developed a program on Visual Basic that uses this algorithm. The program has a simple and convenient interface and permits to work with unlimited number of works with slots that may be as small as user needs. Everybody interested in the program, please ask the authors.

# ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ РЕМОНТНЫХ РАБОТ ПО КРИТЕРИЮ РАВНОМЕРНОСТИ ЗАГРУЗКИ

**Я.Г. Генис<sup>5</sup>** *Нью-Йорк, США*.

**И.А. Ушаков<sup>6</sup>** Сан-Диего, США.

<u>Аннотация.</u> Предлагается алгоритм для оптимального расписания ремонтов (обслуживания) технических устройств, когда прерывание процесса обслуживания невозможно, но имеется определенное «окно» для проведения этого обслуживания. Ресурсы ремонтной базы ограничены. Оптимальность понимается в том смысле, что расписание обеспечивает максимальную равномерность загрузки ремонтных бригад.

# 1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Имеется *n* заявок на работы с объемами  $v_1, v_2, ..., v_n$  (см. рис.1). Каждая *k*-я работа должна быть выполнена в течение некоторого интервала [ $s_k$ ,  $e_k$ ], который лежит между разрешенным моментом времени начала,  $S_k$ , и допустимым моментом ее окончания,  $E_k$ , т.е. [ $s_k, e_k$ ]  $\subseteq$  [ $S_k, E_k$ ]. (1)



Рис. 1 Разрешенные интервалы выполнения работ и их объемы

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Яков Генис <yashag5@yahoo.com>

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Игорь Ушаков <<u>iushakov2000@yahoo.com</u>>

Прерывание работы или изменение интенсивности ее выполнения не допускается. Таким образом, интенсивность  $r_k$  выполнения работы k определяется, как

$$r_{k}(t) = \begin{cases} \frac{v_{k}}{e_{k} - s_{k}} & \text{если } t \in [e_{k} - s_{k}] \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}.$$
(2)

Понятно, что суммарная интенсивность работы при некотором заданном размещении работ, назовем его G, есть

$$R(t) = \sum_{k \in G} r_k(t), \qquad (3)$$

где *G* – выбранное размещение работ.

max R(t)

 $\mathbf{R}(\mathbf{t})$ 

Заметим, что для любого выбранного расписания функция R(t) представляет собой ступенчатую функцию типа той, которая представлена на Рис. 2.



4

Рис. 2. Начальное распределение интенсивности работ

Задача заключается в том, чтобы найти такое разбиение подинтервалов  $[s_k, e_k]$ , чтобы

а) максимум распределения суммарной интенсивности работ был минимален min max R(t) (4)

и/или минимумы суммарной интенсивности работ должны быть максимальны max min R(t) (5)

где g – некоторое размещение интервалов [ $s_k$ ,  $e_k$ ];

б) распределение суммарной интенсивности работ R(t) на всем интервале работы системы обслуживания должно быть наиболее равномерным (минимум разницы между max R(t) и min R(t)).

Замечание: Полученное размещение *g* не является единственным, в силу дискретности квантов времени.

## 2. СЛОВЕСНОЕ ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА FV&CH

Название алгоритм FV&CH образовано из сокращения его полного английского имени: «FILL THE VALLEYS & CUT THE HILLS». Смешно сказать, но буквальное словесное описание этого алгоритма приводится в следующих словах Евангелия от Луки (гл.3, стих 5): « ...всякий дол да наполнится, и всякая гора и холм да понизятся».

Но переходя от Библии к математике, дадим строгое (хотя и словесное) описание алгоритма, реализованного на языке Visual Basic.

Итак, мы должны найти такое разбиение подинтервалов (1), чтобы выполнить (4) и / или (5) и сделать R(t) настолько равномерным, насколько это возможно при заданных ограничениях. Разработанная на Visual Basic программа FV&CH имеет две кнопки «Cut Hills» (Срежь Холмы) и «Fill Valleys» (Заполни Долины). Первая кнопка выполняет (4), а вторая – (5). Выбирая последовательность нажатия этих кнопок мы можем найти разбиение подинтервалов (1), которое наибольшим образом спрямляет распределение R(t).

Объясним алгоритм на иллюстративном примере. Пусть имеется пять работ с заданными объемами,  $v_k$ , и соответствующими допустимыми интервалами исполнения [ $S_k$ ,  $E_k$ ],  $k=\overline{1,5}$ . Ради простоты введем в рассмотрение дискретные кванты времени, с точностью которых измеряется время. Они могут быть равны, например, часу, или 15 минутам, или 1 минуте и т.д.. Исходные данные приведены в Табл. 1, где  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  и  $d_5$  – это некоторые временные интервалы. Например, работа №1 первоначально должна была начаться в начале интервала  $d_1$  и закончиться в конце интервала  $d_4$ 

Работа №	Объем	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	
1	8	2	2	2	2		
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			4	4	4	
5	3		1	1	1		
	9.4 <sup>opt</sup>	5	11	$15^{*}$	12	4*	

Табл. 1. Первоначальное размещение работ в допустимых интервалах

Последнее значение в столбце «Объем» дает оптимальное значение нагрузки для идеального случая: когда все работы удается равномерно «размазать» на всем интервале времени, начиная с  $d_1$  и кончая  $d_5$ . В последней строке звездочкой сверху обозначена наибольшая необходимая интенсивность обслуживания, а звездочкой снизу – наименьшая интенсивность для начальной расстановки работ. Начальное распределение работ представлено на Рис. 3.



Рис. 3. Начальное распределение нагрузки в иллюстративном примере

Табл. 1 и Рис. 3 показывают, что максимальная нагрузка приходится на интервал  $d_3$ . Найдем те работы, которые предназначались для выполнения в этом интервале в исходном расписании, и сдвиг которых мог бы уменьшить максимальную нагрузку.

Шаг 1. Начнем с работы №1. Поскольку каждая работа может выполняться только непрерывно и с постоянной нагрузкой, мы можем сдвинуть выполнение всей этой работы либо левее интервала  $d_3$ , либо правее. В данном конкретном случае видно, что только сдвиг влево ведет к уменьшению пиковой нагрузки.

Замечание: На первом шаге могла бы быть выбрана и любая другая работа, выполнение которой намечалось в этом интервале в соответствии с исходным расписанием работ. При этом не должна увеличиваться пиковая нагрузка и не должна уменьшаться минимальная нагрузка.

Новое расписание приведено в Табл. 2.

Работа Ло	Объем	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Действие
1	8	4	4				Сдвиг влево
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			4	4	4	
5	3		1	1	1		
	9.4	7	13*	13*	10	4*	

Табл. 2. Шаг 1: Проверка размещения работы №1

Мы должны попробовать «пошевелить» и другие работы. В качестве решения на первом шаге выбирается наилучшее из решений. Компьютерная программа легко выполняет эти действия.

В данном примере, выполняя действия вручную, мы на интуитивном уровне отдаем предпочтение работе №4 в качестве следующей работы, подлежащей возможному перемещению. Она может быть вся перемещена для выполнения в интервал времени *d*<sub>5</sub>.

Назовем эту передвижку «вправо-вправо». Это действие также приводит к улучшению расписания. Заметим, что это действие на первом шаге оказывается наилучшим (см. Табл. 3).

Табл. 3. Шаг 1: Проверка размещения работы №4

Работа №	Объем	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Действие
1	8	2	2	2	2		
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			0	0	12	«вправо-вправо»
5	3		1	1	1		
	9.4	5*	11	11	8	12*	

<u>Шаг 2</u>. Этот шаг направлен на «заполнение ямы» в кванте  $d_1$ . Вся работа №1 перемещается в этот квант. Назовем этот сдвиг «влево-влево». Новое расписание представлено в Табл. 4.

Табл. 4 . Шаг 2: Проверка размещения работы №1

Работа №	Объем	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Действие
1	8	8					"left-left"
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			0	0	12	
5	3		1	1	1		
	9.4	11	9	9	6*	12*	

При этом действии мы одновременно «убили двух зайцев»: минимум возрос, а распределение стало более равномерным.

Шаг 3. Перенесем всю работу №5 в интервал времени *d*<sub>4</sub>, т.е. произведем с этой работой операцию переноса «вправо-вправо». Результат переноса показан в Табл. 5.

Таблица 5. Шаг 3. Проверка размещения работы №5

Работа №	Объем	$d_1$	$d_2$	$d_3$	$d_4$	$d_5$	Действие
1	8	8					
2	9	3	3	3			
3	15		5	5	5		
4	12			0	0	12	
5	3		0	0	3		«вправо-вправо»
	9.4	11	8	8	8*	$12^{*}$	

На этом шаге заканчивается построение наиболее равномерного расписания с минимально возможной «пиковой нагрузкой» и максимальной «недогрузкой».

Сравнение исходного распределения и распределения после оптимизации приведено на рис. 4.



Рис. 4. Сравнение исходного распределения и распределения после оптимизации

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- 1. Предложенный алгоритм FV&CH дает строгое решение в смысле нахождения приближенного к равномерному оптимального расписания обслуживания
- 2. Полученное решение является оптимальным (в смысле выравнивания нагрузки за счет достижения минимума максимальной нагрузки и максимума минимальной нагрузки), хотя и не является единственным.
- 3. Описанный алгоритм прост для программирования.
- 4. Разработана программа на Visual Basic, использующая этот алгоритм. Программа имеет простой и удобный интерфейс и позволяет работать с неограниченным числом работ при сколь угодно малом временном кванте. Заинтересованных в программе просим обращаться к авторам.

# FAILURE PREVENTION BASED ON PARAMETERS ESTIMATION AND PREDICTION

**Oleg Abramov** Vladivostok, Russia

This work was funded by the Russian Foundation for Basic Research Grant 05-08-01398.

**Abstract:** A problem of the state prediction and condition-based maintenance of complex engineering systems is considered. An approach to solving this problem is based on the construction of the special minimax and robust algorithms, which can be used in the case when inspection data are incomplete and insufficient. The method for individual robust prediction based on the extremal properties of Karlin polynomials and the ideas of minimax estimation is proposed.

#### **1.INTRODUCTION**

For complex engineering systems under heavy-duty service the failure of which leads to heavy losses or disastrous consequences the main problem of system monitoring and diagnostics becomes not the identification and isolation of failure, but prevention of them. The solution of this task can be based on individual maintenance. Predicting and estimating the state of an engineering system forms an information base for individual (condition-based) maintenance.

The difficulty in solving the problem of individual status prediction is largely caused by the lack or shortage of statistic information on field variation of system parameters. In this case the application of classical methods of mathematical statistics to the solution of status estimation and prediction problem may cause serious errors.

The paper states and solves a problem of adopting optimal estimation and prediction strategies when the stochastic properties of measurement errors and errors of status model are unavailable. We use a technique of individual robust prediction which is based on the extremely properties of Karlin polynomials (Karlin and Studden, 1966) and the ideas of minimax estimation. This technique makes a prediction even if the number of test measurements is small. It does not need any stochastic properties of measurement errors and other noises (it is only necessary to know their limits), obtains not only a simple average, but also secures bounds in which an actual value of measurement parameter would lie in future. This technique has adaptive properties improving the prediction accuracy in an instable situation.

#### **2. PREDICTION TECHNIQUE**

Let the availability of an engineering system be determined by the value of a certain performance parameter x(t), with the availability condition given in the form

$$A(t) \leq x(t) \geq B(t)$$

where A(t) and B(t) are lower and upper bounds on the variable parameter, respectively. A parameter variation is considered to be a realization of the random function of the following form

$$X(t) = \sum_{k=0}^{m} x_k \, u_k(t)$$
(1)

where  $x_k$  is a random variable,  $\{u_k(t)\}_{k=0}^m$  are deterministic functions of time.

The engineering system serves at the time interval [0, T] during which the parameter may be inspected or adjusted. Measurement errors (as well as errors of process identification, mistakes caused by fluctuation, etc.) are regarded as noise  $\Psi(t)$  added to a particular realization of the stochastic process (1). We only know about the noise that

$$|\Psi(t)| \le \delta, \qquad t \in [0,T],\tag{2}$$

where  $\delta$  is the extreme error.

The problem consists in specifying such instants of inspection that the parameter x, for certain, lies in the allowed bounds A(t) and B(t) for a time period T. Suppose that we would obtain a section of process realization  $\theta(t)$  on the interval  $[t_0, t_{\mu}]$ . Then

$$\theta(t) - \delta \leq x(t) \leq \theta(t) + \delta, \qquad t \in [t_0, t_{\mu}].$$

The actual realization x(t) on interval  $[t_0, t_\mu]$  is enclosed in a "tube", bounded by the functions  $f(t)=\theta(t)-\delta$  and  $g(t)=\theta(t)+\delta$  (Fig.1). In the tube there are many realizations in the form  $\sum x_k u_k$  (*t*) which are referred to as tolerable. In predicting the behavior of the process for  $t>t_\mu$  we take the "worst" realizations, i.e. the realizations that at  $t \in (t_\mu, T]$  go above or below the rest. We have proved that on imposing certain restrictions on the set of functions  $\{u_k(t)\}_{k=0}^m$ , Karlin polynomials  $L^-(t)$  and  $L^+(t)$  are the worst realizations (Abramov and Rozenbaum, 1990).

The following theorems establish for continuous function (realization of the random process) the existence of two special polynomials processing certain extremal properties.

**Theorem 1.** Let  $\{u_k(t)\}_0^m$  be a Tchebycheff system (T-system) and f and g two continuous functions on [a, b] such that there exists a polynomial v(t) being between f and g i. e., f(t) < v(t) < g(t),  $t \in [a,b]$ .

a) There exists a unique polynomial  $L^{-}(t)$  satisfying the properties:

(*i*)  $f(t) \le L^{-}(t) \le g(t), t \in [a, b],$ 

and

- (*ii*) there exist m+1 points  $(a \le)t_1 < t_2 \dots < t_{m+1} (\le b)$  such that
- $(*) \quad L^{-}(t_{m+1-i}) = \begin{cases} g(t_{m+1-i}), & i = 0, 2, 4, \dots \\ f(t_{m+1-i}), & i = 1, 3, 5, \dots \end{cases}$
- b) Let condition (*ii*) be replaced by (*ii*)' from (\*) by interchanging the functions f and g. Then there exists a unique polynomial  $L^+(t)$  satisfying (*i*) and (*ii*)'.

**Theorem 2.** Let  $\{u_k(t)\}_{k=0}^m$  be a T-system on [M, N] and in accordance with Theorem 1 for continuos functions f(t), g(t) we constructed two polynomials  $L^+(t), L^-(t)$  on [a, b], where M < a < b < N. Then for an arbitrary polynomial u(t) satisfies conditions

$$f(t) \le u(t) \le g(t),$$

we have

$$\min\{L^{-}(t), L^{+}(t)\} < u(t) < \max\{L^{-}(t), L^{+}(t)\}, \forall t \in [M, a) \cup (b, N].$$

The curves of  $L^{-}(t)$  and  $L^{+}(t)$  define so called "*prediction cone*" (Fig. 1) in the sense that the actual realization of the process under study is for certain within the cone at  $t \in (t_{\mu,j}, T]$ .



Fig.1. Tube of admissible realizations and prediction cone

We have synthesized algorithms for finding extreme realizations and investigated their properties. Usually, we have the discrete measurement results of system state parameters. In the case of discrete inspection measurements form a sequence  $\{\theta_j\}_{j=0}^{\mu}$ , at  $t_0 < t_1 < ... < t_{\mu}$ . Measurement errors satisfy conditions  $|\Psi_j| \le \delta$ .

Then the actual realization x(t) at  $t=t_j$  is enclosed in the "windows"  $[\theta_j - \delta, \theta_j + \delta], j=1, ..., \mu$ .. The set of realizations which belong at  $t_0, t_1, ..., t_{\mu}$  to all windows is the set of admissible (tolerable) realizations.

It is not difficult to shown that in the case of discrete inspections the solution for L'(t) and  $L^+(t)$  is reduced to the solution of the two problems of linear programming

1. 
$$\max_{x_{k}} \sum_{k=0}^{m} x_{k} u_{k}(t^{*})$$
  
2. 
$$\min_{x_{k}} \sum_{k=0}^{N} x_{k} u_{k}(t^{*}), \quad t^{*} > t_{\mu}$$
  
subject to  $\theta_{j} - \delta \leq \sum_{k=0}^{N} x_{k} u_{k}(t^{*}) \leq \theta_{j} + \delta, \ j = 0, 1, ..., m$ 

where  $t^*$  - arbitrary selected time from  $(t_{\mu, T}]$ .

#### **3. MAIN PROPERTIES AND APPLICATION**

The approach under discussion meets general requirements to any prediction procedure. Estimates found are unique, optimal and unbiased. In addition to measurement errors, the approach allows one to take into account some other mistakes caused by the difference of real processes of parameter variation from a mathematical model adopted. Models of the form (1) sufficiently well describe processes of "irreversible" parameter variation during system aging or wear. Reversible changes caused by fluctuation in supply voltage, loads, ambient temperature, etc. are usually regarded as certain high-frequency noise imposed on the basic trend of parameter variation. The stochastic properties of the noise are usually unknown. A more real situation is that we know restrictions on the values of reversible fluctuations. This corresponds to the application of additional restrictions in the form (2) and, consequently, the reversible fluctuations do not influence, in principle, to the procedure of building a prediction cone. But if the basic model contains an error, then a special-purpose adaptation algorithm is proposed to improve prediction accuracy. The algorithm is based on the ideas used in the technique of moving average or exponential smoothing and consists in weighing measurement data.

By using prediction data we can, in optimal way, solve the problem of specifying the time of next inspection or preventive maintenance.

Crossing the bounds A(t) and B(t) of tolerance range by the extreme realizations L'(t) and  $L^+(t)$  determines two values the minimum of which should advantageously be taken as the time of the next  $\mu$ +1-th inspection

$$t_{\mu+1} = min (\tau_1, \tau_2)$$

where  $\tau_1$  and  $\tau_2$  are solutions of the equations  $L^{-}(t)=B(t)$  and  $L^{+}(t)=A(t)$ , respectively. Evidently, the inspected parameter will, for certain, lie in the tolerance range for the time interval  $t_c = t_{\mu+1} - t_{\mu}$ . The  $\mu+1-th$  measurement is used to find the next time interval during which the parameter does not leave the tolerance range. If the time interval (we call it the interval of dependable service) appears to be less than a certain minimum interval  $t_c^{\min}$ :

$$(t_{\mu+2} - t_{\mu+1}) < t_c^{\min}$$

then we must carry out preventive adjustment of the parameter x(t).

We can easily extend the proposed approach on the case where the working state of an engineering system is described by several parameters.

If a set to which possible measurement errors belong is determined with a certain probability (say, the inequality (2) is fulfilled with probability Pr), then the approach allows one to find margins in which a parameter will lie the in future with probability no less than Pr.

The approach has been implemented as a program module PROGNOSIS which runs on PC under the MS Widows operating system. Windows application PROGNOSIS is intended to predict the state of observable complex engineering systems and to schedule their condition-based maintenance. The software is most advantageous to be used within computer aided control (measuring) systems of heavy-duty objects, e.g. ship and aircraft engines, power stations. Besides that PROGNOSIS system may also be applied for operational-life accelerated tests of high-reliable equipment.

The techniques applied are oriented onto conditions of initial data shortage and require neither knowing stochastic properties of measurement errors and disturbances nor large amount of the observation results.

An efficiency of the software implementation is proved by failure prevention along with reducing repair and maintenance expenses.

#### **4.CONCLUSION**

Condition-based maintenance of engineering systems considerably improves their functionality. Preventing both failure and unnecessary maintaining operations, such a strategy is the most favorable one heavy –duty systems. Scheduling the condition-based maintenance is based on systems state estimation and prediction.

The method for individual secure(robust) prediction based on the extremal properties of Karlin polynomials and the ideas of minimax estimation is proposed.

This technique makes a prediction even if the number of test measurements is small. It does not need any stochastic properties of measurement errors and other noises (it is only necessary to know their limits), obtains not only a simple average, but also secures bounds in which an actual value of measurement parameter would lie in future. This technique has adaptive properties improving the prediction accuracy in an unstable situation.

It is advantageous to apply the technique to the design of servicing schedules for high-duty complex engineering systems which failure may cause heavy manufacturing losses or grave consequences.

## REFERENCES

Karlin and W.J.Studden (1966). *Tchebycheff Systems: with Applications in Analysis and Statistics*. John Wiley & Sons, New York.

O.V.Abramov and Rozenbaum (1990). *Prediction the working State of Engineering Systems*. Nauka Publishers, Moscow

# КОНТР-ТЕРРОРИЗМ: РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАЩИТНЫХ РЕСУРСОВ

Игорь Ушаков (Сан-Диего, США)

# ЧАСТЬ І. МИНИМАКСНЫЙ КРИТЕРИЙ

#### Аннотация

Дается концепция оптимального распределения ресурсов, выделенных для борьбы с терроризмом, для наилучшей защиты объектов возможного нападения террористов. В предположении неопределенности намерений террористов предлагается минимаксный критерий. Приводятся целевые функции для стоимостного анализа эффективности контр-террористических мероприятий.

# **І. ВВЕДЕНИЕ**

Десятилетиями Соединенные Штаты Америки фокусировали свое внимание на защите своей страны вне своих границ. Однако события 11 сентября 2001 года перевернули все: оказалось, что существует серьезный противник, способный проникнуть сквозь, как оказалось, весьма пористую государственную границу США и наносить удары по жизненно важным объектам внутри страны. Справедливости ради, нужно отметить, что Америка породила и своих доморощенных террористов чисто англо-саксонского происхождения.

Современный терроризм вышел далеко за рамки традиционного нагнетания ужаса на население: теперь террористы стремятся нанести максимально возможный материальный ущерб и погубить как можно больше человеческих жизней. К тому же террористическая активность становится все более и более организованной, поэтому современные контр-террористические акции превращаются в настоящую войну с невидимым противником.

Проблема защиты людей, правительственных и экономических объектов, культурных и исторических ценностей от терроризма стала одной из самых главных. При этом следует отметить, что защищающаяся сторона тратит несоизмеримо больше ресурсов, чем нападающая, поэтому вопрос о рациональном распределении средств защиты становится первостепенным. Понятно, что у террористов много преимуществ: они выбирают момент атаки, они выбирают объект атаки, наконец, они выбирают «оружие». Как правило, обороняющийся не знает намерений противника.

Предлагаемая математическая модель развита для решения задачи оптимального распределения защитных ресурсов с целью наилучшей защиты всех потенциальных объектов нападения со стороны террористов. Данная работа является развитием [Ushakov, 2005]. Основные идеи, положенные в основу данного исследования были изложены ранее в [Gnedenko & Ushakov, 1995; I. Ushakov, 1994; И.А. Ушаков, 1985; Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков, 1989; М.В. Козлов и др., 1986; Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков, 1979].

# **II. СЛОВЕСНОЕ ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМЫ**

#### Типы контр-террористических акций

Какие типы контр-террористических акций мы хотели бы предположительно рассмотреть? Грубо говоря, они следующие:

- 1. Безопасность: комплекс мер позволяющих создать в стране «антитеррористическую обстановку».
- 2. Живучесть: комплекс мер, позволяющих минимизировать потери в случае произведенного все же, несмотря на меры безопасности, террористического акта.
- 3. Превентивные удары по очагам и базам терроризма, разрушающие их способность действовать.

Безопасность включает меры по предотвращению терактов (проверки в аэропортах, проверка грузов в морских портах, профилированный визовой контроль въезжающих в страну, контроль за их подозрительным перемещением внутри страны, контроль за покупкой материалов, пригодных для изготовления взрывчатых веществ, и т.п.). Цель этих мероприятий – предотвратить опасность терактов за счет максимального исключения проникновения нежелательных элементов в страну и исключение возможности создания средств массового уничтожения.

#### Примеры:

- (1) Либеральный визовой контроль при въезде в США позволил проникнуть страну и оставаться незамеченными террористам, сотворившим свой гнусный акт 11 сентября 2001 года.
- (2) Отсутствие должной проверки документов позволило группе иностранных граждан получить тренировку в летной школе США, что привело позднее к разрушению небоскребов Близнецов в Нью-Йорке и Пентагона в Вашингтоне.
- (3) Отсутствие элементарного контроля за покупкой подозрительных материалов дали возможность Мак Вею и Никольсу сделать бомбу и взорвать с ее помощью правительственное здание в Оклахома-Сити, в котором был размещен и детский садик. Было убито много невинных людей, включая детишек...

Живучесть (возможно, точнее – способность выжить) представляет собой ряд мер, которые необходимы для уменьшения потер человеческих жизней и понизить панику

<u>Пример</u>: Когда в октябре 2002года чеченские боевики захватили около тысячи заложников в одном из московских театров, российские контр-террористические подразделения использовали отравляющий газ в борьбе с ними. Однако, они не позаботились о доставке противоядия, чтобы спасти отравленных заложников.

Превентивные меры включают политические и экономические санкции.

## <u>Примеры</u>:

- (1) Инспекции ООН в странах, подозреваемых в укрывательстве террористов,
- (2) эмбарго по отношению к странам, поддерживающим терроризм,
- (3) Прямые вооруженные акции наподобие той, которая была предпринята против Аль-Каиды в Афганистане.

Естественно, некоторые необоснованные вооруженные акции типа войны Буша в Ираке могут привести лишь к провокации еще более серьезных террористических актов.

По нашему убеждению, все стороны этой борьбы с терроризмом должны быть сведены в единую агрегированную модель, которая может помочь тем, кто принимает решение на различных уровнях.

На этом этапе исследования, мы ограничимся моделью защиты единичного объекта.

Сформулируем две следующих задачи:

## <u>Прямая задача</u>:

Разместить оптимальным образом имеющиеся ресурсы таким образом, чтобы гарантировать **максимально** возможный уровень безопасности защищаемого объекта против террористической атаки.

## Обратная задача:

Разместить оптимальным образом имеющиеся ресурсы таким образом, чтобы гарантировать требуемый (желаемый) уровень безопасности защищаемого объекта против террористической атаки при **минимально** возможном использовании имеющихся ресурсов.

Таким образом, мы нуждаемся в двух целевых функциях:

- Стоимость мер по защите объекта и
- Гарантийный уровень безопасности объекта.

Различные объекты имеют разлучную важность (приоритет защиты). Например, террористическая атака на стадион во время матча может привести к огромным потерям человеческих жизней; уничтожение моста может породить серьезные коммуникационные проблемы и на значительное время; разрушение национального памятника может нанести существенный моральный ущерб.

В дальнейшем мы предполагаем, что эксперты по контр-терроризму способны оценить стоимость тех или иных защитных мероприятий, величину возможного ущерба в случае совершения теракта, могут оценить приоритеты («веса») защищаемых объектов.

# **III. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ**

Предположим, что имеются три четко различимых уровня обеспечения безопасности: государственный, региональный и локальный (индивидуальный). Опять предполагается, что все необходимые входные данные для модели могут быть обеспечены соответствующими экспертами. Введем следующие обозначения:

 $F_i(\phi_i)$  – субъективная вероятность того, что объект внутри страны будет защищен против террористической атаки типа *i* при условии, что на государственном уровне затрачены ресурсы в объеме  $\phi_i$ . (Заметим, что данный тип защиты не применим ко всем объектам страны. Например, контроль за покупкой химикатов, необходимых для производства взрывчатых веществ никак не влияет на возможный угон самолет террористами.);

 $S_i^{(k)}$  ( $\sigma_i^{(k)}$ ) – субъективная вероятность того, что объект внутри региона *k* объекты защищены против теракта типа *i* при условии, что на соответствующие защитные меры в данном регионе потрачены ресурсы в объеме  $\sigma_i^{(k)}$ ;

 $L_i^{(k,j)}$  ( $\lambda_i^{(k,j)}$ ) – субъективная вероятность того, что конкретный объект *j* региона *k* (обозначим этот объект парой индексов "*k*, *j*") будет защищен от теракта *i*-го типа при условии, что именно на него потрачены ресурсы  $\lambda_i^{(k,j)}$ ;

 $W^{(k, j)}$  – "вес" (или "мера приоритетности") объекта (j, k).

# **IV. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ: Оценка ожидаемых потерь**

На этом этапе мы рассмотрим единичный объект j, расположенный в регионе k. Предположим, что на этот объект (k,j) могут воздействовать только определенные виды террористических атак, которые принадлежат некоторому множеству  $G_{k,j}$ . В условиях неопределенности в части действий террористов, естественно предположить, что террористы будут выбирать направление удара с самой уязвимой стороны. В этом случае степень защиты на государственном уровне равна:

 $F^{(k, j)} = \min \{ F_i, i \in G_{k,j} \}.$ 

Рассмотрим теперь региональный уровень (для региона k). Используя те же аргументы, можно записать для объекта (k,j) степень защиты на региональном уровне:

 $S^{(k, j)} = \min \{ S_i, i \in G_{k, j} \}.$ 

Предположим, что на локальном уровне степень защиты объекта (k,j) равна  $L^{(k,j)}$ . (Опустим пока объяснение того, как эта величина может быть рассчитана.) Далее, сделаем предположение, что меры защиты от терроризма, предпринимаемые на каждом уровне (государственном, региональном и локальном) независимы.

Ради конкретности изложения рассмотрим ситуацию с обеспечением безопасности стадиона. Меры на государственном уровне обычно не специфичные для данного объекта (например, визовой контроль), как и меры на региональном уровне, хотя последние порой и имеют более

прямое отношение к защите стадиона (контроль автомобильного движения в городе, наблюдение за подозрительными группировками в регионе). Эти меры создают как бы общий благоприятный (т.е. враждебный по отношению к террористам) фон. Локальные же меры носят вполне конкретный характер и привязаны именно к данному объекту – стадиону: проверка транспорта на подъезде к стадиону, усиленный полицейский патруль, использование собак, натренированных на поиск динамита и пр.

Можно сказать, что на государственном уровне ловится «крупная рыба», на региональном – «рыбка помельче», а на локальном – «маленькая, но очень ядовитая рыбка».

Итак, результирующая вероятность осуществления террористической атаки на стадион понижается каждым из уровней практически независимо, т.е. вероятность обеспечения безопасности объекта (k, j) может быть записана как:

$$P^{(k, j)} = 1 - (1 - F^{(k, j)}) \cdot (1 - S^{(k, j)}) \cdot (1 - L^{(k, j)}).$$

Следовательно, ожидаемый ущерб,  $w^{(k,j)}$ , от возможной атаки в данном случае равен

 $w^{(k, j)} = W^{(k, j)} (1 - P^{(k, j)}).$ 

#### V. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ: Алгоритм распределения ресурсов

Перейдем теперь к вычислению  $L^{(k, j)}$  и задаче оптимального распределения ресурсов для защиты объекта (k, j).

Возьмем  $G_{k,j}$ , множество всех возможных террористических актов против объекта (k, j). Пусть на локальном уровне мы знаем функции  $L_i$   $(\lambda_i)$  – субъективные вероятности безопасности объекта (j, k) в зависимости от затраченных ресурсов  $\lambda_i$  для всех возможных типов атак террористов,  $i \in G_{k,j}$ . (Индекс (k, j) ниже опущен ради упрощения записи.) Пример таких функций приведен на рисунке ниже.



Рассмотрим сначала обратную задачу оптимизации: достичь заданной (желаемой) степени безопасности объекта за счет мер, принимаемых на локальном уровне. Если требуемая степень безопасности равна  $L^*$ , тогда каьдая из функций  $L_1(\lambda_1)$ ,  $L_2(\lambda_2)$  и  $L_3(\lambda_3)$  должны иметь значение не ниже, чем  $L^*$ , поскольку должно выполняться условие

min{  $L_1(\lambda_1), L_2(\lambda_2), L_3(\lambda_3)$ }  $\geq L^*$ .

Очевидно, что при минимаксном критерии не имеет смысла ни одно значение  $L_i$  ( $\lambda_i$ ) иметь выше уровня  $L^*$ . Таким образом, решение задачи сводится к тому, что все  $L_i$  ( $\lambda_i$ ) =  $L^*$ , а затраченные при этом ресурсы равны

$$\lambda^* = \lambda_1^* + \lambda_2^* + \lambda_3^*.$$

Эти затраты являются минимальными для достижения уровня безопасности L\*.

Аналогичным образом, если необходимо достичь уровня безопасности  $L^{**}$ , то необходимо затратить рсурсы:

 $\lambda^{**} = \lambda_1^{**} + \lambda_2^{**} + \lambda_3^{**}.$ 

Прямая задача (максимизация безопасности при ограничениях на ресурсы) может быть в результате итеративного процесса, использующего решение обратной задачи. Например, ресурсы, которые отпущены на обеспечение безопасности объекта составляют  $\lambda^{\circ}$ . Сначала находятся два произвольных решения обратной задачи оптимизации, скажем,  $L^*$  и  $L^{**}$  с соответствующими им значениями  $\lambda^*$  и  $\lambda^{**}$ . Допустим, что выполняется условие

 $\lambda^* \leq \lambda^\circ \leq \lambda^{**}.$ 

Применив линейную экстраполяцию, можно найти новое значение  $L^{(1)}$ , использующее значение  $\lambda^{\circ}$ , затем опять решить обратную задачу оптимизации и т.д. (см. рисунок ниже).



Если начально найденные значения  $\lambda^*$  и  $\lambda^{**}$  удовлетворяют условиям  $\lambda^* \leq \lambda^{**} \leq \lambda^\circ$  или  $\lambda^\circ \leq \lambda^* \leq \lambda^{**}$ , то очевидно, что процесс нахождения оптимума фактически аналогичен только что описанному.

# ПРИМЕР.

Рассмотрим опять условный пример с обеспечением безопасности стадиона. Допустим, что меры на государственном и региональном уровне (например, тщательная проверка субъектов при выдаче въездных виз, проверка личностей учащихся в школах пилотирования самолетов, наблюдение за подозрительными группировками и т.п.) уже осуществлены.



Предположим, что рассматривается три следующих возможных типа террористических нападений:

- (А) Самоубийца с «шахидским поясом»;
- (В) Автомобиль со взрывчаткой;
- (С) Частный самолет, начиненный взрывчаткой.

Предположим, что возможны следующие (неперекрывающиеся) виды защитных мероприятий:

- А1-Визуальное наблюдение за подозрительными сумками, одеждой и пр.;
- А2-Выборочная проверка подозрительных субъектов;
- А<sub>3</sub> Использование собак, тренированных на обнаружение взрывчатки;
- В<sub>1</sub> Полицейский контроль за подъезжающим транспортом;

С<sub>1</sub> – Вертолет, вооруженный противосамолетными ракетами, барражирующий в зоне стадиона.

Вымышленные входные данные (затраты связанные с различной степенью защиты) представлены в таблице ниже.

	СТЕПЕНЬ БЕЗОПАСНОСТИ								
	0.9	0.95	0.99	0.995	0.999				
A <sub>1</sub>	1	2	5	8	12				
$A_2$	5	10	25	40	60				
$A_3$	-	2	-	5	10				
<b>B</b> <sub>1</sub>	1	-	10	-	20				
C <sub>1</sub>	50	75	125	200	300				

Значком "-" обозначено то, что такой степени защиты не существует (есть уровень выше или ниже), например, АЗ не имеет уровня 0.9 : при затратах в 2 условных единицы стоимости происходит скачок до0.95.

Для данного примера для достижения степени безопасности, равной 0.95, требуется затратить 2+10+2+10+75=99 усл.ед. стоимости. Для достижения степени 0.995 затраты составят 8+40+5+20+200=273 усл.ед. стоимости. Сдесь в тексте жирными цифрами обозначены значения, которые приходится выбирать при завышении требуемого уровня, поскольку необходимый уровень отсутствует.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведена схематическая математическая модель, которая при соответствующем развитии может быть полезной для планирования мероприятий по безопасности и оценки эффективности выбранного плана. Следующая фаза исследования будет включать агрегированную модель, включающую множество объектов, выбранных для обеспечения их безопасности при угрозе террористических актов. Естественно, что реализация агрегированной математической модели возможна только с использованием компьютеров из-за огромной размерности задачи.

Наличие компьютерной модели позволит рассмотрел более реалистические постановки, учесть большее число различных факторов, ввести векторные характеристики затрат (людские ресурсы, деньги, материальные средства, а также проводить сценарный анализ различных ситуаций. В рамках развитой математической модели возможен учет влияния разведки о намерениях террористов, роли превентивных ударов по базам террористов и т.п.

# REFERENCES

- 1. **I.Ushakov** "Cost-effective approach to counter-terrorism". Int'l Journal *Communication in Dependability and Quality Management* (vol.8, No.3,2005).
- 2. **B.Gnedenko, I. Ushakov** "Probabilistic Reliability Engineering". *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1995. (Chapter 8: "Analysis of Performance Effectiveness").
- 3. **И.А. Ушаков (ред.)** "Надежность технических систем: Справочник". *Радио и связь, Москва*, 1985. (Раздел 8.7. «Живучесть сложных систем»).
- 4. Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков "Надежность систем энергетики". Под ред. Б.В. Гнеденко. *Наука, Новосибирск*, 1989. (Гл. 18 «Модели оценки живучести и безопасности систем энергетики».)
- 5. М.В. Козлов, Э.Е. Малашенко, В.С. Рогожин, И.А. Ушаков, Т.В. Ушакова. "Моделирование живучести систем энергетики: Методология, модель, реализация". *Вычислительный Центр АН СССР*, Москва, 1986.
- 6. Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков "К вопросу оценки живучести сложных систем энергетики." Известия АН СССР, сер. "Энергетика и транспорт", №1, 1979.

# COUNTER-TERRORISM: PROTECTION RESOURCES ALLOCATION

**Igor Ushakov** San Diego, USA

## PART I. MINIMAX CRITERION

#### Abstract

A concept of optimal resources allocation to protect an object against terrorists attack is presented. Under assumption of uncertainty of terrorists' intentions, minmax criterion is suggested. Goal functions for cost-effectiveness analysis are given.

# I. INTRODUCTION

For decades, the United States has focused its military and intelligence capabilities on potential enemies beyond its own borders. After September 11<sup>th</sup>, 2001, it has become increasingly clear that our enemies have the ability and determination to reach through our defenses and strike at critical assets here at home.

Modern terrorism has gone from the frame of simple intimidation to the active destruction of the chosen country: terrorists' attacks goal is to cause the maximum possible material damage and/or human casualties. It is obvious that the terrorist activity is getting more and more organized and modern counter-terrorism is a real war with an invisible enemy.

The problem of protection of human beings, material values and political/historical subjects of possible terrorists' attacks arose. A defender usually spends more resources then terrorists, so optimal allocation of these resources is very important. It is clear that terrorists have many advantages: they choose the time of their attack, they choose the object for the attack, and they choose the weapon of destruction. In general, a defender does not know what are terrorists' intentions.

The proposed mathematical model is developed for optimal allocation of defender's resources for best protection of the defended objects.

This approach is based on [Ushakov, 2005]. and [Gnedenko & Ushakov, 1995].

# **II. VERBAL DESCRIPTION OF THE PROBLEM**

#### Types of counter-terrorism actions

What kind of actions of the country protection against terrorists do we suppose to consider? They are in general as follows:

- 1. Safety: complex of measures permitting to create "counter-terrorist environment" in the country.
- 2. Survivability: complex of measures permitting to develop special measures to minimize the loss if the strike has been done.
- 3. Pre-emptive measures for destroying the terrorist's abilities to attack.

Safety includes a set of measures permitting to prevent terrorist's acts (check points at airports, checking cargo, profiled visa control, registration of foreign visitors and control of their staying in the country, control the purchase of dangerous components for composing bombs, etc.). Objective of these measures is to prevent the possibility of organizing the terrorists acts by limiting penetrating suspicious people in the country and by eliminating a possibility of collection/creation WMD.

#### Examples:

- (1) A soft visa control in the USA permitted a number of 9/11 terrorists to enter the country and to stay within it easily.
- (2) Absence of document control permitted a group of foreign terrorists to get training in jet piloting that led to hijacking civil planes and directed them to Twin Towers in New York and Pentagon in Washington.
- (3) Lack of control for purchasing of suspicious materials give to Americans McVeigh and Nichols a possibility to make an extremely destructive bomb and blast a Governmental building in Oklahoma City, killing many innocent people including children in a kindergarten.

Survivability includes a set of measures, which help the society to lose fewer lives, to get less loss, to prevent public panic.

Examples: In October of 2002, when Chechen terrorists hold hostages at the Moscow theater, Russian counter-terrorists forces using poisonous gas against them but did not supply the scene with the anti-dots that led to severe loss of hostages.

Pre-emptive measures include political steps and economical steps.

# Examples:

- (1) UN inspections of countries with possible cradling of terrorists,
- (2) *embargo for states supporting terrorism,*
- (3) direct military attacks on terrorists' bases like it has been done against Al-Qaeda in Afganistan.

Of course, some unjustified actions (like Bush's war in Iraq) could even increase terrorists' activity.

Our belief is that all these sides of the terror-fighting problem must be combined in an aggregated model, which can be used by decision makers of various positions.
Here, at the first step of modeling of counter-terrorism resources allocation, we will focus on the measure of protection of a single object, i.e. on the safety problem. For this problem, one can formulate the following problems:

## Direct Problem:

Optimally allocate available limited resources that guarantee the maximum possible level of safety of defended objects against terrorists' attacks.

## Inverse Problem:

Optimally allocate resources that guarantee the desirable level of safety of defended objects against terrorists' attacks with minimum possible expenses.

Thus, there are two objective functions:

- Cost of protective measures, and
- Guarantee level of the object safety.

Different objects have different priorities (or values). For instance, a terrorists' attack on a stadium during performance might lead to huge human lives loss; an attack on a large bridge might create a serious communication problem for a relatively long time; a destruction of a National symbol might be a strong hit on the country prestige.

It is assumed that counter-terrorism experts are able to formulate measures of priority, or "weights" of defended objects because without such priority objects defense is rather amorphous.

# **III. DEFINITION AND NOTATIONS**

Let us assume that there are three distinct layers of objects safety protection: Federal, State and Local (individual). All input data are assumed to be given by counter-terrorism experts. Introduce the following notations:

 $F_i(\varphi_i)$  – subjective probability that an object within the country will be protected against terrorists' attack of type *i* under condition that on Federal layer one spends  $\varphi_i$  resources. (Notice that this type of protection might be not applicable to all objects. For instance, increasing control of purchasing chemical materials for WMD design has no relations to possible hijacking.);

 $S_i^{(k)}$  ( $\sigma_i^{(k)}$ ) – subjective probability that an object within State *k* will be protected against terrorists' attack of type *i* under condition that on the layer of this particular State one spends  $\sigma_i^{(k)}$  resources;

 $L_i^{(k,j)}(\lambda_i^{(k,j)})$  – subjective probability that particular object *j* within State *k* (denoted as pair "*k*, *j*") will be protected against terrorists' attack of type *i* under condition that one spends  $\lambda_i^{(k,j)}$  resources;

 $W^{(k,j)}$  – "weight" (or "measure of priority") of object (j, k).

## **IV. MATHEMATICAL MODEL: Evaluation of expected loss**

On this stage, we consider a single object j, located in State k. Assume that only set  $G_{k,j}$  of possible types of terrorists' attacks is possible against object (k,j). Under condition of uncertainty, we have to assume that terrorists choose the most vulnerable type of strike. In this case, Federal protection delivers to this particular object the level of safety is equal to:

 $F^{(k, j)} = \min \{ F_i, i \in G_{k,j} \}.$ 

Now consider State k layer. Using the same arguments, we can write for object (k,j) the level of protection delivered by the protective measures on the State layer:

$$S^{(k, j)} = \min \{ S_i, i \in G_{k,j} \}.$$

Assume that on a local layer object (k,j) protection is equal to  $L^{(k,j)}$ . (Postpone for a while, how this value is obtained.) Then we can assume that measures of protection on all three layers (Federal, State and local) influence independently.

Let us, for the sake of concreteness, consider safety of a stadium: Federal measures are usually relatively rough and non-specific (like general visa control, etc.), State measures are more specific (traffic control, attention to local communities behavior, etc.), and local measures are focused on specific sides (police blocking of transportation, stronger patrolling, using dynamite sniffing dogs, etc.). It is possible to say that Federal layer nets "large fish", State layer can net "smaller fish", and, finally, local layer nets even smaller though "very poisonous fish". So, the total probability of possible terrorists attack will be lessened by all three layers practically independently, i.e. the probability of successful protection of object (k, j) can be found as:

$$P^{(k, j)} = 1 - (1 - F^{(k, j)}) \cdot (1 - S^{(k, j)}) \cdot (1 - L^{(k, j)}).$$

Hence, the expected loss,  $w^{(k,j)}$ , of possible attack in this case is equal to

$$w^{(k, j)} = W^{(k, j)} (1 - P^{(k, j)}).$$

### V. MATHEMATICAL MODEL: Algorithm of resources allocation

Now we return to calculation of  $L^{(k, j)}$  and to the problem of optimal allocation of resources for object (k, j) protection.

Consider  $G_{k,j}$ , a set of possible terrorists actions against object (k, j). Let on the local layer we know functions  $L_i(\lambda_i)$  – subjective probability of protection of object

(j, k) depending on spent resources  $\lambda_i$  for all possible types of terrorists' attacks, where superscripts (k, j) are omitted, for the sake of simplicity. These functions are presented in the figure below where for illustration purposes only we depicts only three such functions. (They should be defined by counter-terrorism experts.)



First, consider the Inverse Problem: obtaining the desired level of safety due to measures on the local layer. If the chosen level is  $L^*$ , then each of functions  $L_1(\lambda_1)$ ,  $L_2(\lambda_2)$ , and  $L_3(\lambda_3)$  has to have its value not less than  $L^*$  because inequality

min{  $L_1(\lambda_1), L_2(\lambda_2), L_3(\lambda_3)$ }  $\geq L^*$ 

has to be held.

It is obvious that for the minmax criterion to have any  $L_i$  ( $\lambda_i$ ) larger than  $L^*$  has no sense. So, the problem of protection resources allocation is solved: the local safety level  $L^*$  can be reached if all  $L_i$  ( $\lambda_i$ ) =  $L^*$ , and in this case one spends total

 $\lambda^{*} = \lambda_{1}^{*} + \lambda_{2}^{*} + \lambda_{3}^{*}$ 

resources. This amount of resources is minimum for reaching safety level  $L^*$ .

In analogous way, if one needs to reach the safety level  $L^{**}$ , the expenses related to this level of safety are

 $\lambda^{**} = \lambda_1^{**} + \lambda_2^{**} + \lambda_3^{**}$ 

and also are minimum for this case.

Direct problem (maximization safety under limited total resources) can be solved with the use an iterative process of numerical extrapolation. For instance, let total resources  $\lambda^{\circ}$  be given. One can find two arbitrary solutions of the Inverse Problem, say,  $L^*$  and  $L^{**}$  with corresponding values  $\lambda^*$  and  $\lambda^{**}$ . Let all three values satisfy condition

 $\lambda^* \leq \lambda^\circ \leq \lambda^{**}.$ 

Applying linear extrapolation, one finds value  $L^{(1)}$  and then, having solved the Inverse Problem for this value, finds a new value  $\lambda^{(1)}$ , which is used on the 2<sup>nd</sup> step of the iterative process instead of value  $\lambda^*$ , used at the beginning (see figure below).



If initially found values  $\lambda^*$  and  $\lambda^{**}$  satisfy conditions  $\lambda^* \leq \lambda^{**} \leq \lambda^\circ$  or  $\lambda^\circ \leq \lambda^* \leq \lambda^{**}$ , obviously, the iterative process is absolutely similar.

## EXAMPLE.

For the sake of transparency, consider a conditional example with a stadium safety that give us a possibility to explain everything not so abstractly. Assume that protection measures on Federal and State layers (for instance, attentive visa issuing with profiling nationality and country of applicant, checking pilot schools attendees, observation abnormal activity within specific communities, etc.) have been already undertaken.



Assume that three possible types of terrorists attacks are considered:

- (A) Suicide bombing;
- (B) Track with explosive entering the stadium zone;
- (C) Crash of a private plane.

Assume that there are the following protection measures:

- A<sub>1</sub>-Visual checking suspicious bags, dresses, etc;
- A<sub>2</sub> Sample checking suspicious persons;
- A<sub>3</sub>- Using explosive-sniffing dogs;
- $B_1$  Police block up of traffic on neighbor streets;
- $C_1$  Copter, armed with anti-plane missiles, barraging in the stadium area.

Fictional numerical input data (expenses of these protective measures) used in this illustrative example are given in the table below.

	LEVEL OF PROTECTION				
	0.9	0.95	0.99	0.995	0.999
A <sub>1</sub>	1	2	5	8	12
$\mathbf{A}_2$	5	10	25	40	60
<b>A</b> <sub>3</sub>	-	2	-	5	10
<b>B</b> <sub>1</sub>	1	-	10	-	20
C <sub>1</sub>	50	75	125	200	300

Here symbol "-" means that the protection level is absent, i.e. for instance, if one begins to use measure  $A_3$ , after applying 2 cost units the protection level jump to 0.95, though there is no level 0.9 at all.

For given example, expenses related to the protection level 0.95 are equal to 2+10+2+10+75=99 conditional units (numbers in the table are taken from up to down). Expenses related to level 0.995 are equal to 8+40+5+20+200=273 conditional units. Here bold fonts denote "jumps" described above, i.e. one is forced to "overkill" protection since otherwise the required protection is not delivered.

## CONCLUSIONS

We have outlined very general theoretical approach that can be used for the assessing, planning, modeling, and managing of cost-effective counter-terrorism measures. The second phase of the proposed approach deals with aggregated model for sets of defended objects within the states and in the country as whole. Of course, due to terribly increasing dimension of the problem on the higher layer it is possible to make only computer model.

Having that computer model, one can formulate much more complex and realistic problems to include various "what-if" scenarios and additional information: known gaps in security system, counter-terrorism intelligence, impact of preemptive strike against terrorist groups, fuzzy (or not enough reliable) information about terrorist plans and capabilities, etc.

### REFERENCES

- 1. **I.Ushakov** "Cost-effective approach to counter-terrorism". Int'l Journal *Communication in Dependability and Quality Management* (vol.8, No.3,2005).
- 2. **B. Gnedenko, I. Ushakov** "Probabilistic Reliability Engineering". *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1995. (Chapter 8: "Analysis of Performance Effectiveness").
- 3. **I.Ushakov**. "Handbook of Reliability Engineering". *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1994. (Section 8.6 "Vulnerability of a Complex System").
- 4. Yu. Rudenko, I. Ushakov "Reliability Energy Systems, Ed. B.V. Gnedenko. (in Russian). Original Russian title: "Надежность систем энергетики". "Nauka", Novosibirsk, Siberian Branch of the Academy of Sciences of the USSR, 1989.
- M. Kozlov, Yu. Malashenko, V. Rogozhin, I. Ushakov (team lead), T. Ushakova. "Computer model of Energy Systems Survivability: Methodology, Model, Implementation" (in Russian). Original Russian title: "Моделирование живучести систем энергетики: методология, модель, реализация". The Computer Center of the Academy of Sciences of the USSR, Moscow, 1986.
- 6. **I.Ushakov.** "Reliability of Complex Systems: Handbook" (in Russian). Original title > "Надежность технических систем: Справочник". "*Radio i svyaz", Moscow*, 1985 (Section 8.7).
- 7. Yu. Rudenko, I. Ushakov "On evaluation of survivability of complex energy systems". Original title: "К вопросу оценки живучести сложных систем энергетики". *Journal of the Academy of Sciences of the USSR, issue "Energy and Transportation", №1*, 1979.

# А ДЛЯ ЗВЕЗДЫ, ЧТО СОРВАЛАСЬ И ПАДАЕТ... (воспоминания о Ю.Н.Руденко)

Игорь Ушаков, Сан-Диего, США

## ПЕРВАЯ ВСТРЕЧА

Говорят, что с годами все труднее найти настоящего друга. Но вот мне посчастливилось встретиться и подружиться с Юрием Николаевичем Руденко, когда каждому из нас было уже далеко за сорок... И он стал для меня лучшим другом – преданным, искренним, интеллигентным... Тем более трагичен для меня был его преждевременный уход...

Мне хотелось бы поделиться своими воспоминаниями об этом замечательном человеке, который для многих был образцом неповторимой честности, несгибаемой принципиальности и самоотверженного труда. Мне не хочется вовсе превратить эти воспоминания в оценку его профессиональных достижений и его вклада в развитие советской энергетики. Я хотел бы вспомнить несколько ситуаций, которые показывали бы его с «человеческой» стороны, если хотите, в его повседневной, а не только профессиональной жизни.

Впервые я услышал о Ю.Н. в Болгарии от одного из его ближайших друзей – профессора Петера Тошева, с которым они учились вместе еще в институте в Ленинграде. Тот дал мне адрес Ю.Н. и сказал, чтобы я непременно с ним связался, так как может оказаться, что это будет интересно и полезно для нас обоих. И он оказался прав. Вернувшись из Софии, я сразу же послал письмо Ю.Н., ответ от которого получил немедленно. (Те, кто его знал, помнят, что Ю.Н. был весьма пунктуален.) Вскоре он приехал в командировку в Москву, позвонил мне вечером домой и мы договорились о встрече на следующий день у меня дома в 8:30 утра. Однако в 7 утра меня сдернул с постели звонок из секретариате директора моего института (работал я в одном из предприятий военно-промышленного комплекса): меня срочно вызывали по поводу каких-то проблем на испытаниях аппаратуры. Не проснувшись как следует, второпях одевшись, я помчался на работу и ... начисто забыл о встрече с Ю.Н.!

Пришел я домой уже после восьми вечера и мне домашние собщили, что ровно в 8:30 пришел Ю.Н., был явно обескуражен моим отсутствием и, оставив записочку со своим телефоном, ушел. Вы понимаете, как он – всегда предельно точный и даже чрезмерно аккуратный по части встреч – отреагировал на мое разгильдяйство. Ведь мог хотя бы домашних попросить извиниться за мое отсутствие из-за неожиданного вызова на работы!

Итак, начало наших отношений складывалось хуже некуда. Я тут же бросился звонить ему по оставленному телефону, встретил холодный и достаточно жесткий голос, сожалевший, что мы не сможем встретиться, поскольку завтра утром он улетает в Иркутск. На улице лил проливной дождина... Стоя у окна во время разговора, я видел, что на улице напротив моих окон на стоянке такси стояло две машины. Я сказал, что не все еще потеряно и я буду у него через 20 минут. Он хмыкнул, дал мне адрес и сказал, что хорошо будет, если я приеду через час: он сам

ехал ко мне на такси минут 30. Я рванулся к двери (азарт проснулся), без зонта, мокрющий влетел в такси и сказа шоферу, чтобы он мчал во всю прыть, за скорость – трешку сверху. Мы мчались, не глядя на светофоры, которые мутными пятнами светились вдали – «дворники» едва успевали сметать бурные потоки дождя... Благо, что в такую погоду любителей кататься на машинах и ходить по улицам почти не было. Мы домчались меньше, чем за 20 минут...

Это несколько исправило мою репутацию в глазах Ю.Н., хотя «отрабатывать» потом пришлось долго! Поговорили, чуток выпили, потом попили и чайку... Между нами как-то сразу установился необычный душевный контакт. (В таких случаях, о подобных встречах с особями противоположного пола говорят о любви с первого взгляда.) Начало дружбе было положено.

Он пригласил меня на свой семинар на остров Ольхон. Я с удовольствием согласился: давно мечтал хоть одним глазком взглянуть на Байкал.



Ю.Н. Руденко и автор (слева)

## СЕМИНАР НА ОЛЬХОНЕ

Получил приглашение от Ю.Н.: лечу на свой первый семинар в Иркутске, да еще на Байкале! Спросил про погоду, про форму одежды. Первая – отличная, вторая – произвольная... Так и решил: лечу с рюкзаком, в ковбойке и джинсах, на всякий случай – свитерок (ведь все же Сибирь, что ни говори!).

Прилетел. Схожу с самолета. «Ваши документики!» Ну, не спеша снял

рюкзак, порылся в нем, достал паспорт. «По какому делу?» – «Да вот, товарищ, еду к другу, директору СЭИ...» Чувствую, что переборщил слегка с одежкой... Можно было бы и пиджачок

нацепить – вон приличную же публику не шмонают! Смотрю, вот-вот с милых милицейских уст сорвется знакомое: «Тамбовский волк тебе товарищ!»

Тут вдруг из вечной аэропортовской толчеи возникает Ю.Н., показывает свое удостоверение и берет меня «на поруки». Я спрашиваю (но очень-очень миролюбиво – ведь власти не любят качающих права): «А в чем дело-то?» – «Да вот убёг тут уголовничек один, рецидивист. По описанию шибко на вас смахивает...» Повеселились мы потом с Ю.Н.!

Поужинали у него дома, чем Бог послал. (А посылал тогда бог в Сибири не густо: что-то не любил старикашка этого прекрасного края... А вот то, что шло помимо бога, через обком, тем Ю.Н. принципиально не пользовался, чем вызывал неудовольствие власть предержащих: кто же любит белых ворон!)

Рано утром поехали в Листвянку, а оттуда на институтском «крейсере» на остров Ольхон. Там уже разбит палаточный лагерь, и «конференц-зал» – тент, под которым размещались, прячась от жаркого летнего сибирского солнца, «конференты».



«Конференц-зал» (семинар на Ольхоне)

Уже на утро, на первом же заседании, произошел интересный эпизод. Конечно, главной фигурой этого эпизода был Ю.Н. Выступал один начинающий быть известным специалистом в области надежности в энергетики человек. Фамилию не забыл, но зачем вам она, а? Так вот, сообщает он нам о расчете резервированных трубопроводных систем. Понесло его немного «не в ту степь». Закончил. Стоит чуть ли не в смокинге, подвязан «галстухом».

Млеет от жары, но горд. Вопросы. Я замечаю ему: «А вот та формула у Вас неверна...» – «Как не верна? Эта формула взята из Справочника по надежности Ушакова!» – «Ну, и у Ушакова бывают ошибки... Главное, что эта формула применена у вас неправильно...» – «Что вы мне тут говорите! Я уже три года занимаюсь проблемой надежности!» В этот самый момент Ю.Н., пряча, как всегда, улыбку в усах (которых у него отродясь не было), говорит: «Успокойтесь, Аристарх Евлампиевич (допустим так звали того будущего специалиста). Обсудите этот вопрос после заседания в рабочем порядке с профессором Ушаковым...» – и сделал жест рукой, как бы

представляя меня. Зал (если так можно назвать пространство под навесом), грохнул от смеха. Но Аристарх был молодец, заржал и сам.



Столовая (семинар на Слюдяных озерах)

Вот так Ю.Н. свел на нет ситуацию, которая могла дойти до «интеллектуального мордобоя»... Вообще нужно сказать, что уметь быть серьезным председателем конференции и внезапно находить эффектные и в то же время эффективные ходы было отличительным свойством Ю.Н. При этом он все делал так, что человеческое достоинство ни одной из сторон никогда не было затронуто.



Одна из немногих минуток отдыха (семинар на Слюдяных озерах): Руденко, Зиночка и Слава (Ушаков-младший)

## КРУИЗ ПО БАЙКАЛУ

Однажды утром, еще до шести (по Москве), раздается звонок. Звонит из Иркутска секретарь Ю.Н. и милым голоском сообщает мне, что завтра утром из Листвянки отходит институтский «Титаник», отправляющийся в кругобайкальское путешествие в честь юбилея Ю.Н.Руденко, и я имею место быть приглашенным гостем, не забыл ли, мол. Я спросонья никак не могу понять: Как завтра утром? А как же с билетом? А как успеть оформить отпуск? Это же невозможно! Но, если уж очень хочется, то все возможно! (И как же я упустил: мне обо всем уже было сказано давным-давно!)

Одним словом, успел вылетеь в тот же день, правда билеты доставал через знакомых в ... впрочем, этом не важно, где... Но на безрыбье и сам рыбой станешь!..

Прилетел, переночевал в гостеприимном доме Руденко, а наутро – в путь! Путешествие было преинтереснейшим во всех смыслах. Увидеть Байкал весь – вот так «от души» – стало моей мечтой после первой с ним встречи. И мечта эта, наконец-то, сбылась! Мы пробороздили Байкал с юга на север по западной его стороне, а вернулись назад по восточной.

Именинник был душой общества, а мы с Алексеем Макаровым были «отдушинами». Дело в том, что Ю.Н. собрал в основном своих старинных друзей, с которыми он учился в институте в Ленинграде. Все его очень любили, но каждому казалось, что именно ему уделяется мало внимания, хотя Ю.Н. только тем и занимался, что «обслуживал» друзей. Среди друзей (и не только среди прекрасной половины человечества!) начались буквально сцены ревности. Нужно было спасать положение. Мы с Алексеем начали «отвлекающую психотерапию»: выпускали «корабельную» стенгазету, устраивали концерты самодеятельности, спортивные соревнования, конкурсы народно-туристской песни у костра, на борту создали «кактусерий» из представителей прибайкальской флоры, и т.п. Конечно во всех этих «общественных мероприятиях» Ю.Н. участвовал активнейшим образом.

Этот поход был и очень полезен: мы обсудили массу деловых проблем. (Ведь Ю.Н., вообще-то говоря, не умел отдыхать!)



Бухточка на Байкале (рисунок автора)

## ЖИВУЧЕСТЬ: ЖИВУ-ЧЕСТЬ, ЖИВУЧ-ЕСТЬ, ЖИВ – УЧЕСТЬ!

Я начал с каламбура Ю.Б. Гука, изобретенного им на одном из семинаров, посвященных именно проблеме живучести энергосистем. Но это будет много позже. А начиналось все следующим образом.

Однажды после очередного семинара, который проходил в «Интуристе» на берегу Байкала при устье Ангары, мы с Ю.Н. остались вдоем на пару дней. Он сказал мне, что есть одна идея, о которой нужно поговорить.

Стояли удивительно солнечнеы мартовские деньки. Мы ходили, жмурясь от солнышка, по двухметровой толще прозрачнейшего байкоальского льда. Если приглядеться, то можно было увидет даже темные силуэты рыб, лениво проплывавшие под ногами, водоросли... Особенно хорошо было видно, если лечь на лед, очистить его от снежной пороши и посмотреть, как смотрят днем в окно избы, прикрываясж руками от внешнего света.

Разговор пошел о живучести систем энергетики, т.е. их способности противостоять «недружественным» преднамеренным воздействиям. Понятно, что супостат не будет громить что угодно, а всегда будет выбирать наиболее уязвимые точки, «узкие места» в системе. Какой должна быть структура системы, чтобы успешно противостоять самым опасным отказа? Такого рода постановок задач в тогдашней теории надежности на то время не было. За общим разговором последовали часы обсуждений, формулировок задач, подготовки плана и разработки «стратегии и тактики» вовлечения заказчиков.

Спустя какое-то время, мы с Ю.Н. в Москве поехали на встречу к некоему важному чиновнику на прием. Идея-таки овладела массами! (А масса у того чиновника была немалая.) «Генерал» (будем так условно называть чиновника) спросил нас: «Знаете ли вы, что надо делать в случае нанесения по стране ядерного удара?» Это было так похоже на начало популярного в то время анекдота, что мы с Ю.Н. невольно хмыкнули. (Кто знает, может, «Генерал» – весельчак?). «Генерал» вопросительно взглянул на нас. Тут меня дернул черт за язык и я продолжил тот известный анекдот до конца: «Надо завернуться в белый саван и без паники ползти на кладбище...» Немая сцена из «Ревизора» в исполнении лучших МХАТовских классиков не пошла бы ни в какое сравнение с тем, что случилось тогда! Благо, опять, как всегда, положение спас Ю.Н. Он сказал что-то типа: «Анекдоты – анекдотами, но мы, кажется, действительно немножко представляем, что надо делать в такой ситуации.»

Получилось, что мы с «Генералом» разыграли перед Руденко анекдотец, дав ему в руки инициативу. Конечно же, заявление Ю.Н. было некоторым преувеличением (в случае массированного удара противника анекдот оставался в силе), но в результате заказ для института был получен.

Проблема действительно была не только важная, но и интересная, хотя, нужно заметить, что «централизация и живучесть – две вещи несовместные», как сказал бы Пушкин на нашем месте.

## НАПИСАНИЕ КНИГИ

Уж не помню, когда и как возникла идея написать книгу по надежности в энергетике. Конечно, многое было предопределено семинарами СЭИ по надежности энергосистем: нужна была хотя бы общая терминология, какие-то унифицированные методы расчета надежности, акцентирование на специфических сторонах систем энергетики.

Поначалу писалось легко: каждый дудел в свою дуду, не думая о партнере. (Хотя план всей книги, конечно же, был.) А вот «сшивание» рукописи, редактирование, стыковка глав давались трудно, несмотря на то, что у нас никаких принципиальных разногласий не было. Очень сочувствовали мы тогда Ильфу и Петрову, Ландау и Лифшицу, Карцеву и Ильченко...

В основном вместе мы работали, когда Ю.Н. приезжал в командировку в Москву. Появлялся он у нас доме замотанный, голодный не раньше семи-восьми вечера. Все предложениия насчет ужина категорически отвергал. Мы сидели в моем кабинете часов до десяти, после чего я, ссылаясь на головную боль (на чем-то нужно было сыграть!), говорил, что пора бы перекусить... Вконец измученный Ю.Н. наконец-то соглашался...

В период написания книги, когда я приезжал в Иркутск, мы иногда на субботу-воскресенье уезжали на его дачу. Вообще-то Ю.Н. старался проводить как можно больше свободного времени, но как мало его у него было... Гораздо больше мы занимались книгой во время семинаров вечерами, после заседаний. Ох, сколько чудесных байкальских вечеров испортил мне Ю.Н.!



Дача Руденко (рисунок автора)

Книга наконец вышла в формате «роман-газеты» – в мягкой обложке, нелепо большая и нелепого голубого цвета... Читать ее можно было, только сидя за большим письменным (на худой конец, обеденным) столом.

Хорошая ли получилась книжка, не мне судить. Во всяком случае, подобной до того не было. (Хотя это, возможно, аргумент больше против, чем за.) Ее даже собиралось переводить на английский одно нью-йоркское издательство, но умудрилось еще до заключения договора обанкротиться, так что не мы были тому виной...

Книга эта попалась на глаза Б.В. Гнеденко, которому понравилась некоторыми совершенно новыми постановками задач. Мы с Ю.Н. встречались с ним в его квартире в главном здании МГУ. Разговор был неспешный, обстоятельный, с чаепитием под Моцарта и домашние печения... Б.В. дал много советов, указал на некоторые математические неточности. Он порекомендовал нам поработать над вторым изданием.

Через три года, в 1989 г. книгу переиздало Сибирское Отделение. Книга получилась более солидной (хотя бы внешне). Мы показали ее в окончательном варианте Борису Владимировичу, он дал нам еще несколько советов и, по нашей просьбе, согласился быть титульным редактором.

Когда я уже преподавал в Университете Джорджа Вашингтона, Ю.Н. сообщил, что будет на каком-то совещании в Америке и прилетит в Вашингтон на один вечер. Естественно, что не заехать к нам он не мог, а к тому же, как он сказал, у него была интересная новость. Прилетел он в Вашингтон. Мы забираем его из гостиницы, привозим к нам домой. Перед ужином Ю.Н. достает нечто завернутое в бумагу, размером с пол обеденного стола, разворачивает и вручает мне агромаднейшую папку: «Ну, поздравляю, получили мы с тобой премию им. Кржижановского за монографию «Надежность систем энергетики»! И премия нам положена огромная, как хорошая Государственная – 50 тысяч рублей! Так что при нынешнем курсе рубля причитается каждому из нас по восемь долларов и 40 центов!»

Все комментарии по этому поводу я пропускаю, можете не закрывать глаза и не затыкать уши...

## ВМЕСТО ЗАКЛЮЧЕНИЯ

Были ли соизмеримые или даже лучшие организаторы науки в СЭИ? Пожалуй, были... Были ли соизмеримые и даже лучшие специалисты в области энергетики в СЭИ? Да, пожалуй, тоже были (хотя, возможно, по диапазону и уже)... Но чем же тогда брал Руденко? На мой взгляд, тем, что это был руководитель и специалист с удивительно обаятельной человеческой личностью. В этом смысле, он был уникален. Посудите сами. Целеустремленный и даже порой жестковатый руководитель и, в то же время, деликатный и предельно отзывчивый к чужим бедам и трудностям... Высокопрофессиональный специалист, который при общении никогда ни перед кем не показывал своего профессионального превосходства... В среднем довольно скупой и даже суховатый в общении, взрывавшийся иногда неожиданными блестками юмора и остроумия...



Ю.Н. Руденко и автор (справа) на борту институтского пароходика.

Человек он был предельно честный, принципиальный, бессребренник. Порой он выглядел даже неким Дон Кихотом, кои практически вымерли нынче на Руси... Мне кажется, что избрание его академиком-секретарем Отделения Энергетики Академии Наук было для него роковым... Нельзя антеям отрываться от земли-матушки! Но долг есть долг, а Юрий Николаевич был всегда человеком долга прежде всего.

NOTE



NOTE



© **RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS** No. 2 (Vol. 1), April 2006, San Diego – Moscow, 2006 <u>http://www.balmin.com/gnedenko\_forum/Journal/index.htm</u>