Reliability: Theory & Applications
ISSN 1932-2321

Journal of International Group on Reliability

RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS

No. 3 (Vol. 1)
September 2006

San Diego
2006

3

ISSN 1932-2321

Journal of International Group on Reliability

RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS

No. 3 (Vol. 1)
September 2006

ISSN 1932-2321

San Diego
2006

ISSN 1932-2321

http://www.gnedenko-forum.com/Journal/index.htm

LIST OF CONTENTS

Attantion! The Russian version of the articles is not authentic to the English ones.

Editorial

Conference, seminar, new publications

Study

list of contents

Memoirs

e-Journal ***Reliability: Theory & Applications*** publishes papers, reviews, memoirs, and bibliographical materials on Reliability, Quality Control, Safety, Survivability and Maintenance.

Theoretical papers have to contain new problems, finger practical applications and should not be overloaded with clumsy formal solutions.

Priority is given to descriptions of case studies.

General requirements: papers have to be presented in English in MSWord format; desirably to be supplied with Russian version, since (at least now) most of readers are Russians.

The total volume of the paper (with illustrations) has to be not more than 15 pages (Times New Roman TTF - 12 pt - 1,5 intervals).

Publication in this e-Journal is equal to publication in other International scientific journals.

Papers directed by Members of the Editorial Boards are accepted without referring.

The Editor has the right to change the paper title and make editorial corrections.

The authors keep all rights and after the publication can use their materials (re-publish it or present at conferences).

editorial

Send your papers to

the Editor-in-Chief ,
Igor Ushakov
iushakov2000@yahoo.com

or

the Scientific Secretary,
Alexander Bochkov
a_bochkov@yahoo.com

FORUM PRESIDENTAL ELECTIONS

Dear friends,

In June, 2006 we had our Forum Presidential and Vice-presidential elections. Members of the Forum were voting for two candidates stood for election, Vladimir Semenovich Korolyuk, President, and David Cox, Vice-president.

All members of the Forum who took part in voting supported both candidates. The elections has taken place.

General information:

PRESIDENT

KOROLYUK
VLADIMIR SEMENOVICH,
Academician, Academy of Sciences of the Ukrainian Soviet Socialist Republic

Ukrainian mathematician, Academician, Academy of Sciences of the Ukrainian Soviet Socialist Republic (from 1976, corresponding member from 1967). Graduated from Kiev University in 1950.

From 1954 he worked at the Institute of Mathematics (Academy of Sciences of the Ukrainian Soviet Socialist Republic), from 1965 at the same time he was Professor of Kiev University.

Basic research trends are calculus of probabilities and mathematical statistics, numerical mathematics and computer programming.

He developed the method of time-series deflation of deficiencies relying on boundary layer effect, which appears at the change from integral, integro-differential and finite-difference equations with small parameter to parabolic or elliptical differential equations. He suggested and developed a new approach to studying functional of Markovian and semi-Markovian processes based on inverse of linear operators perturbed on spectrum.

He constructed the algorithm of complex system phase composition. He got analytic expressions for generating function of end functional through homogeneous process with independent increments. He framed potential function and resolvent of semi-batch single-type processes with independent absorbing increment.

editorial

VICE-PRESIDENT

SIR DAVID COX
Ph. Doctor

He studied mathematics at the University of Cambridge and obtained his Ph.D. from the University of Leeds in 1949. He was employed from 1944 to 1956 at industries, and from 1956 to 1966 he was Professor of Statistics at Birkbeck College, London.

From 1966 to 1988 he was Professor of Statistics at Imperial College London. In 1988 he became Warden of Nuffield College and a member of the Department of Statistics at Oxford University. He formally retired from these positions in 1994.

Sir David Cox has received numerous honorary doctorates. He has been awarded the Guy medals in Silver (1961) and Gold (1973) of the Royal Statistical Society. He was elected Fellow of the Royal Society of London in 1973, was knighted by Queen Elizabeth II in 1985 and became an Honorary Fellow of the British Academy in 2000. He is a Foreign Associate of the US National Academy of Sciences. In 1990 he won the Kettering Prize and Gold Medal for Cancer Research for "the development of the Proportional Hazard Regression Model."

Sir David Cox has written or co-authored 300 papers and books.

From 1966 through 1991 he was the editor of Biometrika. He has supervised, collaborated with, and encouraged many younger researchers now prominent in statistics. He has served as President of the Bernoulli Society, of the Royal Statistical Society, and of the International Statistical Institute. He is now an Honorary Fellow of Nuffield College and a member of the Department of Statistics at the University of Oxford.

He has made pioneering and important contributions to numerous areas of statistics and applied probability, of which the best known is perhaps the proportional hazards model, which is widely used in the analysis of survival data.

In the course of voting the amendment to the Charter of the Forum was endorsed nemine dissentiente: Founder of the Forum and Scientific Secretary of the Forum have no rights to run as a candidate for Presidential and Vice- presidential election of the Forum.

The amendment was adopted and it should be read in the following edition:

in Russian:

8. Основатель Форума и Ученый Секретарь Форума не имеют права быть избранными на позиции Президента или Вице-президента Форума.

in English:

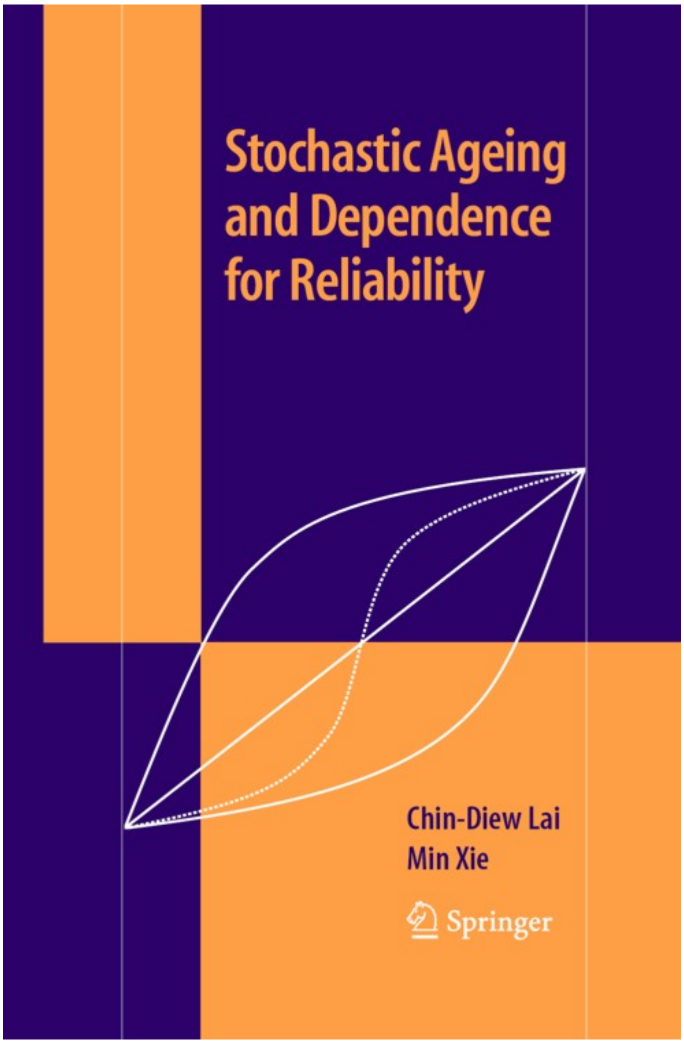
8. Founder of the Forum and the Scientific Secretary of the Forum have no right to be elected on positions of President or Vice-President of the Forum.

Appropriate amendment has been introduced to the Charter of Forum. Our congratulation to all members of Forum with such representative management team and we invite everybody to active partnership in our electronic journal. From No. 3 our journal has its official identification number ***ISSN 1932-2321*.**

/Igor Ushakov/

/Alexander Bochkov/

conference, seminar, new publications



STOCHASTIC AGEING AND DEPENDENCE FOR RELIABILITY

Chin-Diew Lai and Min Xie

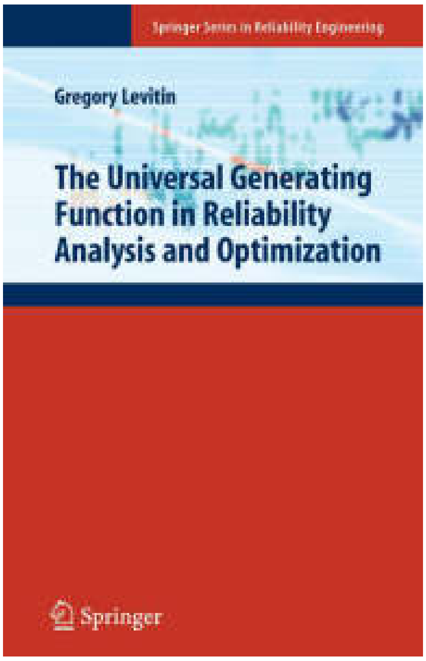
Ageing and dependence are two important characteristics in reliability and survival analysis, and they affect significantly the decision people make with regard to maintenance, repair/replacement, price setting, warranties, medical studies, and other areas. There are many papers published at different technical levels. This book aims at providing a state-of-the-art review of the subject so the interested readers may have a panoramic view of the theory and applications of the two areas.

This book serves as reference book for professors and researchers involved in reliability and survival analysis. Students with basic probability and statistics knowledge interested in applications will also find the book useful.

Chin-Diew Lai obtained Ph.D. in Statistics from the Victoria University of Wellington. He held positions at the University of Auckland and the National Chiao Tung University (Taiwan) prior to coming to Massey in 1979. Professor Lai has published over 90 peer-reviewed papers and coauthored two well-received books. He is one of the two Editors-in-Chief of the Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences.

Min Xie obtained his Ph.D. in Quality Technology from Linköping University in Sweden. He joined the National University of Singapore in 1991 and was awarded the prestigious Lee Kuan Yew research fellowship. Professor Xie has authored numerous papers and several books, and serves as editor or editorial board member in several international journals.

ISBN 0-387-29742-1
www.springer.com



Gregory Levitin

THE UNIVERSAL GENERATING FUNCTION IN RELIABILITY ANALYSIS AND OPTIMIZATION

Springer, 2005

The author develops techniques of Universal Generating Function introduced by I. Ushakov in the middle of 80-e. The book offers a description of the universal generating function technique and its applications in Reliability Analysis of binary and multi-state systems and as well to optimization of series-parallel structures under certain constraints. The book supplies with a number of examples from engineering practice.

Many real systems are composed of multi-state components with different performance levels and several failure modes. These affect the whole system's performance. Most books on reliability theory cover binary models that allow a system only to function perfectly or fail completely. *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization* is the first book that gives a comprehensive description of the universal generating function technique and its applications in binary and multi-state system reliability analysis. It features: an introduction to basic tools of multi-state system reliability and optimization; applications of the universal generating function in widely used multi-state systems; examples of the adaptation of the universal generating function to different systems in mechanical, industrial and software engineering.

This monograph will be of value to anyone interested in system reliability, performance analysis and optimization in industrial, electrical and nuclear engineering.

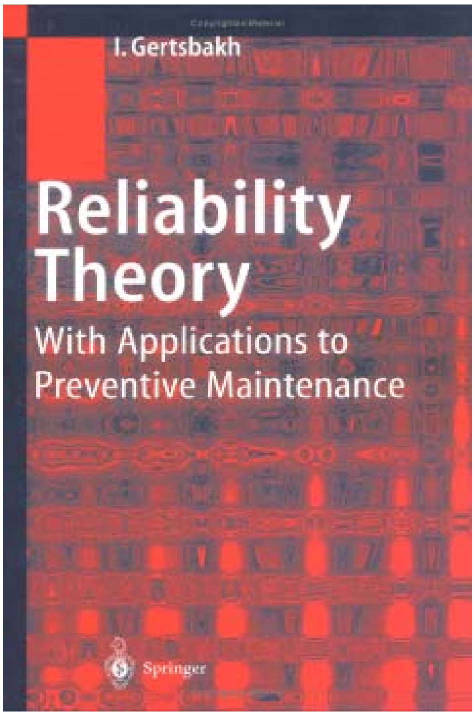
Table of Contents

Автор развивает метод универсальных производящих функций, введенных И. Ушаковым в середине 80-х годов. В книге предлагается описание метода и применение его к анализу надежности систем с двумя и многими состояниями, а также к решению задач оптимизации при наличии ограничений. Книга снабжена большим числом примеров практического применения метода.

Многие реальные системы состоят из элементов, имеющих несколько уровней функционирования, чьи состояния влияют и на оперативные возможности систем. В данной книге дается детальный анализ подобных систем с использованием метод универсальных производящих функций, приводится много практических примеров.

Книга будет интересна дл всех, кто интересуется надежностью различных технических систем и их оптимизацией.

Оглавление книги:



И. Герцбах
elyager@bezeqint.net

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ К ПРОФИЛАКТИЧЕСКОМУ ОБСЛУЖИВАНИЮ

Москва 2003 - 263 стр.

Перевод с английского М.Г. Сухарева
Под ред. В.В.Рыкова Rykov@rykov1.ins.ru
ГУП Изд-во "Нефть и газ" РГУ им. И.М. Губкина,

Для приобретения книги обратиться по адресу:
РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина,
11991, Москва, Ленинский просп., 65
Тел: 135-84-06, 930-97-11. Факс : 135-74-16

Эта книга - перевод с английского монографии I. Gertsbakh, Theory of Reliability With Applications to Preventive Maintenance, Springer-Verlag- 2000.

Автор - известный специалист в области теории надежности - написал ее на основе лекций, прочитанных в 1997-1999 гг. в Университете им. Бен-Гуриона (Израиль) для студентов инженерных специальностей. И.Герцбах знаком русскому читателю по книгам "Модели отказов" (совместно с Х.Б. Кордонским, 1966) и "Модели профилактики" (1969).

"Теория надежности" написана просто и доступно, в ней нет длинных и громоздких доказательств, в ней много интересных примеров и задач с подробными решениями и алгоритмами, написанными на пакете *Mathematica*.
В Приложении дается Нормальная и Вейбулловская вероятностная бумага .
Детальную информацию об этой книге (по-английски) можно найти на сайте
www.amazon.com , under "books" , "Gertsbakh"

Книга содержит сведения о статистической обработке неполных (усеченных) данных, теорию распределений в надежности, модели профилактического обслуживания систем с многими состояниями, новый материал по обслуживанию с обучением и по выбору оптимальных шкал времени.

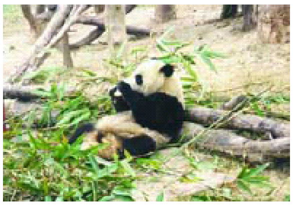
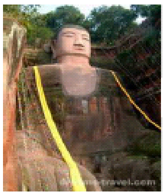
Эта книга идеально подходит как учебник или учебное пособие по Теории надежности, Приложениям теории вероятностей, Введению в случайные процессы, и может быть использована студентами, аспирантами и научными работниками инженерных специальностей и прикладными математиками.

The First International Conference On Maintenance Engineering (ICME '06)

UESTC, Chengdu, Sichuan, P.R.China

October 15-18, 2006

Conference's Theme: " New Century, New Maintenance "

Organized by
The Maintenance Professional Committee, China Ordnance Society (MPCCOS)

In Cooperation With
University of Electronic Science and Technology of China (UESTC)
International Foundation for Research in Maintenance
Remanufacturing Technology Committee, China Association of Plant Engineering Construction
Machinery Maintenance Committee, China Association of Plant Engineering
Maintenance Engineering Institution, China Construction Machinery Society
Repairing Ship Academic Committee, CSNAME

Sponsor
IEEE Reliability Society (Technical Sponsor)
National Natural Science Foundation of China (NSFC)
Chinese Academy of Engineering
Reliasoft (China) Corporation

Call for Papers (ICME'06)
The purpose of ICME'06 is to promote interactions between academic researchers and industrial practitioners. We are particularly interested in exchanging practical approaches, concepts, prototypes, and other results which could contribute to the academic arena and also benefit business and the industrial communities.

The conference aims to bring together researchers and practitioners that are interested in sharing the latest theoretical and practical ideas/results in the maintenance field. The conference features keynote presentations from Jay Lee, Min Xie, Basim Al-Najjar, Jinji Gao, Hoang Pham, Wenbin Wang, and Xisheng Jia.

The conference includes paper sessions, panel sessions and product exhibition. We sincerely expect your participations and presentation of new ideas and experiences in the maintenance field. Interested parties and personnel other than the authors are also welcome.

Papers submitted to the conference should describe original work in the maintenance filed. Case studies, empirical research and experimental results are particularly welcome. Papers should be in English and 2000 - 8000 words in length. Papers should be submitted in PDF or PostScript format via email to yangbo@uestc.edu.cn or mqiang@uestc.edu.cn .

Topics of interest include but are not restricted to the following:

- ♦ Equipment Management and Maintenance
- ♦ The Theory, Technology and Method of Active Maintenance
- ♦ Condition Based Maintenance (CBM)
- ♦ Reliability Centered Maintenance (RCM)
- ♦ Software Maintenance
- ♦ Emergency Maintenance
- ♦ Tele-Diagnosis and Maintenance
- ♦ e-Maintenance
- ♦ Maintainability & Maintenance Modeling
- ♦ Reliability, Maintainability, Testability, Supportability
- ♦ Analysis and Design Technology

Important Dates

Deadline for paper submission: June 15th, 2006
Notification of acceptance July 31st, 2006
Early registration: September 10th, 2006
Deadline for registration: September 30th, 2006
Date of Conference: Oct.15th -Oct.18th, 2006

The Organization of ICME 2006

Conference Chair

Binshi Xu	Academician Chinese Academy of Engineering
Professor	National Key Laboratory for Remanufacturing, China

Co-Chairs

Jinji Gao	Academician Chinese Academy of Engineering Professor Beijing University of Chemical Technology, China
Shanghe Liu	Academician Chinese Academy of Engineering Professor Shi Jiazhuang Mechanical Engineering College, China
Min Xie	Professor National University of Singapore, Singapore
A. K.S. Jardine	Professor University of Toronto, Canada
Jay Lee	Chair Professor Ohio Eminent Scholar & L.W. Scott Alter Chair Professor in Advanced Manufacturing, USA Professor University of Cincinnati, USA
Dong Ho Park	Honorary President Korean Reliability Society Professor Hallym University, Korea

Program Committee Chairs

Xisheng Jia	General Secretary Maintenance Professional Committee, China Ordnance Society
Hong-Zhong Huang	Professor University of Electronic Science and Technology of China
Hoang Pham	Professor Rutgers University, USA
Renkuan Guo	Professor University of Cape Town, South Africa
Wenbin Wang	Senior Lecturer University of Salford, UK

Program Committee Members

Basim Al-Najjar	Chair Centre of Industrial Competitiveness (CIC) Professor Växjö University, Sweden
G. Levitin	Engineer-Expert Israel Electric Corporation Ltd., Israel
Changping Liu	Vice Chair Total Productive Maintenance Committee, CAPE, China
Mingjian Zuo	Professor University of Alberta, Canada
Eui Yong Lee	Professor Sookmyung Women's University, Korea
Rui Kang	Professor Beijing Institute of Technology, China
Lirong Cui	Professor Beijing Institute of Technology, China
Jiashan Jin	Professor Naval University of Engineering, China
Maozhi Gan	Professor Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Jianping Hao	Associate Professor Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Liyang Xie	Professor Northeastern University, China
Yuan Lu	Assistant Professor Technische Universiteit Eindhoven, Netherlands
Yuanshun Dai	Assistant Professor Indiana University-Purdue University Indianapolis (IUPUI), USA
Jianfeng Yang	Professor Beijing University of Chemical Technology, China
Bo Yang	Associate professor University of Electronic Science and Technology of China

Steering Committee Chairs

Li Du	University of Electronic Science and Technology of China
Senlin Zhang	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Kevin Zhao	Reliasoft (China) Corporation

Keynote Speakers:

1. Jay Lee	Chair Ohio Eminent Scholar & L.W. Scott Alter Chair Professor in Advanced Manufacturing, USA Professor University of Cincinnati, USA
2. Jinji Gao	Academician Chinese Academy of Engineering Professor Beijing University of Chemical Technology, China
3. Min Xie	Professor National University of Singapore, Singapore
4. Basim Al-Najjar	Chairman Centre of Industrial Competitiveness (CIC) Professor Växjö University, Sweden
5. Hoang Pham	Professor Rutgers University, USA
6. Xisheng Jia	General Secretary Maintenance Professional Committee China Ordnance Society, China Professor Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
7. Wenbin Wang	Senior Lecturer University of Salford, UK

Conference Secretariat

Bo Yang	University of Electronic Science and Technology of China
Qiang Miao	University of Electronic Science and Technology of China
Zongwen An	University of Electronic Science and Technology of China
Xusen Xu	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Runsheng Wang	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Yuhong Gan	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China

Contact

Dr. Bo Yang yangbo@uestc.edu.cn
Dr. Qiang Miao mqiang@uestc.edu.cn
Addr.:
Department of Industrial Engineering, School of Mechanics and Electronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Si Chuan, P.R.China, 610054
Tel: 86-28-83202570
Fax: 86-28-83202570

LOCATION

ICME '06 is to be held in Chengdu, which is situated in the middle of Sichuan Province, the West Sichuan Plain. The annual average temperature is around 16.4 degree. Chengdu is a paradise for food-lovers. As is known, Si Chuan Cuisine is one of four the best well-known Chinese cuisines. According to current statistical figures, there are 4000 different kinds of dishes in Si Chuan Cuisine and 300 of them are well-known ones. Si Chuan dishes can be summed up as "fine ingredients, refined combinations, skilled cooking and varied tastes", which emphasizes "taste", particularly "Ma" (Spicy) and "La" (Hot). Famous Chuan dishes include steamed jiangtuan, guoba squid, pocket bean curd, duck made with zhangcha, hot bean curd, duck stuffed with bean mud, fried chicken blood, etc. Chengdu is also a shopping paradise where various shopping centers can be found. As Chengdu is a famous cultural and historical city of China, different from department stores in general, shopping centers here also sell Chinese herbal medicines, antiques, classic books, handcrafts etc. In particular, "Buxing Jie" is a recommended street with different kinds of shops there. Goods here have been appraised by experts. In Songxianqiao Art City one can find antiques paintings, coins and handcrafts, etc. Scenery Spots around Chengdu include:

JIUZHAI GOU

Jiuzhaigou is recognized by the UN as one of the greatest natural legacies in the world. It is located in the Nanping county of Aba province which lies 450 kilomiles away from Chengdu. With the total area of over 72,000 hectares, it is named as JiuZhaigou because there were 9 "Zang" (a Chinese clan) stockaded villages. The tourist spot is divided into 5 scenic areas including Baojing Rock, Shuzheng, Rizi, Jian Rock, Chang Sea and ZhaYu. Most of the spots are found within the 3 main Y-shaped gaps. Besides, there are more than 100 highland lakes scattered like a terraced field. The turquoise water is clear and fresh. In particular, Jiuzhaigou's KeSiTe image, the magnificent waterfall and fountain are attractive sites. Jiuzhaigou is known as "kingdom of fairy tale".

SANXING DUI

SanXing Dui Ancient City is the eldest and largest Shu ancient city found in China. In 1986, two enormous altars from the Shang dynasty, the top copper statue of the world—bronze human figures and a gold masks were found. SanXing Dui ancient city is a top attraction and is regarded as one of the biggest business cities in ancient China.

E'MEI MOUNTAIN

Emei Mountain is also recognized by the UN as one of the greatest legacies of ancient culture and natural landscape. It is situated 160 kilometers away from the southwest Chengdu. The mountain extends more than 200 kilometers and the epic reaches 3099 meters above the sea level. Tourists can reach 3077m above the sea level. It was said that there is an old man called Old Pu in the 6th Wing Ping year of the King Ming in East Han Dynasty. One day, he saw a magic deer so he followed it to the Golden Top. The deer disappeared suddenly. Old Pu asked Bao Zhang, a monk, about it. The monk told him that Puxian Buddha has changed into a deer. Since then, Old Pu became a monk and worshipped Puxian Buddha. In Emei Mountain its features are craggy, the cliffs are layered and the trees are a lush green, and that is why there is a Chinese saying that "Emei is the most graceful place in the world".

WUHOU TEMPLE

Wuhou Temple was built in commemoration of Zhuge Liang, the Prime Minister of the Shu Han Dynasty. In the beginning of the Ming Dynasty, it was merged with the Chao Lie Temple in commemoration of Liu Bei. The temple displays the suppleness of the Chinese garden. There are numerous historical relics like horizontal cribbed boards, couplets, inscribed tablets, penmanship, furnaces, Chinese tripods, etc. The San Jui (Three-Bests) horizontal inscribed board, Zhuge Liang's Lung Gun couplets, Chu Si Biao and the tomb of Liu Bei are the most famous one.

OBSERVED STATISTICAL RISKS IN INSPECTION FOR QUALITY & RELIABILITY

Ernest V. Dzirkal
Victor A. Netes

Key Words – Statistical inspection of quality and reliability, Hypothesis testing, Observed risks, Confidence limits.

Summary & Conclusion - This paper presents the concept of observed risks. These risks are determined after the statistical inspection tests of quality or reliability, so they depend on the test results. They allow evaluating probability of erroneous decisions (risks) after the test, not before it as it is traditionally done. We give the main properties of the observed risks. Numerical examples illustrate the suggested concept and demonstrate its usefulness.

study

1. INTRODUCTION

In natural sciences an experiment is usually planned so that its conjectural error does not exceed some chosen value, but after termination of the experiment its actual error is estimated. However in statistical test problems another approach is generally used. The probability of risks is considered as the measure of risk before the test as well as after it. This is strange, but after the test completion and decision making, the risks does not become more accurate.

This paper intends to fill up this gap for the problems of quality and reliability inspection. Besides that the problem of inspection with the use of confidence limits and two levels of a checked index is solved.

This approach was officially admitted in 1987 in the former USSR and the appropriate technique has been included in the National Standard [1]. Nevertheless it did not attract attention of theoreticians and it is not mentioned in the University courses and practical manuals. Therefore the authors would like to attract attention to this approach, which was described in their previous papers [2, 3] and handbook [4].

2. NOTATION

Q – quality or reliability index of some item.
Q_0 – acceptance level of Q.
Q_1 – rejection level of Q.
H_0 – null hypothesis: $H_0 = \{Q \geq Q_0\}$ for the positive index (the larger the value of Q, the higher quality or reliability); $H_0 = \{Q \leq Q_0\}$ for the negative index (the smaller the value of Q, the lower quality or reliability).
H_1 – alternative hypothesis: $H_1 = \{Q \leq Q_1\}$ for the positive index; $H_1 = \{Q \geq Q_1\}$ for the negative index. (We will consider further the positive index).
x – test data.
X_0 – acceptance region.
X_1 – rejection region.
α – (planned) producer's risk: $\alpha = \Pr\{x \in X_1; H_0\}$.
β – (planned) consumer's risk: $\beta = \Pr\{x \in X_0; H_1\}$.
$Q_*(x,\gamma)$ – lower confidence limit for Q under the test data x and confidence coefficient γ.
$Q^*(x,\gamma)$ – upper confidence limit for Q under the test data x and confidence coefficient γ.

$\Pr(n,\lambda) = \sum_{i=0}^{n} \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}$ – Poisson distribution.

3. OBSERVED RISKS IN THE CASE OF SINGLE-SAMPLE INSPECTION WITH THE USE OF ACCEPTING CONSTANT

In this case we use some test statistic *S(x)*, which is a function of the observations, and the accepting constant *C*. Let the test statistic *S(x)* be such that the larger its value, the stronger the evidence of higher quality or reliability of the tested item). The null hypothesis H_0 is accepted and we make the decision that the item conforms to quality or reliability specifications when $S(x) \geq C$. The H_0 is rejected and we make the decision that the item does not conform to the specifications when $S(x) < C$.

Thus

$$X_0 = \{x : S(x) \geq C\}, \tag{1a}$$

$$X_1 = \{x : S(x) < C\}. \tag{1b}$$

Hence

$$\alpha = \Pr\{S(x) < C; H_0\}, \tag{2a}$$

$$\beta = \Pr\{S(x) \geq C; H_1\}. \tag{2b}$$

The observed producer's risk $\hat{\alpha}(x^*)$ for test data x^* is defined as the probability that the result for the item with the value of index not less than Q_0 will not be better than x^*.

The observed consumer's risk $\hat{\beta}(x^*)$ for test data x^* is defined as the probability that the result for the item with the value of index not greater than Q_1 will not be worse than x^*.

Therefore

$$\hat{\alpha}(x^*) = \Pr\left\{S(x) \le S(x^*); H_0\right\}, \tag{3a}$$

$$\hat{\beta}(x^*) = \Pr\left\{S(x) \ge S(x^*); H_1\right\}. \tag{3b}$$

Thus in determining the observed risks we use the value of test statistic itself and not only the fact that it is greater or less than the acceptance constant C [compare (3a,b) with (2a,b)].

Theoretically the observed risk corresponds to the observed significance level in statistics [5].

Observed risks may be determined in the both cases: acceptance and rejection. If we wish make the consumer's and producer's planned risks equal ($\alpha = \beta$), the above-mentioned decision rule [corresponding with (1a,b)] may be formulated also without using the acceptability constant C by comparing the observed risks as follows:

$\hat{\alpha} > \hat{\beta}$ - acceptance, $\hat{\alpha} < \hat{\beta}$ - rejection

(see Example 1 and Theorems 3 and 4 below). In other words, we choose the decision, which corresponds to the smaller observed risks.

Example 1

Consider the acceptance sampling with inspection by attributes and let the accepting and rejection levels be $q_0 = 0.05$ and $q_1 = 0.15$, respectively. We assume Poisson distribution for the defective number d:

$$\Pr\left\{d = n; q\right\} = \exp(-Nq)(Nq)^n / n!,$$

where N is sample size, q is actual number of defects.

If $N = 40$, acceptance number $A = 3$, rejection number $R = A + 1 = 4$, then $\alpha = 0.143$ and $\beta = 0.151$.

The observed producer's risk $\hat{\alpha}$ when the observed number of defects is d^* defines as the probability to have not less defectives than d^* under the fraction defective q_0.

The observed consumer's risk $\hat{\beta}$ is the probability to have not greater than d^* defectives under the fraction defective q_1.

Therefore $\hat{\alpha} = 1 - \Pr(d^* - 1, Nq_0)$, $\hat{\beta} = \Pr(d^*, Nq_1)$.

Table 1 contains the observed risk for this example.

TABLE 1
Observed risks for Example 1

d^*	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\hat{\alpha}$	1.000	0.865	0.594	0.323	0.143	0.053	0.017	0.005	0.001
$\hat{\beta}$	0.002	0.017	0.062	0.151	0.285	0.446	0.606	0.744	0.847

The observed producer's risk $\hat{\alpha}$ equals the planned producer's risk α when $d^* = R = 4$ (R is the minimal number of defects in the rejected lot); when d^* is increasing $\hat{\alpha}$ is rapidly decreasing.

The observed consumer's risk $\hat{\beta}$ equals the planned consumer's risk β when $d^* = Ac = 3$ (Ac is the maximum number of defects in the accepted lot); $\hat{\beta}$ is rapidly decreasing with decreasing d^*.

4. MAIN PROPERTIES OF OBSERVED RISKS

Theorem 1. If $x^* \in X_1$, then $\hat{\alpha}(x^*) \le \alpha$; if $x^* \in X_0$, then $\hat{\beta}(x^*) \le \beta$.
Proof. (we provide proofs only for one of the risks, for another risk they are analogous):
Let $x^* \in X_1$. From (1b) $S(x^*) < C$ and $\{x : S(x) \le S(x^*)\} \subset \{x : S(x) < C\}$,
so $\Pr\{S(x) \le S(x^*)\} \le \Pr\{S(x) < C\}$.
Thus from (3a) and (2a) $\hat{\alpha}(x^*) \le \alpha$.

Theorem 2. $\sup\limits_{x \in X_1} \hat{\alpha}(x) = \alpha$, $\sup\limits_{x \in X_0} \hat{\beta}(x) = \beta$.

Proof: Let $\alpha = \sup\limits_{x \in X_1} S(x)$. If there exists $x^* \in X_1$ so that $S(x^*) = \alpha$, than $X_1 = \{x : S(x) \le S(x^*)\}$ and
$\alpha = \Pr\{X_1; H_0\} = \Pr\{S(x) \le S(x^*); H_0\} = \hat{\alpha}(x^*)$.
If there does not exist such x^*, then there exists a sequence $x_n \in X_1$ so that $S(x_n) \uparrow \alpha$. Then sequence of sets $X'_n = \{x : S(x) \le S(x_n)\}$ is increasing and $\cup X'_n = X_1$, so $\Pr\{X'_n\} \to \Pr\{X_1\}$.
Therefore $\hat{\alpha}(x_n) = \Pr\{X'_n; H_0\} \to \Pr\{X_1; H_0\} = \alpha$.

Theorem 3. Let $\alpha = \beta$. Then $\widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$ for $x^* \in X_0$, $\widehat{\alpha}(x^*) \le \widehat{\beta}(x^*)$ for $x^* \in X_1$.

Proof**:**

If $x^* \in X_0$ then $S(x^*) \ge C$ and $\widehat{\beta}(x^*) \le \beta = \alpha = \Pr\left\{S(x) < C; H_0\right\} \le \Pr\left\{S(x) \le S(x^*); H_0\right\} = \widehat{\alpha}(x^*)$.

Theorem 4. Let $\alpha = \beta$. If $\widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$ then $x^* \in X_0$; if $\widehat{\alpha}(x^*) \le \widehat{\beta}(x^*)$ then $x^* \in X_1$.

Proof**:** The assumption that $x^* \in X_1$ when $\widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$ involves a contradiction, because in this case $\widehat{\alpha}(x^*) \le \widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$. Thus $x^* \in X_0$.

5. INSPECTION WITH THE USE OF CONFIDENCE LIMITS

The decision rule in the case of inspection with the use of confidence limits is [2, 4, 6]:

$$Q_*(x, 1-\beta) \ge Q_1,\ Q^*(x, 1-\alpha) > Q_0 \text{ – acceptance;} \quad (4a)$$

$$Q_*(x, 1-\beta) < Q_1,\ Q^*(x, 1-\alpha) \le Q_0 \text{ – rejection.} \quad (4b)$$

Under some natural constraints we can choose the extent of test to ensure the fulfillment of one of these two conditions for acceptance or rejection [2, 4, 6].

Usually, the confidence limits are built on the base of some statistic $\xi(x)$ [6] so that

$$Q^*(x,\gamma) = A(\xi(x),\gamma),\ Q_*(x,\gamma) = B(\xi(x),\gamma),$$

where $A(\cdot)$ and $B(\cdot)$ are some functions. In this situation the decision rule (4a,b) is equivalent to the decision rule corresponding (1a,b) with $S(x) = \xi(x)$ and some acceptability constant C [6].

In the case of inspection with the use of confidence limits the observed risks $\widehat{\alpha}(x^*)$ and $\widehat{\beta}(x^*)$ are determined from the equations

$$Q^*(x^*, 1-\widehat{\alpha}) = Q_0, \quad (5a)$$

$$Q_*(x^*, 1-\widehat{\beta}) = Q_1. \quad (5b)$$

Sometimes the extent of the test depends on external circumstances. For example, the duration of field test often equals a standard time period: a month, a quarter, a year. In these cases we can not plan the test to ensure required risks α and β beforehand, so the inspection by means of confidence limits is very suitable.

After obtaining all possible data x we determine the confidence limits $Q^*(x,\gamma_1)$ and $Q_*(x,\gamma_2)$ to satisfy one of the following conditions:

$$Q^*(x,\gamma_1) > Q_0,\ Q_*(x,\gamma_2) = Q_1; \tag{6a}$$

$$Q_*(x,\gamma_2) < Q_1,\ Q^*(x,\gamma_1) = Q_0. \tag{6b}$$

It can be attained by choosing appropriate values of γ_1 and γ_2 with some predetermined relationship between them (it may be recommended $\gamma_1 = \gamma_2$).

In the case of (6a) we make a decision about acceptance with the consumer's risk $\hat{\beta} = 1 - \gamma_2$. In the case of (6b) we make a decision about rejection with the producer's risk $\hat{\alpha} = 1 - \gamma_1$.

Example 2

Consider the field test of an item. We check its MTBF and the acceptance and rejection levels of MTBF are T_0 and $T_1 = 0.5T_0$ respectively. The test duration is limited and equals $t = 4T_0$. Let the distribution of time between failures be exponential. In this case we can not guarantee the planned risks α and β less than 0.2. These risks satisfy neither producer nor consumer. However, the test was carried out and its data was fixed.

The confidence limits for MTBF are [4]

$$T_* = t/\Delta_{1-\gamma_2}(r),\ T^* = t/\Delta_{\gamma_1}(r-1),$$

where $t = 4T_0$ is duration of the test, r is the number of failures during this time and $\Delta_\gamma(n)$ is the percentile of the Poisson distribution, i.e. the root of the equation $\Pr(n, \Delta_\gamma(n)) = \gamma$.

Choosing γ_1 and γ_2 to satisfy (6a) or (6b), we obtain the results presented in Table 2.

The maximum values of observed risks $\hat{\alpha}$ and $\hat{\beta}$ equal 0.2, but they correspond only with $r = 5$ and $r = 6$. For other test results, the observed risks are less than 0.2. Therefore if, for example, the number of failures $r = 2$, then the item will be accepted with observed risk $\hat{\beta} = 0.015$ and the consumer will not be afraid that his risk is too great.

TABLE 2
Decisions and Risks for Example 2

Number of failures	Decision	Observed risk: $\hat{\alpha}$ for acceptance, $\hat{\beta}$ for rejection
0	acceptance	< 0.001
1		0.005
2		0.015
3		0.05
4		0.10
5		0.20
6	rejection	0.20
7		0.13
8		0.05
…		…

6. CONCLUSION

It seems to the authors that the suggested approach solves the following problems:

- The problem of experiment's error estimation in statistical inspection is solved in a natural way: after the test completion with taking its results into account. This decision deserves to be included in textbooks, handbooks, standards etc. in order to complete the traditional approach using only planned risks.

- The long-standing question how confidence limits can be used in statistical inspection (i.e. about the connection between determination and check test) is solved for the case of two-level quality or reliability inspection.

The suggested approach allows:

- To determine the observed risks and to make more precise and realistic decision making.

- To check quality and reliability directly using confidence limits of the checked index itself and not using indirect measures connected with this index (number of failures, defects etc.). It enables to check complex indices such as availability and efficiency ratios.

- To introduce into the results of check test some quantitative appraisal of quality, for example to divide accepted items into quality levels according to the values of observed risks fixed, when the appropriate lots were tested.

- In spite of absence of preliminary test planning it is possible to make decision based on all obtained statistical data and indicating the observed risks.

REFERENCES

[1] GOST (State All-Union Standard) 27.410–87. Industrial product dependability. Inspection methods of reliability indices and plans of check tests on reliability (in Russian).

[2] Dzirkal, E.V. "Statistical monitoring with the use of confidence limits in the case of a fixed number of observations", Eng. Cybern., vol. 20, 1982, pp. 61–65.

[3] Netes, V.A. "Risk observed in statistical inspection", Dependability and Quality Control, 1991, No 10, pp. 26–32 (in Russian).

[4] Handbook of Reliability Engineering. Ed. I.A. Ushakov. John Wiley & Sons, Inc., 1994.

[5] Cox, D.R., and D.V. Hinkley, Theoretical Statistics, Chapman & Hall, 1974.

[6] Pavlov, I.V. Statistical Methods of Estimation of Reliability of Complex Systems Based on Experimental Results, Radio i Svyaz Press, 1982 (in Russian).

REDUNDANCY AND RENEWAL OF SERVERS IN OPENED QUEUING NETWORKS

G. Sh. Tsitsiashvili
M.A. Osipova
Vladivostok, Russia[1]

An opened queuing network with a redundancy and a renewal of servers is considered. To calculate a stationary regime in this network directly it is necessary to consider sufficiently complicated and large system of linear algebraic equations. A special control of the network route matrix allows to use product theorems and so to simplify these calculations significantly.

At first the network with a variable set of servers is analyzed. Then we suppose that an each server of the network may fail and be restored independently. At last we consider different variants of servers redundancy in the opened network. Considered network models are on a joint of queuing and reliability theories.

Opened network with variable set of servers

study

Consider opened queuing network G [1, §2] with Poisson input flow with the intensity λ and l nodes. Each node contains single server with exponentially distributed service time with intensity μ_k, $k = 1,...,l$. Input flow comes into the network from the node 0 (internal source) and customers depart from the network to this node too.

Denote by S the set of all subsets (with ordered by values elements) of the set $\{1,...,l\}$. Fix $s \in S$ and suppose that a motion of customers may be only between the nodes of the subset $s\bigcup\{0\}$ and customers do not depart from other nodes and do not arrive in these nodes. A customer motion in s-th state of the network is defined by the indivisible route matrix $\Theta(s) = \left\|\theta_{ij}(s)\right\|_{i,j\in s\bigcup\{0\}}$:

$$\forall i, j \in s\bigcup\{0\} \ \ \exists\ i_1,...,i_n \in s\bigcup\{0\} : \theta_{ii_1} > 0, \theta_{i_1 i_2} > 0,...,\theta_{i_n j} > 0 .$$

Suppose that for fixed $\lambda_1,...,\lambda_l$, $0 < \lambda_i < \mu_i$, $1 \le i \le l$, the route matrices $\Theta(s)$ satisfy the conditions

$$(\lambda, \lambda_i, i \in s) = (\lambda, \lambda_i, i \in s)\Theta(s),\ s \in S,\ s \ne \varnothing . \tag{1}$$

For $s = \varnothing$ customers do not arrive into the network, do not depart it, do not move between internal nodes of the network and are not served in them.

Fix $A(s) > 0$, $s \in S$, $\sum_{s\in S} A(s) = 1$, suppose that the matrix $\left\|\nu(s,s^*)\right\|_{s,s^*\in S}$ is indivisible and

$$A(s)\sum_{s^*\in S}\nu(s,s^*) = \sum_{s^*\in S} A(s^*)\nu(s^*,s).$$

[1] guram@iam.dvo.ru, mao1975@list.ru 690041, Vladivostok, Radio 7 str.,Institute of Applied Mathematics, Far Eastern Branch of RAS

Denote $Y=\{\boldsymbol{n}=(n_1,...,n_l): n_1\ge 0,...,n_l\ge 0\}$ and designate $\boldsymbol{e}_j$ - l-dimensional vector in which j-th component equals 1 and all others equal zero.

The network G with so controlled set of nodes is defined by Markov process $x(t)=(s(t),y(t))$ (*s(t)* characterizes a set of working nodes, *y(t)* characterizes numbers of customers in the network G nodes) with the state set $X=S\times Y$ and transition intensities ($I(A)$ is and an indicator function of an event A)

$$\Lambda\left((s,\boldsymbol{n}),(s^*,\boldsymbol{n}^*)\right)=\gamma_s\left(\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}^*\right)I\left(s=s^*\right)+\nu\left(s,s^*\right)I\left(\boldsymbol{n}=\boldsymbol{n}^*\right).$$

Here for $s\in S$, $s\ne\varnothing$,

$$\gamma_s\left(\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}^*\right)=\begin{cases}\lambda\theta_{0k}(s), \boldsymbol{n}^*=\boldsymbol{n}+\boldsymbol{e}_k, k\in s,\\ \min(n_k,1)\mu_k\theta_{k0}(s), \boldsymbol{n}^*=\boldsymbol{n}-\boldsymbol{e}_k, k\in s,\\ \min(n_k,1)\mu_k\theta_{kj}(s), \boldsymbol{n}^*=\boldsymbol{n}-\boldsymbol{e}_k+\boldsymbol{e}_j, k\ne j, k,j\in s,\end{cases} \tag{2}$$

and $\gamma_s\left(\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}^*\right)\equiv 0, s=\varnothing$. The process $x(t)$ is ergodic [2, §4] and its limit distribution has the form

$$\prod(s,\boldsymbol{n})=A(s)\pi(\boldsymbol{n}),(s,\boldsymbol{n})\in X, \tag{3}$$

$$\pi(\boldsymbol{n})=C^{-1}\prod_{i=1}^{l}\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}\right)^{n_i},\quad \boldsymbol{n}\in Y,\quad C=\prod_{i=1}^{l}\left(\frac{\mu_i}{\mu_i-\lambda_i}\right).$$

Remark 1. *If* $\lambda_i=\lambda<\mu_i$, $1\le i\le l$, *then arbitrary symmetric route matrices* $\Theta(s), s\in S$, *satisfy the conditions (1).*

As an example consider an opened queuing network with two one-server nodes and a route matrix Θ which has zero diagonal elements and ½ no diagonal elements. Here an input intensity is λ and service intensities are μ_1, μ_2. If both servers work then s={1,2} and this network is described by figure 1.

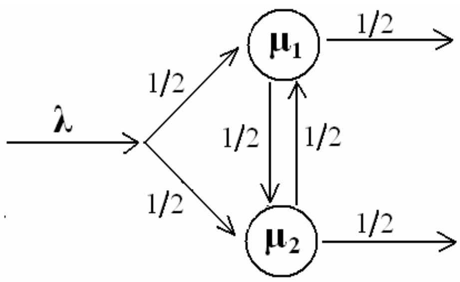


Figure 1. The queuing network with s={1,2}.

Suppose now that the first server works and the second server does not work. Then the initial two nodes network transforms into an one node network with s={1} and with θ_{ij}=1 as for i=0, j=1 so for i=1, j=0, in all other cases θ_{ij}=0.

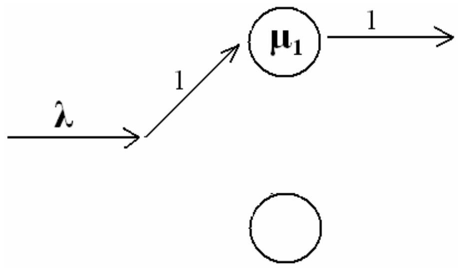


Figure 2. The queuing network with s={1}.

Analogously it is possible to consider the case when s={2} and the second server works but the first server does not work.

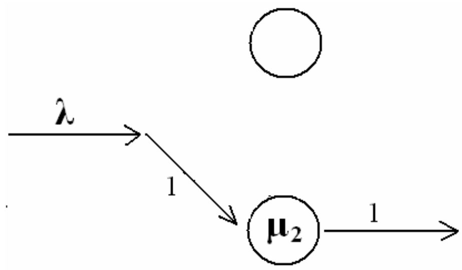


Figure 3. Queuing network with s={2}.

Last case is when both servers does not work and so s= Ø.

Figure 4. Queuing network with s= Ø.

Now define failures and renewals of servers in considered networks as follows .

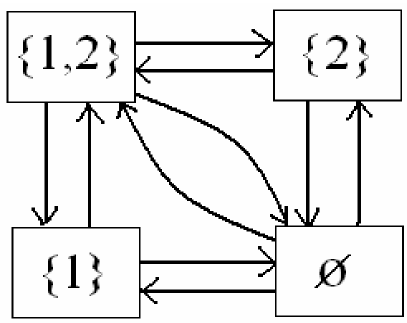


Figure 5. Transitions between queuing networks with different structures.

Here transition intensities in the figure 5 are defined by the matrix $\left\| \nu\left(s,s^{*}\right) \right\|_{s,s^{*}\in S}$.

The formula (3) gives limit distribution in the queuing network with so variable structure and with $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ in the formula (1). This network characterizes failures and renewals of servers in the initial two node opened queuing network. Figures 1-5 show that even in this simple case a description of the opened queuing network with failures and renewals of servers is sufficiently complicated. To consider a redundancy of servers it is necessary to analyze significantly more complicated scheme. Next section is devoted to an analysis of this scheme.

Opened queuing network with failures and renewals of servers.

Consider closed queuing network $\tilde{G}_k$ with a single working place, a single repair place and m_k customers. The customers move along a route: a working part – a repair part and so on. The working (repair) part consists of a queue before the working (repair) place and of the working (repair) place. Each customer fails with an intensity α_k at the working place and is repaired with an intensity β_k at the repair place. So a service time at the working (at the repair) place may be interpreted as a working (repair) time of a customer and the closed queuing network $\tilde{G}_k$ may be considered as a system of a redundancy (if $m_k > 1$) and a renewal.

Describe a current number of customers at the working part of the network $\tilde{G}_k$ by ergodic discrete Markov process $\tilde{y}_k(t)$ with state set $\tilde{Y}_k = \{\tilde{n}_k : 0 \le \tilde{n}_k \le m_k\}$ and transition intensities

$$\tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k - 1) = \alpha_k \min(1, \tilde{n}_k),\ \tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k + 1) = \beta_k \min(1, m_k - \tilde{n}_k),\ \ \tilde{n}_k \in \tilde{Y}_k,$$

and limit distribution

$$P_k(\tilde{n}_k) = C_k \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k},\ C_k^{-1} = \sum_{\tilde{n}_k = 0}^{m_k} \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k}.$$

Remark 2. *The transition intensities $\tilde{\gamma}_k$ describe a system of an unloaded redundancy and a renewal. For a system of a loaded redundancy and a renewal [3] the process $\tilde{y}_k(t)$ has transition intensities*

$$\tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k - 1) = \alpha_k \tilde{n}_k,\ \ \tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k + 1) = \beta_k (m_k - \tilde{n}_k),\ 0 \le \tilde{n}_k \le m_k,$$

and limit distribution

$$P_k(\tilde{n}_k) = C_k \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k} \frac{1}{\tilde{n}_k!},\ C_k^{-1} = \sum_{\tilde{n}_k = 0}^{m_k} \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k} \frac{1}{\tilde{n}_k!}.$$

Consider l networks $\tilde{G}_k$, $1 \le k \le l$, working independently, and describe them by Markov process $\tilde{y}(t)$ with state set $\tilde{Y} = \{\tilde{\boldsymbol{n}} = (\tilde{n}_1, ..., \tilde{n}_l) : \tilde{n}_k \in \tilde{Y}_k, 1 \le k \le l\}$ and transition intensities

$$\tilde{\gamma}(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*) = \sum_{k=1}^{l} \tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k^*), \tag{4}$$

and limit distribution

$$P(\tilde{\boldsymbol{n}}) = \prod_{k=1}^{l} P_k(\tilde{n}_k). \tag{5}$$

Suppose that a server in k–th node of the network G may fail and be restored as a customer in the closed network $\tilde{G}_k$, $1 \le k \le l$. Then opened queuing network with a separate redundancy and a renewal of servers in each node may be described by discrete Markov process $\left(\tilde{y}(t), y(t)\right)$ with state set $\tilde{Y} \times Y$ and transition intensities

$$\Lambda\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{n}\right), \left(\tilde{\boldsymbol{n}}^*, \boldsymbol{n}^*\right)\right) = \gamma_{s(\tilde{\boldsymbol{n}})}\left(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}^*\right) I\left(\tilde{\boldsymbol{n}} = \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right) + \tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right) I\left(\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}^*\right). \quad (6)$$

Here $\tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right)$ are defined by the formulas (4), and $\gamma_{s(\tilde{\boldsymbol{n}})}\left(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}^*\right)$ - by the formulas (2) with

$$s\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right) = \left\{k : \tilde{n}_k > 0, 1 \le k \le l\right\}.$$

(7)

If the conditions (1) are true then the process $\left(\tilde{y}(t), y(t)\right)$ is ergodic and analogously to (3) its limit distribution has the form $P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right)\pi\left(\boldsymbol{n}\right)$, $\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{n}\right) \in \tilde{Y} \times Y$.

Remark 3. *The formulas (4), (5) describe independent and separate closed networks $\tilde{G}_k$, $1 \le k \le l$, of a redundancy and a renewal of the network G servers. But these networks may be aggregated into common closed queuing network $\tilde{G}$ with l working nodes (places), fixed number of repair nodes (places) and arbitrary indivisible route matrix.*

Suppose that numbers of customers in all nodes (not only working) of so defined network $\tilde{G}$ is described by some ergodic Markov process $\tilde{y}(t)$ with state set $\tilde{Y}$, transition intensities $\tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right)$ and limit distribution $P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right)$. Then Markov process $\left(\tilde{y}(t), y(t)\right)$ with transition intensities defined by (6), (7) has limit distribution $P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right)\pi\left(\boldsymbol{n}\right)$, $\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{n}\right) \in \tilde{Y} \times Y$.

Supported by RFBR, project 06-01-00063-a and Far Eastern Branch of RAS, project 06-III-A-01-016.

References

[1] Basharin G.P., Tolmachev A.L. Theory of queuing networks and its applications to analysis of information-calculation systems. The Results of Science and Technique. Series: Probability Theory. Moscow: VINITI, 1983. P. 3-119 (in Russian).

[2] Tsitsiashvili G.Sh., Osipova M.A. New Product Theorems for Queuing Networks // Problems of Information Transmission. Vol. 41, № 2, 2005. Pp. 171-181.

[3] Gnedenko B.V., Beliaev Yu.K., Soloviev A.D. Mathematical methods in reliability theory. Moscow: Science, 1965, 524 p. (in Russian).

ON RELIABILITY OF RENEWAL SYSTEMS WITH FAST REPAIR

Yakov Genis
Borough of Manhattan Community College
City University of New York, USA
ygenis@bmcc.cuny.edu

There are discussed the restorable systems with redundancy under condition of fast restoration. It is shown when it is possible to evaluate the indices of their failure-free operation and maintainability with the use of a method of monotonic trajectories. There are obtained the general estimations of reliability indices of systems in steady-state operation and non-stationary regime of their use. An example of using these general estimations for the reliability assessment of a concrete system is adduced.

1. Introduction

This article is a generalization of researches fulfilled by author in the area of reliability assessment of asymptotic methods in the last twenty five years. The research results were mostly described in [1-5].

study

The first works on the asymptotic estimation of the indices of the reliability of the duplicated systems belong to B. Gnedenko [6-7]. Then it appeared an entire series of the works of I. Kovalenko [14-18] and A. Solovyev [9-12], dedicated to the asymptotic analysis of the repairable systems of the practically arbitrary structure. This direction proved to be completely fruitful and it led to the formation of the independent branch of the theory of reliability. Subsequently interesting results in this direction were obtained by V. Koroluk and A. Turbin [19-20].

In parallel with the development of the analytical methods of the investigating of the reliability of renewal systems as long ago as in the 60's appeared the first works of I. Ushakov [21-22], on the heuristic methods of calculation of the indices of the reliability of systems with the restoration. In this approach constructively was used the A. Renyi limit theorem [24] on the rarefaction of a random flow.

Obtaining the two-sided being converging to each other of the estimations of the indices of reliability made it possible to determine the error in the asymptotic estimations. The first works in this direction were executed by A. Solovyev [11-12] for the distribution time to the first failure of system in steady-state operation of its use. Refinement of these estimations is given by V. Kalashnikov and S. Vsekhsvyatskiy [8], that with an accuracy to the second order of smallness coincided with results previously obtained in [5] for the broader class of systems, allowing the steady-state condition of work.

The problem of evaluating the system reliability indices under the wide assumptions related to the regime of maintenance and operation, the criteria of failure, the nature of functions performed by system, the types of used redundancy, and the distribution time of the elements' failure-free operation were obtained in [1-5].

The idea of analysis of highly reliable systems consists in the following. The process of the functioning of any repairable system can be reduced to the alternating random process, in which intervals, where all elements of system are operational (IO), alternate by intervals, when in the system are any failures of elements, possibly not leading to the system failure. Last intervals in complete agreement with the conventional terminology can be named the intervals of the malfunction (IM). It is understandable that the failure of the system can arise only on IM. If the probability of the failure of the system on IM is small it is possible to use asymptotic methods. Indeed, if on each cycle (a cycle consists from two sequential intervals of operation IO and malfunction IM) the probability of the appearance of a system failure to converge to zero (which leads to an increase in the number of cycles to the system failure and between the system failures), the distribution of the number of cycles before the appearance of a cycle with the system failure will be geometric, and the distribution of the sum of the geometric number of random variables with an increase in the number of terms (with the corresponding normalization) will approach exponential distribution.

Let us examine first the case, when IM on the average is much less than IO. In this case with a high degree of accuracy the considered alternating process can be replaced with the simple restoration process with the generating it distribution function (DF) by the corresponding DF of IO. In this case the malfunction of system can with a certain small probability become the failure of system and with the probability close to one to pass for system unnoticed. In other words, the typical picture of the rarefaction of random process is observed. The application of this procedure of rarefaction to the arbitrary flow of restoration with the tendency of the probability of rarefaction toward one according to the theorem of Renyi [24] leads after the corresponding normalization to the Poisson flow. If the probability of rarefaction is different for different cycles, then as was shown by Yu. Belyaev [23] the result of Renyi [24] remains valid provided all probabilities of rarefaction are converged to zero evenly.

If we now pass to the examination of the alternating process, in which the duration of IM cannot be disregarded in comparison with the duration of IO, but the probability of the appearance of a system failure on each IM is small, then it is possible to arrive at the estimations, which practically coincide with those, that are obtained for the rarefied point flow.

Let us examine now basic and additional random processes in one probability space. In the basic process, describing the behavior of the system, the appearance of the new IM is possibly only after the end of the previous. In the additional process it is allowed the appearance of IM at any moment of time. Each IM in the basic and additional processes can be failure or no failure IM. Since in the additional process for the same amount of time appears not smaller number of IM than in the basic, then lower limit time to the first system failure is the time before the first appearance in the additional process a failure IM, and by upper limit is the time before the appearance in the additional process of the first failure IM, not crossed with any no failure IM (number of which is not less, than in the basic process), arisen before it, plus the part of the duration of this IM before the appearance on it an event – system failure. With satisfaction of a certain condition for fast restoration both these estimations begin to give increasingly smaller relative error, converging with each other.

Let us note now when the obtained asymptotic estimations of the indices of reliability can be used in practice, and in what cases they give serious errors. Asymptotic estimations give a good approximation in such cases when system is highly reliable in the sense, that the failure of system and any malfunction of it are developed along the monotonic trajectory. By monotonic trajectory is understood a trajectory, in which in the process of the appearance of the system failure does not occur the alternations of failures and restorations of separate elements, that is the chain of failures first appears, and then consecutively conclude only the restorations of elements. Practically this corresponds to a condition, when the product of the maximum mean recovery time of elements to the summary of elements failure rate in the system is small.

Furthermore, these estimations are valid, when the examined intervals of the system failure-free time of the reliable work of system are substantially larger then length of cycle "up state – down state", and they lead to the errors when used in the initial section of the work of highly reliable system.

In practice frequently the asymptotic results are used for the highly reliable systems generally, without specifying, in what sense this high reliability is understood. Here one should note that in the highly reliable systems with the high degree of redundancy IM may represent the sequence of the no monotonically developing trajectories of the appearance of the malfunction of system. In this case the use of asymptotic formulas of the above-indicated type can lead to the serious errors. And in this case the flow of the moments of the appearance of the system failures forms the flow of the intersections of "high level", that is it will be approached by Poisson flow. But the parameter of this flow should be calculated by another method, and not with the use of a method of the monotonic trajectories.

Let us note that the asymptotic method is constructive and gives extremely good results for the majority of practical situations. It was successfully used for the reliability design of complex computing systems in nuclear and thermal power engineering, chemistry, petroleum chemistry, metallurgy and in other branches.

2. Statement of the problem

There is examined a restorable system, containing n elements and k repair units (RU). Each element of system can be only in the operational or the failed state. Each operational element can be located in the loaded or the unloaded regime (the lightened or the reduced regime for the brevity is omitted). Let $F_i(x)$ and $f_i(x)$ denote the DF and the distribution density (DD) of the time of failure-free operation of i-th element in the system, $i=\overline{1,n}$, and m_i is the the mean value of this time, $m_i < \infty$.

The following types of systems with the arbitrary DF of the elements' restoration time are examined:

1) systems with exponential DF of time to failure for each unit where the system steady-state operation region exists;
2) systems, working in the nonstationary regime with the variable operating conditions, the time of the failure-free operation of elements of which are described by nonstationary Poisson process, and the distribution of the element time restoration can depend from the moment of its failure;
3) systems, all elements of which have limited DD of the time of failure-free operation; it is required also, that this DD in zero would be different from zero, $f_i(0) = c_i \neq 0$, $i \in \overline{1,n}$.

Within the framework of this article it is assumed, that with probability 1 the failure of any element in the system is instantly revealed and the switching to the reserve element (in the systems with the standby redundancy) is produced without a delay. Failed elements are restoring.

The permissible class of the restoration disciplines D is assigned by the following regime of restoration. For each element there is at least one RU, capable to restore it. After restoration the element behaves as a new one. The restoration of element begins immediately, if there is a free RU, capable to restore it. The summary recovery rate of any RU in the interval of the works of this RU is equal to 1 (recovery rate of RU corresponds to time scale, with which this RU produces the restoration) Kozlov, Solovyev [13]. Different interruptions of restoration are permitted, but DF of summary recovery time of i-th element that is restored by j-th RU is equal to $G_{ij}(x)$ independently of the number and the duration of the interruptions [3].

Let l is the number of failed elements in the system at the moment z. Then class D includs, in particular, disciplines:

- d_1 – discipline FIFO with the straight order of maintenance, with which at the moment z are restoring *min (k, l)* elements, failed the first;
- d_2 - discipline LIFO with the reverse order of maintenance, with which at the moment z are restoring *min (k, l)* elements, failed the last;
- d_3 – discipline in time sharing, with which "simultaneously" are restoring all failed elements with the identical speed, the recovery rate of one element at the moment z is equal one, if $l \le k$, and equal k / l, if $l > k$;
- d_4 – discipline, with which at the moment z are restoring min *(k, l)* elements with the shortest residual recovery time.

There are no limitations to the structure of the system. It is assigned the criterion of the system failure, which can include and the condition of the time redundancy. The state of the elements of the system at the moment z let us assign by the vector $\vec{v}(z) = \{v_1(z),...,v_n(z)\}$, where each component can take the values of {0, 1,…, n}. In this case to failed elements is placed in the correspondence number 0, operational - number from 1 to n. These numbers make it possible to unambiguously assign the order of the replacement of any failed element. Introduced designation $\vec{v}(z)$ may be used for the estimations of the reliability of concrete systems for describing the set of their states, as this is done in the last section of the article.

Let us designate through E the set of the states of system and let us present it in the form $\{\vec{v}(z)\} = E = E_+ \cup E_-$, where E_+ is the area of the operational, and E_- is the area of the defective states of system. System is considered as the defective at the moment z, if $\vec{v}(z) \in E_-$ and failed if its malfunction lasts time, not smaller than $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$. In the absence of the time redundancy ($\eta \equiv 0$) the area of the defective states of system is converted into the area of the system failures. All elements of the system were new at the initial moment of time.

Let $\vec{b}$ is a certain state vector of elements of the system directly before IM, and $\vec{b}^N$ is a state vector of the elements of system on the same IM immediately after the moment of passing the state vector of system from the area E_+ into area E_-. Let us name the path π, leading from the $\vec{b} \in E_+$ in the state $\vec{b}^N \in E_-$ on IM, the sequence of state vectors of elements, beginning from the vector $\vec{b}$, directly preceding the beginning of IM and ending with the vector $\vec{b}^N$, corresponding to the first onset of malfunction of system on this IM; moreover the passage of one state vector into the following occurs only due to that, that exactly one element of the system fails or ends to be restored.

The path length is equal to the number of state vectors, being contained on this path, not including the initial vector $\vec{b}$. Let us name the path monotonic, if on it there are no restorations of elements. Let us name monotonic path minimum for $\vec{b}$, if its path $l(\vec{b})$ is equal to the minimum of path lengths, leading from $\vec{b}$ into E_-. Then the minimum number of elements, failure of which can cause the malfunction of system, equals $s = \min l(\vec{b})$ on $\vec{b} \in E_+$, $b_i > 0$, $i = \overline{1,n}$. There b_i is the *i*-th coordinate of the vector $\vec{b}$, which describes the state of *i*-th element.

It is counted, that the system works under conditions of fast restoration (FR). Practically it means that the mean recovery time of element is substantially lower than the mean time between any two failures of elements in the system [1].

The task is to estimate the indices of failure-free operation and maintainability of a system under the conditions of FR.

3. Asymptotic approximation. General model of the system

As shown higher behavior of system is described by the alternating random process, in which alternate IO and IM. System may fail on a certain IM more than one time. The behavior of this system was analyzed in [1].

Let us name a *x*- failure of system such a failure of system, with which the system is in the failure state not less than the time *x*. The concept of *x*- failure will be used for the estimation of the indices of the maintainability of system. Let us say that the system failed (x- failed) on IM along the monotonic way, if from the beginning of IM and to the moment of the failure (x- failure) of system on this IM it had time to end the restoration not of one element.

We will examine highly reliable systems. Results of [1] show, that in this case for the systems of the 1st and 3d type the distribution of the time to the first system failure converges to an exponential function, and for system of 2nd type it converges to $exp\{-\int_0^x \beta(u)du\}$, if the product of the maximum rate of the appearance of intervals of malfunction $\hat{\lambda}$ to the maximum average duration of the interval of malfunction T and the probability of the failure of system q on IM approach to zero. If in this case and the probability q^* of appearance of more than one failure of system on IM approaches to zero, the DF of time between any two consecutive system failures of the 1st and 3d type converges to exponential function, and the failure rate of 2nd type systems converges to Poisson flow with the variable parameter. Criterion of FR determined below provides conditions, with which $\hat{\lambda}\, T \to 0$, $q \to 0$ и $q^* \to 0$.

4. Refined system model and FR criterion

Let $G(x) = min\ G_{ij}(x)$, $G_*(x) = max\ G_{ij}(x)$, where minimum and maximum are taken according to the numbers *j* of RU, accessible to *i* - th element, and on $i = \overline{1,n}$ (here $G(x)$ and $G_*(x)$ are DF of the correspondingly greatest and shortest recovery time of elements); s is the minimum number of elements, failure of which can cause the malfunction of system; $\overline{\Gamma}(\ ) = 1 - \Gamma(\ )$ for every DF $\Gamma(\ )$;

$$m_R^{(j)} = j\int_0^\infty x^{j-1}\overline{G}(x)dx,, \qquad m_R = m_R^{(1)}, \qquad m_{R^*}(\eta) = \int_0^\infty\int_0^\infty \overline{G}_*(x+u)\,dx\,dH(u);$$

€ and $\underline{\lambda}$ are the maximum and minimum failure rates of elements in the operational system.

Let us say, that in the system is satisfied the condition of FR, if $\underline{\lambda} > 0$ and

$$\alpha = [\hat{\lambda}^{s}\, m_R^{(s)} \,/\, (m_R)^{s-1}] \to 0 \qquad (4.1)$$

and for all DF $F_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, there are limited DD.

This condition ensures, that $\hat{\lambda}\, T \to 0$, $q \to 0$ and $q^* \to 0$, and thus it ensures, that DF of the time to the first failure and the time between two adjacent failures of system converges to the exponential function [2].

During the fast restoration almost always the failure of system occurs along the monotonic ways (see section 2), if only the probability of this failure is different from zero. This indicates that the ratio of the probability of the system failure along the no monotonic trajectories to the probability of the failure of system is approached zero.

The following condition unites the condition for the fast restoration (4.1) and the sufficient condition of that, that the probability of the failure of system in the monotonic path is different from zero:

$$\varphi_1 = [\hat{\lambda}^{s}\, m_R^{(s)} / \underline{\lambda}^{s-1}[m_{R*}(\eta)]^{s-1}] \to 0,\ \underline{\lambda} > 0 \qquad (4.2)$$

Condition

$$\varphi_2 = \hat{\lambda} m_R \to 0 \qquad (4.3)$$

ensures the convergence of DF of time to the first system failure of the 1st and 3d type to the exponential, and the 2nd type to $exp\{-\int_0^x \beta(u)du\}$, that is shown in [5].

In the practically important cases $m_R^{(s)} \le C\,(m_R)^s$, where C is a certain constant. In these cases with small s ($s \approx 2 \div 4$), close to each other $G(x)$ и $G_*(x)$, which is reached due to the unification of the procedure of restoration, and the low time reserve ($m_R \approx m_R(\eta)$) condition (4.2) can be replaced with condition (4.1) or condition (4.3).

5. Estimation of the indices of reliability for the general model of the system

Let $\tau_i(t)$ is the interval from the moment t to the first failure of the system after moment t with the condition A_t, where with the examination of $\tau_1(t)$ the event A_t = {(all elements of system are operational at the moment t) $\cap D_t$}, and with the examination of $\tau_i(t), i \ge 2$, the event A_t = {(in the interval (t, $t+dt$) occurred (j - 1) - th system failure) $\cap D_t$}, where D_t = {the state of the elements of system at the moment t and used up to the moment t the recovery times of the elements}. Let $B(t, z)$ = {A_t $\cap$ (in the interval (t, z) system did not fail (without taking into account the (i -1) - th failure), $t \le z$}. It is assumed, that in $t = 0$ all elements of system are new and the system is set in operation.

Let IM z indicates IM that begins in the interval (*z, z + dz*); index (*z*) in the designation $u^{(z)}$ indicates, that the value *u* relates to the IM *z*.

Let us examine the systems of the 1st and 2nd type. Let $\lambda(z)$ is the failure rate of elements in the system with $z \in$ IO, $q^{(z)}$ is the probability of the failure of system on IM z, $\lambda = \sup \lambda(z)$ and $q = \sup q(z)$ on $z \geq t$, $\beta(z) = \lambda(z) q^{(z)}$ is the rate of the appearance of failure IM, T_1 is the average duration of non failure IM, T_2 is the average duration from the beginning of IM to the moment of the first failure of system on this IM, T_3 is the average duration from the moment of the first failure on the IM to the end of this IM, $T = T_1 + T_2 + T_3$.

Then using an approach, described in section 1, we will obtain

Theorem 5.1. For the models of systems in question there are valid the estimations

$$exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)du\} \leq P\{\tau_1(t) \geq x\} \leq exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)e^{-\lambda T_1}du\} + \lambda T_2. \qquad (5.1)$$

and for $i \geq 2$

$$(1-q_*)exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)du\} \leq P\{\tau_i(t) \geq x\} \leq exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)e^{-\lambda T_1}du\} + \lambda T_2 + \lambda T_3. \quad (5.2)$$

The lower estimations of theorem 5.1 are sufficiently precise and intelligible. However, the upper estimations in certain cases can be refined. In [4-5] there is shown that it is carried out

Theorem 5.2. With $\lambda q \to 0$ together with the estimations of theorem 5.1 the following upper estimations are valid

$$P\{\tau_1(t) \geq x\} \leq exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)e^{-\lambda T_1}du\}(1+\lambda T_2), \qquad (5.3)$$

and for $i \geq 2$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \leq exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)e^{-\lambda T_1}du\}(1+\lambda T_2)(1+\lambda T_3). \qquad (5.4)$$

It is also shown in [4-5] that лower estimations (5.1) and (5.2) and upper estimations (5.3) and (5.4) are asymptotically not improved.

Corollary 5.1. With $\lambda T \to 0$

$$P\{\tau_1(t) \geq x\} \approx exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)\,du\}. \qquad (5.5)$$

If in this case and $q_* \to 0$, that for $i \geq 2$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)\, du\} \qquad (5.6)$$

In [4] is proven the validity of the following lemmas:

Lemma 5.1. With $s \geq 2$ from $[\hat{\lambda}^s\, m_R^{(s)} \,/\, (m_R)^{s-1}] \to 0$ it follows that $q \to 0$.

Lemma 5.2. From $\hat{\lambda}\, m_R \to 0$ it follows that $\lambda T_1 \to 0$ and $\lambda T_2 \to 0$, and from $[\hat{\lambda}^s\, m_R^{(s)} \,/\, (m_R)^{s-1}] \to 0$ additionally it follows that $\lambda T_3 \to 0$.

Lemma 5.3. From $[\hat{\lambda}^s\, m_R^{(s)} \,/\, (m_R)^{s-1}] \to 0$ it follows that $q_* \to 0$.

Thus it is proven

Theorem 5.3. For the system of the 1st and the 2nd type with $\hat{\lambda}\, m_R \to 0$ for $i = 1$ and with $[\hat{\lambda}^s\, m_R^{(s)} \,/\, (m_R)^{s-1}] \to 0$ for $i > 1$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx \exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u) du\}, \qquad (5.7)$$

where $\beta(u)$ is the rate of the appearance of the failure IM in the system at the moment u.

Let us examine systems of the 3d type. As a rule, the parameters, that describe the behavior of systems of the 3d type are determined with the condition *B(t,z)*. For the simplification of record instead of *B(t,z)* we will write *t*, understanding that instead of *t* in this place must be *B(t,z)*.

Under the conditions of fast restoration the summary failure rate of the elements is limited from the top and is not equal to zero ($\hat{\lambda} < \infty$ и $\underline{\lambda} > 0$). Relying on the general results of Renyi [25] and Yu. Belyaev [24], it is possible to make a heuristic assumption, that estimation, analogous (5.7) are accurate for the systems of the 3d type.

Under the conditions for the fast restoration of those given in theorem 5.3 for the systems of the 3d type with $i \geq 1$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx \exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u \mid t) du\}, \qquad (5.8)$$

where the value $\beta(u \mid t) \equiv \beta(u \mid B(t,u))$ is determined with the condition $B(t,u)$ and it depends not only from u but also from *t*. Validity of (5.8) for the systems with the uniform elements and the loaded reserve is shown by A. Solovyev [10].

Let $p_{\vec{b}}(z \mid t) \equiv p_{\vec{b}}(z \mid B(t,z))$ is the probability of that, that $\vec{v}(z) = \vec{b} = (b_1,\dots,b_n)$ with condition $B(t,z)$ and $z \in$ IO, $\lambda(z \mid \vec{b}, t) \equiv \lambda(z \mid \vec{b}, B(t,z))$ is the summary failure rate of elements in the system at the moment *z* with the condition, that $\vec{v}(z) = \vec{b}, B(t,z)$ and $z \in$ IO, $q^{(z|\vec{b},t)} \equiv q^{(z|\vec{b},B(t,z))}$ is the probability of the system failure on IM *z* with the condition $B(t,z)$ and $v(\vec{z}) = \vec{b}$. If $z \in$ IO, then according to the formula of the total probability

$$\beta(z \mid t) = \sum_{\{\vec{b}:\vec{v}(z)=\vec{b}\}} p_{\vec{b}}(z \mid t)\lambda(z \mid \vec{b},t)q^{(z|\vec{b},t)}. \tag{5.9}$$

Through $\beta(z \mid t)$ are expressed not only the indices of failure-free operation, but also the indices of maintainability and the readiness factor of system (see sections 6 - 9). Below will be given recommendations regarding the estimation of $\beta(z \mid t)$ and $\lambda(z \mid \vec{b},t)$ for examined systems. However, estimation of $p_{\vec{b}}(z \mid t)$ must be carried out for each concrete structure of system individually (see section 9).

Let $q_M^{(z|\vec{b},t)} \equiv q_M^{(z|\vec{b},B(t,z))}$ is the probability of the system failure on IM *z* only on the minimum paths for $\vec{v}(z) = \vec{b}$ of length $l = l(\vec{b})$ with the condition $B(t,z)$ and $\vec{v}(z) = \vec{b}$.

For systems of the 1st type by A. Solovyev [13] and for the systems of the 2nd type by author [5] it is shown, that with $d = d_1 \in D$ and fast restoration in the estimation $q^{(z|\vec{b},t)}$ it is possible to take into account only the minimum paths.

Let $\tau_i^{"}(t)$ is the recovery time of system after the *i* - th system failure with the condition, that the *i* - th failure of system occurred on IM *t*.

Let us examine the general model of system of the 1st and the 2nd type, for which $\lambda(t)dt$ is the probability of appearance of IM *t*; $q^{(t)}$ and $q_x^{(t)}$ are the probabilities of failure and *x*-failure of system on IM *t*; $q_M^{(t)}$ and $q_{xM}^{(t)}$ are the probabilities of failure and *x*-failure of system on IM *t* taking into account only minimum paths; $\beta_{xM}(t) = \lambda(t)q_{xM}^{(t)}$, $\beta_M(t) = \beta_{xM}(t)|_{x=0} = \lambda(t)q_M^{(t)}$ are the rates of *x*-failure and failure of system on IM *t* taking into account only the minimum paths of failure.

With the work of system under the conditions of fast restoration the probability of the failure of system converges to the probability of the failure of system along the minimum monotonic paths [2], that is next estimations are carried out:

$$\beta(t) \approx \beta_M(t) \tag{5.10}$$

and

$$\beta_x(t) \approx \beta_{xM}(t) \tag{5.11}$$

According to [1] it is true

Theorem 5.4. If $\varphi_1 = [\hat{\lambda}^{s} m_R^{(s)} / \underline{\lambda}^{s-1} [m_{R*}(\eta)]^{s-1}] \to 0$, than evenly on $i \ge 1$

$$P\{\tau_i^{"}(t) \ge x\} \approx \beta_{xM}(t) / \beta_M(t) . \tag{5.12}$$

Let $T_R^{(t)}$ is the mean recovery time of the system with the condition that it failed on IM *t*.

Corollary 5.2. With $\varphi_1 \to 0$

$$T_R^{(t)} \approx \int_0^\infty \beta_{xM}(t)dx / \beta_M(t)\,. \qquad (5.13)$$

6. Estimation of the indices of reliability for systems of the first and the third type, working in the steady-state operation

Only under the conditions when system works in steady0-state operation (this regime excludes systems of the 2nd type) there are obtained simple engineering formulas for evaluating the reliability of a system.

In steady-state operation mode $q^{(z|\vec{b},t)} = q^{(\vec{b})}$, $q_M^{(z|\vec{b},t)} = q_M^{(\vec{b})}$, $\lambda(z\,|\,\vec{b},t) = \lambda(\vec{b})$ and $\beta(z\,|\,t) = \beta$. Let us estimate β.

Let from $\vec{v}(z) = \vec{b} \in E_+$, $z \in$ IO, there are possible the minimum paths $l = l(\vec{b})$, leading into the certain state $\vec{b}^j \in E_-$. States $\vec{b}^j$ are characterized by the set l of number of failed elements belonging to the set $J = J_+ \cup J_-$, where J_+ and J_- are accordingly the sets of the numbers of those elements, which in the state $\vec{b}$ were located in the loaded and unloaded regime. Let the set of minimum paths leading from $\vec{b}$ into $\vec{b}^j$ is Π^j. Let path $\pi \in \Pi^j$ and the order of the failures of elements on this path is $\{i_1,...,i_l\}$. If $i_k \in J_-$, then on the minimum path π i_k-th element was switched on in the loaded regime after the failure of $i_{m(k)}$- th element, $m(k) < k$, $k \in \overline{2,l}$. Let $0 = x_1 < ... < x_l$ are the moments of the failures of elements on the path π, counted from the beginning of IM. Let $A(d,k,\pi,u)$ is the probability that on IM to the moment $(x_l + u)$ will not end not one restoration with the condition that the system failure occurred on this IM along the path $\pi \in \Pi^j$ with discipline $d \in D$ and k RU.

Let

$$\Lambda^j = \prod_{k \in J_-} c_k \prod_{i \in J_{+-}} 1/m_i\,. \qquad (6.1)$$

Then the following statements are true.

Theorem 6.1. In the steady-state operation of the system with the FR condition (4.2)

$$\lambda(\vec{b})q_M^{\vec{b}} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi \in \Pi^j} \int_0^\infty \int\limits_{0<x_2<...<x_l} \!\!\!\dots\! \int A(d,k,\pi,u)dx_2...dx_l dH(u)\,. \qquad (6.2)$$

Theorem 6.2. With the FR condition (4.2)

$$q^{(\vec{b})} \approx q_M^{(\vec{b})} \qquad (6.3)$$

Let us note, that theorem 6.2, proven for the steady-state operation of the system, has more general nature and can be disseminated also to the non-stationary regime of system work.

Let us refine (6.2) for restoration disciplines, introduced above in section 2. Let all RU are of the same type, each of them can restore any failed element and $G_{ij}(x) = G_i(x)$. Let the order of the failures of elements on the minimum path π is $\{i_1,...,i_l\}$. Then [1] it is true

Corollary 6.1. If $G_{ij}(x) = G_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, then with the fast restoration condition (4.2)

1) with discipline d_1 and $k < l$

$$\lambda(\vec{b})q^{(\vec{b})} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi \in \Pi^j} \int_0^{\infty} \int ... \int_{0<y_1<...<y_k} \frac{y_1^{l-k-1}}{(l-k-1)!} *$$

$$*\overline{G}_{i_k}(y_1+u)\overline{G}_{i_{k-1}}(y_2+u)...\overline{G}_{i_1}(y_k+u)dy_1...dy_k dH(u), \qquad (6.4)$$

and with $k \ge l$

$$\lambda(\vec{b})q^{(\vec{b})} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi \in \Pi^j} \int_0^{\infty} \int ... \int_{0<y_1<...<y_k} \overline{G}_{i_l}(u)\overline{G}_{i_{l-1}}(y_1+u)...$$

$$...\overline{G}_{i_1}(y_{l-1}+u)dy_1...dy_{l-1}dH(u); \qquad (6.5)$$

2) with discipline d_2 and $k < l$

$$\lambda(\vec{b})q^{(\vec{b})} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi \in \Pi^j} \int_0^{\infty} \int ... \int_{0<x_2<...<x_l} \overline{G}_{i_1}(x_{k+1})\overline{G}_{i_2}(x_{k+2}-x_2)...$$

$$...\overline{G}_{i_{l-k}}(x_k - x_{l-k})\overline{G}_{i_{l-k+1}}(x_l - x_{l-r+1}+u) *$$

$$*\overline{G}_{i_{l-1}}(x_l - x_{l-1}+u)\overline{G}_{i_l}(u)dx_2...dx_l dH(u), \qquad (6.6)$$

and with $k \ge l$ the estimation (6.5) is accurate;

3) with discipline d_3 and $k < l$

$$\lambda(\bar{b})q^{(\bar{b})} \approx \sum_{\bar{b}^j \in E_-} \frac{(l-1)!\Lambda^j}{k!k^{l-k-1}} *$$

$$*\sum_{\pi \in \Pi^j} \int_0^{\infty} \int ... \int_{0<y_1<...<y_{l-1}} \overline{G}_{i_l}\left(\frac{ku}{l}\right)\overline{G}_{i_{l-1}}\left(y_1+\frac{ku}{l}\right)...$$

$$*\overline{G}_{i_1}\left(y_{l-1}+\frac{ku}{l}\right)dy_1...dy_{l-1}dH(u), \qquad (6.7)$$

and with $k \ge l$ the estimation (6.5) is carried out;

4) with discipline d_4 and $k \geq 1$ the estimation (6.5) is carried out.

In the steady-state operation section of work with the restoration discipline $d \in D$ and k RU $\beta(t) = \beta(d,k)$, $\beta_M(t) = \beta_M(d,k)$, $\beta_{xM}(t) = \beta_{xM}(d,k)$, $\tau_i^{"}(t) = \tau^{"}(d,k)$, $T_R(d,k) = M\tau^{"}(d,k)$.

Let $K_A(d,k)$ is the availability function of system in steady-state operation. Since $(1/\beta_M(d,k) - T_R(d,k))$ is the estimation of the mean failure-free operating time of the system in steady-state operation, then it takes place [2]

Corollary 6.2. In the steady-state operation with $\varphi_1 \to 0$ and restoration discipline $d \in D$ for first and third type systems the estimations are carried out:

$$\beta(d,k) \approx \beta_M(d,k), \qquad (6.8)$$

$$P\{\tau^{"}(d,k) \geq x\} \approx \beta_{xM}(d,k) / \beta_M(d,k), \qquad (6.9)$$

$$T_R(d,k) \approx \int_0^\infty \beta_{xM}(d,k)dx / \beta_M(d,k), \qquad (6.10)$$

$$K_A(d,k) \approx 1 - \int_0^\infty \beta_{xM}(d,k)dx / \beta_M(d,k). \qquad (6.11)$$

Theorem 6.1 and estimation (6.8) make following sense. The failure rate of system with fast restoration can be determined only taking into account the minimum paths of failure. In this case by duration of IM in comparison with the time of the failure-free operation of elements is possible to disregard. Therefore during estimation of the failure rate of the system DD of the time of failure-free operation in zero for the elements, which on IO were located in the unloaded regime, is taken equal to $c_i = f_i(0)$, and elements, located in the steady-state section in the loaded regime, is taken equal to their density in zero $1/m_i$.

Let us discuss the accuracy of estimations (6.9) - (6.11). The replacement in them of the probability of the system failure to the probability of the system failure only along the monotonic paths leads to the errors, which for the denominator and the numerator have the same sign. Therefore estimations of DF of $\tau^{"}(d,k)$ and $T_R(d,k)$ may be sufficiently precise. Actually, for a number of systems with the loaded and unloaded reserve with not limited ($k \geq n$) and completely limited (k = 1) restoration the approximate estimate $T_R(d,k)$, obtained according to formula (6.10), coincide with the precise estimations $T_R(d,k)$ (in such cases when the precise estimations of $T_R(d,k)$ can be determined).

Corollary 6.3. For the systems in question with $s \geq 2$ and $[\hat{\lambda} m_R^s / (m_R)^{s-1}] \to 0$ or s=1, $\hat{\lambda} m_R \to 0$ and $q \to 0$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx \exp\{-\beta_M x\}, i \geq 1, \qquad (6.12)$$

only in steady-state operation. However, in the non-stationary section of the work of system error from the replacement of DF $\tau_i(t)$ to the exponential may be essential.

Only in the systems with exponential DF of the time of the failure-free operation of elements, in which or elements are uniform or there is provided only loaded reserve, the non-stationary regime of the work of system is absent. For such systems the use of (6.8) is justifiable in any section of the work of system, if in the initial state all elements of system were operational.

But already the presence of the unloaded reserve with the different-type elements in the systems with the exponential time of the failure-free operation of elements leads to the appearance of a non-stationary section of work. Systems of the second type always lack the steady-state operation. For all such systems the application of estimations (6.8) in the non-stationary section (for example, in the initial section of the work of system) is incorrect.

7. Estimation of the indices of reliability for systems second type

In the engineering practice such tasks of evaluating the reliability of systems sometimes appear, for which the reliability of elements, the regime of maintenance, the condition of environment, requirements on the reliability and other parameters of system are changed in the time in a no random or random way.

Let us examine the following sufficiently common model of system of second type. Model consists of *n* of elements, which are included in the system according to the assigned timetable. Each element can be only in operational or failed state. Operational element depending on the states of system is included in the loaded or unloaded regime (simplicity for we do not examine the reduced regime). DF of the time of failure-free operation of i-th element, included in moment t into the loaded regime is equal to $\bar{F}_i(x,t) = \exp\{-\int_t^{t+x} \lambda_i(u)du\}$.

He failed element is sent into the maintenance crew, being of *k* RU, where it is restored in accordance with discipline $d \in D$. Restoration is complete. After restoration element, that is included in the system, is returned to the system.

If the number of elements in the system, their type, the number of repair units, the distribution functions, the criteria of the failure of system and so on are changed sufficiently slowly and during the time of one IM these parameters can be considered as constants, then this model is included in the model, described in the sections 2 – 5. Therefore [1] it is accurate

<u>Theorem 7.1</u>. For systems of the second type with restoration discipline $d \in D$, $\hat{\lambda} m_R \to 0$ for $i = 1$ and with $[\hat{\lambda} m_R^s/(m_R)^{s-1}] \to 0$ for $i > 1$

$$P\{\tau_i(t,d) \geq x\} \approx \exp\{\int_t^{t+x} \beta(u,d)du\} \tag{7.1}$$

Let we examine systems of second type under the conditions of fast restoration with $d \in D$, and $\lambda(t)$ is the summary failure rate of the elements of system at the moment t (or the intensity of appearance IM), $q^{(t)}(d)$, $q_M^{(t)}(d)$ and $q_{xM}^{(t)}(d)$ are correspondingly the probability of the system failure, failure and x- failure taking into account only the minimum paths of the system failure on IM, that begun in the interval $(t, t + dt)$. Then it is carried out

Corollary 7.1. For systems of the second type with $[\hat{\lambda}^{s} m_R^{(s)} / \underline{\lambda}^{s-1} [m_{R*}(\eta]^{s-1}] \to 0$

$$P\{\tau''(t,d) \geq x\} \approx q_{xM}^{(t)}(d) / q_M^{(t)}(d), \tag{7.2}$$

and

$$T_R^{(t)}(d) \approx \int_0^\infty q_{xM}^{(t)}(d) dx / q_M^{(t)}(d). \tag{7.3}$$

8. Estimation of the reliability indices of the complex systems

Let the system consists of N subsystems connected in series in the sense of reliability.
A system malfunction occurs when at least one of the subsystems malfunctions. The failure of system occurs when its malfunction lasts for a time not shorter than $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$.

Let us name the scheme *p* out of *m* a system, containing *m* of elements, malfunction of which begins when the number of failed elements in it is not less than *p*, $p \leq m$, and its failure begins when the malfunction of scheme lasts for a time not shorter than $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$.

Let in the *i*-th subsystem it is possible to separate M_i *p* out of *m* schemes that are connected in series in the reliability sense and the *j*-th of them is the scheme p^{ij} out of m^{ij} (*ij*-th scheme). Some elements of subsystem can participate in the operation of more than one scheme *p* out of *m*. The malfunction of *i*-th subsystem occurs when at least one of these M_i schemes malfunctions.

Let $\beta^{ij}(d, m)$, $\beta_x^{ij}(d, m)$, $\beta_M^{ij}(d,m)$, $\beta_{xM}^{ij}(d,m)$, $\tau_{ij}''(d, m)$ and $T_R^{ij}(d, m)$ denote values described above, but relating to *ij*-th scheme, and $\beta(d,m)$ ($\beta_x(d,m)$) is the failure (x- failures) rate of complex system in the steady-state mode of its operation. Let the summation with respect to "*ij*" indicates summation with respect to $j = \overline{1, M_i}$ and $i = \overline{1, N}$.

Then [1] there is carried out
Theorem 8.1. For the considered complex systems in steady-state mode of their operation with the FR condition (4.2)

$$\beta(d,m) \approx \sum_{ij} \beta^{ij}(d, m)$$
$$\approx \sum_{ij} \beta_M^{ij}(d,m), \tag{8.1}$$

$$\beta_x(d,m) \approx \sum_{ij} \beta_x^{ij}(d,\ m)$$
$$\approx \sum_{ij} \beta_{xM}^{ij}(d,m)\,. \qquad (8.2)$$

Theorem 8.1 allows one, under conditions of fast restoration, to evaluate the failure (x- failures) rate of system as the sum of the failure (x- failures) rates of its series-connected in the sense of the reliability the *ij*-th schemes of form *p* out of *m*, calculated under the assumption, that these schemes operate autonomously. In this case the failure rate (x- failures) of the schemes p^{ij} out of m^{ij} can be determined only taking into account the minimum ways p^{ij} (see (8.1) and (8.2)).

Let $\alpha_{ij} = \beta^{ij}(d,\ k)\ /\ \beta(d,\ k)$ is the probability of that, that the failure of the system is caused by the failure of the *ij*-th scheme. Then it is carried out

<u>Corollary 8.1</u>. Under the FR conditions (4.2) for the complex system operating in the steady-state mode

$$P\{\tau^{"}(d,\ m) \geq x\} \approx \sum_{ij} \alpha_{ij} P\{\tau^{"}_{ij}(d,\ m) \geq x\}, \qquad (8.3)$$

$$T_r(d,\ m) \simeq \sum_{ij} \alpha_{ij}\, T_r^{ij}(d,\ m)$$
$$\approx \sum_{ij} \int_0^\infty \beta_x^{ij}(d,\ m)\, dx\ /\ \beta(d,\ m), \qquad (8.4)$$

$$K_A(d,\ m) \approx 1 - \sum_{ij} \beta^{ij}(d,\ m)\ T_R^{ij}\ (d,\ m)$$
$$\approx 1 - \sum_{ij} \int_0^\infty \beta_x^{ij}(d,\ m)\, dx. \qquad (8.5)$$

Corollary 8.1 makes it possible under the conditions of fast restoration to estimate the indices of maintainability and the availability function of complex system as the weighted sum of the corresponding indices of the reliability of the *ij*-th schemes p^{ij} out of m^{ij} calculated under the assumption of their autonomous operation.

9. Example. System with the unloaded reserve

It is examined a system with the unloaded standby reserve and with elements of different types that consists of a single basic element and $(n-1)$ standby elements with one RU [3]. The $G_i(x)$ is the DF of the recovery time of *i*-th element, $i \in \overline{1,n}$. The restoration discipline is FIFO $d_1 \in D$. With the failure of the basic element its place occupies the reserve element with the smallest number from the elements, stayed in the reserve the greatest time. At *t*=0, the first element became the basic.

The malfunction of system begins when the basic element fails and there is no standby element capable to replace it (that is all of *n* elements failed). The system failure occurs when its malfunction lasts for a time not shorter than $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$. Let $m_{iR}^{(j)}(\eta) = \int_0^\infty \int_0^\infty x^j d_x G_i(x+u) dH(u)$.

For this system the state of the elements of the system $\vec{v}(z)$ under the condition $B(t,z)$ and $z \in \mathrm{IO}$ is uniquely determined by the index *i* of the basic element at the instant *z*. Under the fast restoration in the steady-state operating conditions of the system

$$p_i(z\,|\,t) = m_i \,/ \sum_{j\in\overline{1,n}} m_j\,,$$

$$\lambda(z\,|\,i,t) = 1/m_i\,,$$

$$q^{(z|i,t)} \approx \prod_{j\neq i,\, j=\overline{1,n}} c_j m_{iR}^{(n-1)}(\eta)/(n-1)!$$

So we obtained theorem 9.1.

<u>Theorem 9.1</u>. For the system *n* out of *n* with the unloaded standby reserve and the elements of different types, with a single repair unit and restoration discipline $d = d_1$ under fast restoration in steady-state operating conditions

$$P\{\tau_j \geq x\} \approx \exp\{-\beta x\},\, j \geq 1\,,$$

where

$$\beta \approx \sum_{i=\overline{1,n}} \prod_{j\neq i} c_j m_{iR}^{(n-1)}(\eta)/[(n-1)!\sum_{l=\overline{1,n}} m_l]\,.$$

In conclusion the author expresses the deepest gratitude to Prof. V. Rykov for the appeared interest and his notes.

REFERENCES

1. Genis, Y. 2-Sided estimates for the reliability of a renewable system under a nonstationary operational regime. *Soviet Journal Of Computer And Systems Sciences*, 27(6), 168-170 (1989).
2. Genis, Y. Indexes of suitability for repair and the coefficient of readiness of standby systems for various renewal disciplines. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, 26(3), 164-168 (1988).
3. Genis, Y. The failure rate of a renewable system with arbitrary distributions of the duration of failure-free operation of its elements. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, 23(5), 126-131 (1986).
4. Genis, Y. Upper and lower reliability bounds for repairable systems under variable operating conditions. *Automation and Remote Control*, 43(2), 222-229 (1982).
5. Genis, Y. G. “Reliability of the restorable redundant systems under variable operating conditions” (in Russian). *Technicheskaya kibernetika. No.* 4. 197 – 206. (1980).
6. Gnedenko, B. V. “On duplication with restoration” (in Russian). *Technicheskaya kibernetika. No*. 5. 111-118 (1964).
7. Gnedenko, B.V. “On loaded duplication” (in Russian). *Technicheskaya kibernetika. No*. 4. 3 – 14 (1964).
8. Kalashnikov V.V., Vsekhsvvyatskii S.Yu. Metric Estimates of the First Occurrence Time in Regenerative Processes. *Lecture Notes in Math.* 1150. 102 – 130. (1985)
9. Solovyev, A.D. “Asymptotic distribution of the time of the life of the duplicated element” (in Russian). *Technicheskaya kibernetika. No*. 5. 119 – 121 (1964).
10. Solovyev, A.D. “Redundancy with fast restoration” (in Russian). *Technicheskaya kibernetika. No* 1. 56 – 71 (1970).

11. Solovyev, A.D. and O. Sahobov. “The estimates of upper and lower bounds of the reliability of the repairable systems” (in Russian). *Izv. AN UzSSR. Seria fiz. mat. Nauk. No.* 5. 28 – 33 (1976).
12. Solovyev, A.D. “The analytical methods of the reliability calculating and evaluating” (in Russian). *Voprosi matematicheskoy teorii nadejnosti.* Moscow, Radio i sviaz (1983).
13. Kozlov, V.V. and A.D. Solovyev. “Optimum maintenance of repairable systems. *Technicheskaya kibernetika. No* 3. 79 – 84 (1978).
14. Kovalenko, I.N. “Some analytical methods in the queuing theory” (in Russian). In papers collection *Kibernetika na sly’be kommunizma.* Moscow, Energia. 325 – 338 (1964).
15. Kovalenko, I.N. “Some questions of the reliability of the complex systems” In papers collection *Kibernetika na sly’be kommunizma.* Moscow, Energia. 194 – 205 (1964).
16. Kovalenko, I.N. “Asymptotic methods of evaluating the reliability of the complex systems” (in Russian). In papers collection. *O nadejnosti slojnih system massovogo obslujivania.* Moscow, Sovetskoe radio. (1966).
17. Kovalenko, I.N. “Studies according to the analysis of the reliability of the complex systems” (in Russian). *Kiev,* Naukova dumka. 210 p. (1975).
18. I.N. Kovalenko, N.Yu. Kuznetsov, V.M. Shurenkov. “Random processes. Reference book” (in Russian). *Kiev,* Naukova dumka. 366 p. (1983)
19. Koroluk, V.S. “On the asymptotic behavior of the retention time of semi-Markov process in the subset of states” (in Russian). ” *Ukr. Mat. j.* 21, 842 – 845 (1969).
20. Koroluk, V.S. and A.F. Turbin. “Processes of Markov restoration in the tasks of reliability” (in Russian). *Kiev, Naukova dumka*. 1982. расчета с восстановлением”
21. Ushakov, I.A. “On one method of approximation of calculation with the restoration” (in Russian). *Voprosi ekspluatatsii radiotehnicheskih sredstv VVS. Tr. VVIOLKA im. N.E. Jukovskogo*. Moscow (1965).
22. Ushakov, I.A. “Engineering methods of calculation of the reliability” (in Russian). Moscow, Znanie. (1970).
23. Beliaev, Yu.K. “Limit theorems for the thinning flows” (in Russian). Original title: “Предельные теоремы для редеющих потоков” *Teoria veroiatnosti I ee primenenie.* 8 (2), 175–184 (1963).
24. Renyi, A. A Poisson-Folyamat Egy Jellemzese. *Magyar tud. akad. / Mat. Kutato int. kozl,* 1(4), 519-527 (1956).

COUNTER-TERRORISM: PROTECTION RESOURCES ALLOCATION. PART II. BRANCHING SYSTEM

Igor Ushakov
Sun Diego, USA

Part II. Branching System

Abstract

A concept of optimal resources allocation to protect countrie's objects against terrorists attack is presented. Under assumption of uncertainty of terrorists' intentions, minmax criterion is suggested. The Goal functions for cost-effectiveness analysis of country terrorism measurements are given. This work is a from of [*Ushakov*, 2006]

study

I. INTRODUCTION

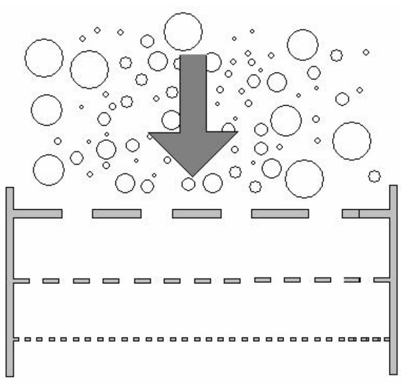
Protecting the country against terrorists' attacks cannot be solved without cost-effectiveness analysis because of the natural limitations on possible defending resources. The main problem for mathematical modeling of the phenomenon is its huge dimension.

Fortunately, the nature of the problem allows us to loosing the understanding of the problem loss of the sense of the problem. The system of the country defending objects can be presented as a system with a special type of a branching structure with additive type of global objective function. The proposed approach is based on [*Ushakov*, 2005; *Gnedenko & Ushakov*, 1995; *Ushakov*, 1994).

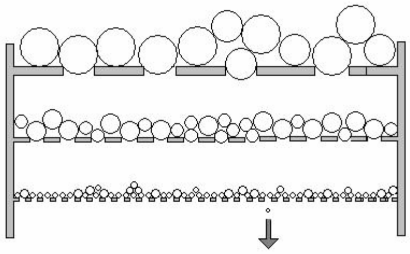
The proposed approach assumes that input data is delivered by counter-terrorism experts.

II. DESCRIPTION OF LEVELS OF SAFETY PROTECTION

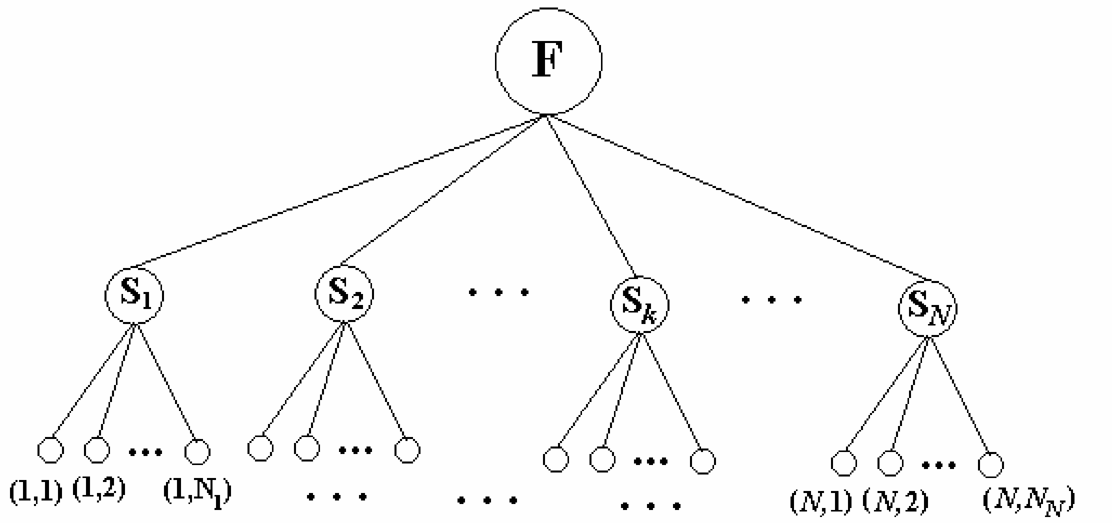
As it was emphasized in Part I (*Minmax Criterion*) the counter-terrorism measures can be divided into three relatively independent levels in such a way that each level presents a kind of a sieve: the lower level is, the higher its "recognition" will be.



After such sifting, chances to penetrate the 3-level counter-terrorism protection should be extremely small.



Thus an adequate mathematical structure of such process is the so-called “branching structure” [*Gnedenko & Ushakov*, 1995]. The upper layer is presented by Federal counter-terrorism protection, the middle layer by State level protection, and the lower layer by defended objectes.



III. DEFINITION AND NOTATIONS

The notations given in Part I of the paper are repeated for the reader’s convenience:

$F_i(\varphi_i)$ – subjective probability that an object within the country will be protected against terrorists’ attack of type i under condition that on Federal level one spends φ_i resources. (Notice that this type of protection may not be applicable to all objects. For instance, the increasing control of purchasing chemical materials for WMD design has no relations to possible hijacking.);

$S_i^{(k)}(\sigma_i^{(k)})$ – subjective probability that an object within State k will be protected against terrorists’ attack of type i under condition that on this State level one spends $\sigma_i^{(k)}$ resources;

(k, j) – notation for object j within State k

$L_i^{(k,j)}(\lambda_i^{(k,j)})$ – subjective probability that particular object (j, k) will be protected against terrorists’ attack of type i under condition that one spends $\lambda_i^{(k,j)}$ resources;

$W^{(k,j)}$	– "weight" (or "measure of priority") of object (j, k);
$G_{k,j}$	– set of possible types of terrorists' attacks against objects (k,j).
n_k	– number of defended objects within State k;
N	– number of states.

IV. MODEL OF BRANCHING STRUCTURE

As shown in [*Gnedenko & Ushakov*, 1995], if for each object of lower layer is chosen an individual index of its effectiveness (or on the contrary, its loss), then the total effectiveness might be considered as a sum of individual indices. It follows from the following simple theorem from the Probability Theory: Mathematical expectation of the sum of random variables equals to the sum of the mathematical expectations of random variables irrespective of dependence of the variables.

Indeed, introduce the so-called indicator function of the type:

$$\delta_{(k,j)} = \begin{cases} 1, \text{ if the attack on object } (k,j) \text{ has occurred,} \\ 0, \text{ otherwise.} \end{cases}$$

Then random loss for object (k, j) is equal to $\delta_{(k,j)} W^{(k,j)}$ and total random loss of all objects is

$$\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{n_k} \delta_{(k,j)} W^{(k,j)}$$

Mathematical expectation of this sum of random variables is defined as

$w_{\text{Total}}\,\{F_i,\ \forall i;\ S_i^{(k)},\ 1\le k\le N;\ L_i^{(k,j)},\ 1\le j\le n_k\}=$

$$E\left\{\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}\delta_{(k,j)}W^{(k,j)}\right\}=\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}E\{\delta_{(k,j)}\}W^{(k,j)}=\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}\left(1-P^{(k,j)}\right)W^{(k,j)}=\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}w^{(k,j)} \tag{1}$$

where $P^{(k,j)} = 1-(1-F^{(k,j)})\cdot(1-S^{(k,j)})\cdot(1-L^{(k,j)})$, and in turn, these values are defined as

$F^{(k,j)} = \min\{F_i,\ i\in G_{k,j}\}$; $S^{(k,j)} = \min\{S_i,\ i\in G_{k,j}\}$; $L^{(k,j)} = \min\{L_i\}$.

In other words, formula (1) gives the total expected loss with taking into respect their "weights".

At the same time, it is easy to calculate the total expenses, C_{Total}, on all protection measures on all three layers:

$$C_{\text{Total}}\,\{\varphi_i,\ \forall i;\ \sigma_i^{(k)},\ 1\le k\le N;\ \lambda_i^{(k,j)},\ 1\le j\le n_k\}=\sum_{\forall i}\varphi_i+\sum_{\forall i}\sum_{k=1}^{N}\sigma_i^{(k)}+\sum_{\forall i}\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{n_k}\lambda_i^{(k,j)} \tag{2}$$

Having objective functions (1) and (2), one can formulate the following optimization problems:

Direct Problem:

Optimally allocate total available resources that guarantee the minimum possible loss of defended objects against terrorists' attacks, i.e.

$$\min \{ w_{\mathrm{Total}} \mid C_{\mathrm{Total}} \}$$

Inverse Problem:

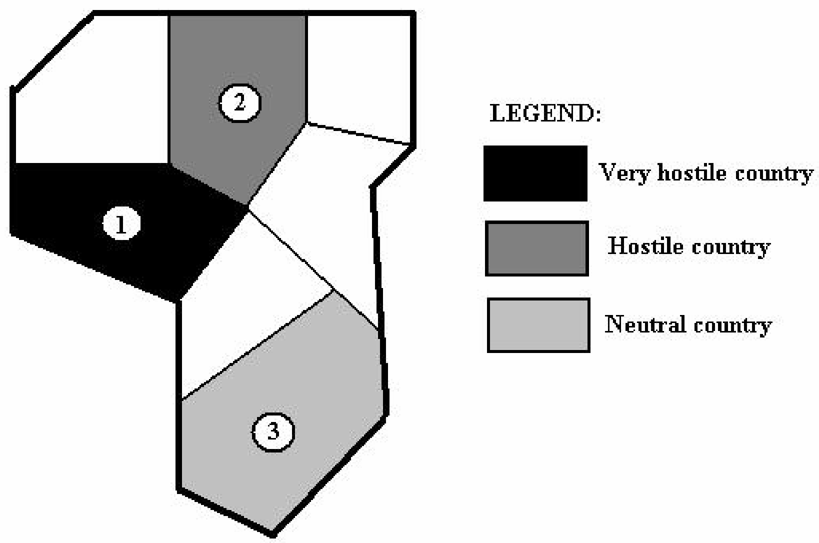
Optimally allocate resources that guarantee the acceptable expected loss of defended objects against terrorists' attacks with minimum possible expenses, i.e.

$$\min \{ C_{\mathrm{Total}} \mid w_{\mathrm{Total}} \}$$

Solution of these problems with the use of the steepest descent method is demonstrated on a simple illustrative numerical example.

V. EXAMPLE: EMBASSY PROTECTION

There are three embassies within a geographical zone. Embassies are assumed of different indices if priority ("weights") and located in the countries with different attitude to the embassies. The problem is to protect these Embassies from terrorists' attacks. Assume that there are available resources for embassy protection within given zone (financial, military, logistics, etc.). How should they be allocated in the most reasonable way?



Let the following data be given by counter-terrorism experts. Assume that we consider only 3 Embassies. The characteristics of these Embassies are as follows:

Embassy-1:
"Weight" of importance = 10; level of protection with no special measures $P_1^{(0)}$ =0.5.

Safety	0.9	0.95	0.97	0.99
Expenses	2	4	7	12

Embassy-2:
"Weight" of importance = 3; level of protection with no special measures $P_2^{(0)}$=0.8.

Safety	0.9	0.95	0.97	0.99
Expenses	1	2	4	8

Embassy-3:
"Weight" of importance = 7; level of protection with no special measures $P_3^{(0)}$ =0.9.

Safety	0.9	0.95	0.97	0.99
Expenses	0.5	1	2	5

The "weight" of importance might depend, for instance, on the size of the Embassy (number of employees) or its political significance.

Solution:

Calculate "discrete gradients" (relative increments) for each Embassy k by using the formula:

$$\gamma_k^{(s)} = W_k \frac{P_k^{(s)} - P_k^{(s-1)}}{C_k^{(s)} - C_k^{(s-1)}},$$

where W_k = "weight" of importance of the Embassy k,

$P_k^{(s)}$ = level of protection at Step s of the process of defense improving,

$C_k^{(s)}$ = expenses related to the level of protection at Step s of the process of defense improving.

Let us construct the following table that will be used (in a very simple way!) for getting an optimal allocation of money for defense all 3 Embassies.

No.	**Value of "gradient" step-by-step**		
	Embassy-1	**Embassy-2**	**Embassy-3**
1	$10 \cdot \frac{0.9-0.5}{2} = 2$	$3 \cdot \frac{0.9-0.8}{1} = 0.3$	$7 \cdot \frac{0.95-0.9}{1} = 0.35$
2	$10 \cdot \frac{0.95-0.9}{4-2} = 0.25$	$3 \cdot \frac{0.95-0.9}{2-1} = 0.15$	$7 \cdot \frac{0.97-0.95}{2-1} = 0.14$
3	$10 \cdot \frac{0.97-0.95}{7-4} = 0.067$	$3 \cdot \frac{0.97-0.95}{4-2} = 0.03$	$7 \cdot \frac{0.99-0.97}{5-3} = 0.07$
4	$10 \cdot \frac{0.99-0.97}{12-7} = 0.004$	$3 \cdot \frac{0.99-0.97}{8-4} = 0.0015$	*

Now the number of all cells in the Table by their decreasing:

No.	Value of "gradient" step-by-step		
	Embassy-1	Embassy-2	Embassy-3
1	1	3	2
2	4	5	6
3	8	9	7
4	10	11	*

These numbers give the order of introduction to the corresponding protective measures. So, the final results are given below:

Initial expected loss is equal to

$w^{(0)} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(0)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(0)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(0)}) = \cdot 10 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 + 7 \cdot 0.1 = 3.8.$

(1) After the 1st step the total expected loss is equal to
$w^{(1)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(0)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(0)}) = \cdot 10 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.2 + 7 \cdot 0.1 = 1.8$
and the spent resources are equal to
$C^{(1)} = 2$

(2) After the 2nd step the total expected loss is equal to
$w^{(2)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(0)}) = \cdot 10 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.1 + 7 \cdot 0.1 = 1.5$
and the spent resources are equal to
$C^{(2)} = 2 + 1 = 3.$

(3) After the 3rd step the total expected loss is equal to
$w^{(3)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(1)}) = \cdot 10 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.1 + 7 \cdot 0.05 = 1.15$
and the spent resources are equal to
$C^{(3)} = 2 + 1 + 1 = 4.$

(4) After the 4th step the total expected loss is equal to
$w^{(4)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(1)}) = \cdot 10 \cdot 0.05 + 3 \cdot 0.1 + 7 \cdot 0.05 = 0.9$
and the spent resources are equal to
$C^{(4)} = 2 + 1 + 1 + 2 = 6.$

(5) After the 5th step the total expected loss is equal to
$w^{(5)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(1)}) = \cdot 10 \cdot 0.05 + 3 \cdot 0.05 + 7 \cdot 0.05 = 0.75$
and the spent resources are equal to
$C^{(5)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 = 7.$

(6) After the 6th step the total expected loss is equal to
$w^{(6)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(2)}) = \cdot 10 \cdot 0.05 + 3 \cdot 0.05 + 7 \cdot 0.03 = 0.61$
and the spent resources are equal to
$C^{(6)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 8.$

(7) After the 7th step the total expected loss is equal to
$w^{(7)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(3)}) = \cdot 10 \cdot 0.05 + 3 \cdot 0.05 + 7 \cdot 0.01 = 0.47$
and the spent resources are equal to
$C^{(7)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 = 10.$

(8) After the 8th step the total expected loss is equal to
$w^{(8)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(3)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(2)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(3)}) = \cdot 10 \cdot 0.03 + 3 \cdot 0.05 + 7 \cdot 0.01 = 0.37$
and the spent resources are equal to

$C^{(8)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 = 13.$

(9) After the 9th step the total expected loss is equal to

$w^{(9)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(3)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(3)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(3)}) = \cdot 10 \cdot 0.03 + 3 \cdot 0.03 + 7 \cdot 0.01 = 0.31$

and the spent resources are equal to

$C^{(9)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 2 = 15.$

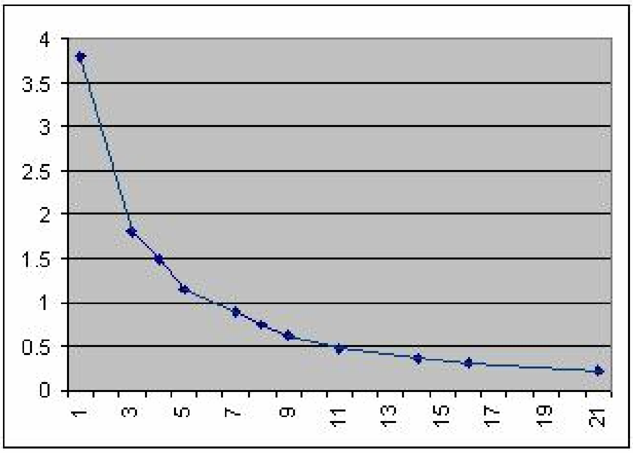
(10)After the 10th step the total expected loss is equal to

$w^{(10)}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(3)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(3)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(3)}) = \cdot 10 \cdot 0.01 + 3 \cdot 0.03 + 7 \cdot 0.01 = 0.21$

and the spent resources are equal to

$C^{(10)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 2 + 5 = 20.$

The process of constructing cost-effectiveness curve can be continued. Graphical presentation of the steepest descent solution is presented below.



study

Conclusions

This theoretical approach can be used for the assessing, planning, modeling, and managing of cost-effective counter-terrorism measures. Some ideas of this were applied to modeling survivability of National Energy System or the former USSR [*Rudenko & Ushakov*, 1979; *Kozlov et al*., 1986; *Rudenko & Ushakov*, 1989]. Further development of proposed theoretical approach and its implementation for various possible scenarios can significantly boost the analytic resources and predictive capabilities of fighting against terrorism. The approach is powerful enough for the solution of complex and highly unstructured problems. Based on this approach, one can formulate much more complex and realistic problems to include various "what-if" scenarios and additional information: known gaps in security system, counter-terrorism intelligence, impact of preemptive strike against terrorist groups, fuzzy information about terrorist plans and capabilities, etc. Also, the proposed approach can be used to identify the most appropriate security measures and develop optimal strategy aimed at providing maximum possible protection against terrorist threat. Finally, it may be useful in exploring the impact of budget cuts and resource reallocation scenarios on safety issues.

References

I. Ushakov. “Counter-terrorism: Protection Resources Allocation. Part I. Minimax Criterion”. “Reliability: Theory and Practice” (vol.1, No.2), 2006.

I. Ushakov. “Cost-effective approach to counter-terrorism”. Int’l Journal *Communication in Dependability and Quality Management* (vol.8, No.3),2005.

B. Gnedenko, I. Ushakov “Probabilistic Reliability Engineering”. *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1995.

I. Ushakov. “Handbook of Reliability Engineering”. (Section 8.6 “Vulnerability of Complex Systems”). *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1994.

Yu. Rudenko, I. Ushakov “Reliability Energy Systems, 2nd edition” (in Russian). Original Russian title: “Надежность систем энергетики”. *“Nauka”, Novosibirsk, Siberian Branch of the Academy of Sciences of the USSR*, 1989.

M. Kozlov, Yu. Malashenko, V. Rogozhin, I. Ushakov (team lead), **T. Ushakova**. “Computer model of Energy Systems Survivability: Methodology, Model, Implementation” (in Russian). Original Russian title: “Моделирование живучести систем энергетики: методология, модель, реализация”. *The Computer Center of the Academy of Sciences of the USSR, Moscow*, 1986.

Yu. Rudenko, I. Ushakov “On evaluation of survivability of complex energy systems”. Original title: “К вопросу оценки живучести сложных систем энергетики”. *Journal of the Academy of Sciences of the USSR, issue “Energy and Transportation”, №1*, 1979.

WE ARE LIVING IN A YELLOW SUBMARINE…

(scientific-romantic novella)

by John D. Kettelle & Igor A. Ushakov

study

We, John and Igor, have had perhaps a unique experience of technical cooperation that predated the end of the Cold War. This is a story about how those common interests have continued, with the hope that it can motivate and encourage more such shared work among countries (*and corporations*).

Initially, we planned to write something that was strictly technical. Now we ask that your forbearance for something more relaxed and personal. The mathematically inclined can go immediately to the description of the Kettelle algorithm in Appendix 1, and to its development in Appendix 2.

PART I.

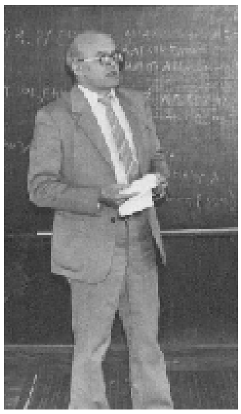
John.

In 1958 the US, as part of its response to the USSR's development of ICBM's (intercontinental ballistic missiles), had started BMEWS, the Ballistic Missile Early Warning System. (BMEWS was a weird acronym, because it was pronounced like the English verb “bemuse”, which means to get amusedly lost in thought.) Like any big system, BMEWS had a number of components, such as its power supply, the radar itself, and parts of the computer (in those days computers were still in their infancy) that was needed to analyze the radar data. My company (Kettelle & Wagner[2]) was given a contract to determine the optimal balance of investment (via redundancy) among these components.

It happened to be that I had recently heard a lecture by Richard Bellman, on his then-new concept of dynamic programming. It seemed to be a good approach to this problem. Although the BMEWS work was highly classified, we were, in 1962, allowed to publish a paper on optimal allocation of redundancy [1]. A brief description of my algorithm can be found in Appendix 1.

Igor.

In the beginning of 1960’s., I had been working at one of top-secret Soviet Research and Development Institutes that designed a system for a remote control of ballistic intercontinental missiles with nuclear warheads. It was a hot time of the Cold War, when during Caribbean Crisis both John Kennedy, and Nikita Khrushchev narrowly avoided the World War III. Besides America and Western Europe, the Soviet missiles were also targeted on Chinese (the “best friends” of Soviets at the time).



I dealt with reliability and inventory problems that were new to me at the time, so I read a lot of papers on this subject. Once in the journal “Operations Research” I found a paper written by J.D. Kettelle “Least-Cost Allocation of Reliability Investment”. I found that this paper gives an accurate solution of an the extremely complex problem with a clear and elegant algorithm. All our attempts to use Richard Bellman’s dynamic programming [2] had been unsuccessful. In those days we did not use computers for solving engineering problems, and Bellman’s method was too clumsy for a “hand-made” solving. It was too wordy to call the algorithm a “Modified Algorithm of Dynamic

[2] Daniel H. Wagner (1925-1997), prominent specialist in Operations Research. ORSA (Operations Research Society of America) established The Daniel H. Wagner Prize for Excellence in Operations Research Practice

Programming", so I coined the new name "Kettelle's Algorithm".

I translated the paper and placed it in a papers ccollection of "Optimal Problems of Reliability" [3]. The title of the book sounds a bit stupid: I originally meant for it to be called "Opftimization Problems" but the editor of the Publishing House changed it to what seemed to him more understandable: "Optimal Problems". And it was, of course, an error on my part for not giving attention to the title when checking the proofs.

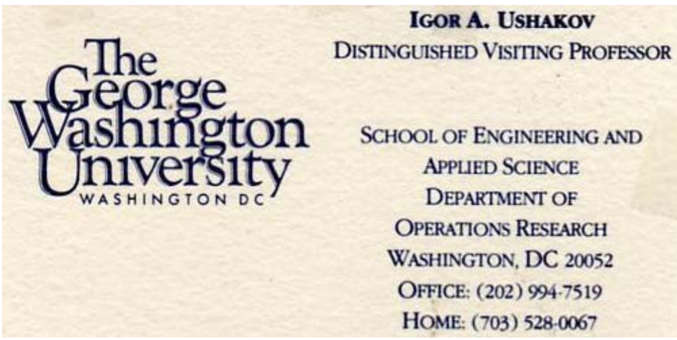
Since then in Russian reliability literature everybody has used the term "Kettelle's Algorithm". (As I discovered later, the algorithm has no such name in the country where it was invented!)

With time, computers came into engineering practice, and I decided to modify Kettelle's Algorithm to make programming easier. It was very simple and, honestly speaking, a rather minor modification [3], though it allowed a more convenient procedure, which I called the "Universal Generating Function" [4, 5]. This methodology got some intensive development and practical applications: my colleagues and friends from Israel Gregory Levitin and Anatoly Lisnianski with colleagues performed a really great job [6, 7, 8]. An exhaustive bibliography on the development of the Universal Generating Function can be found in [9].

A very brief description of my modification of Kettelle's Algorithm (Universal Generating Function) is presented in Appendix 2.

PART II.

Igor.



In 1989 I was invited to lecture at The George Washington University for a semester as a Distinguished Visiting Professor. The university sent out an invitation requesting my informal answer. After getting my positive response they intended to send an official contract, and, after I had signed it, they would send me an official offer to which I would have to respond with a written acceptance. I feared that such a back-and-forth bureaucratic correspondence will last until doomsday. So, I decided to fly to Washington and sign all papers immediately and instantaneously… My friend, who was a Scientific Assistant to the Academician-Secretary of the Soviet Academy of Sciences, helped me with my urgent business trip to America. He arranged a three-day-trip to Washington with no compensations for my travel and living expenses…

I came to Washington, D.C., where my old friend Robert Machol, whom many know by his excellent book [10], met and invited me to stay at his home. It was my salvation: I had no money at all!

The next day, I walked to the University, which was on the other side of "not too small" city… It was about 100 F^o and 100% humidity. I then understood that money was evil but their absence was even more evil! When I came back and Bob saw my wet jacket he was really furious that I did not tell him about my financial situation. He gave me a hundred bucks with words: you may return what you do not spend before you leave…

Could you imagine, how long I explained to my American colleagues that I would like to have an invitation for a year with a salary for half a year, because otherwise, I had no chance to take my wife with me… They had a difficult time understanding if a Soviet specialist went abroad for less than 9 months, why he could not bring his wife with him! I was forced to lecture them about some specifics of a woman physiology …

At last, I signed all papers, came back to Moscow and in two months flew back to America with my wife! By the way, there were no tickets going: Moscow – New York – Washington, so we were forced to make a funny long trip: Moscow – Shannon – Havana – Mexico City – San Francisco – New York – Washington! (Fortunately, I had an acquaintance at the Aeroflot office in Moscow!) Anyway, we finally made it to Washington right before the beginning of the academic year…

After the first semester, I was asked to stay to the end of academic year, and of course I happily accepted the proposal. Then I was surprised and flattered with another proposal to stay a year more….

At the end of the last year of my visit to Washington, I felt some discomfort in my heart: it was difficult for me to take the stairs up to my office on the second floor. I was forced to make two to three stops…

A surgeon at the University Hospital informed me that I needed an open heart surgery… Reading this you can see: it was quiet successful! Then I was advised by the surgeon to stay at least a year under his surveillance… I was in panic: to stay in the country with no money and no job? And once again my friend Bob Machol came to my rescue.

It occurred that when I left Bob Machol's apartment after my previous visit to Washington, I took with me some preprints that I brought to the university to confirm my credentials (though nobody asked me about it them at all). I forgot about them too and they got left behind in the room where I stayed. Bob picked them up and found that one of them had a reference on the Kettelle's paper. He kept it and gave it later to his олд friend John Kettelle as a demonstration of his fame in the Soviet Union!

When Bob realized that I badly needed help, he called his friend and…

John.

I remember that one day my friend Bob Machol called and said that he had his Russian friend, Igor Ushakov, who was his guest, had left some of his papers with reference to my work. It was very intriguing….

I found that in Russia the algorithm I had invented bore my name!

Later, in about two years, Bob Machol called me and asked if I would like to meet the author of that paper about my algorithm… I was glad to do so, and that's how I met Igor. His contract with the George Washington University should have expired soon, so I offerred him a job at my company Ketron, Inc...

PART III.

John.

We shortly came up with the idea of forming the Ketron-Moscow Institute, with Igor as its Director. My objective was to involve talented Russian mathematicians and programmers in my company's projects, and Igor's objective – I believe – was to help his former friends and colleagues to survive in extremely difficult situation in the former Soviet Union.

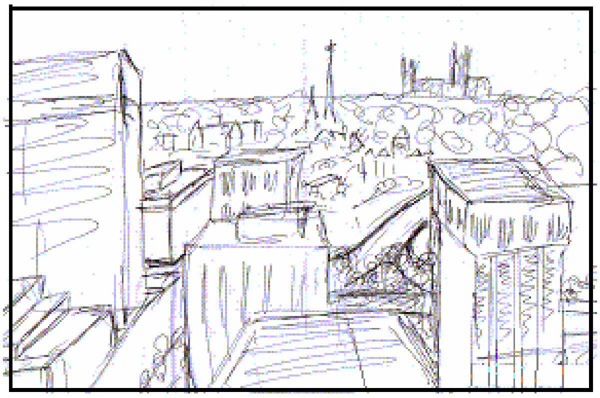
Igor.

I remember my very first day at Ketron, Inc… My office was next to the office of the President, John Kettelle. It was a beautiful office with a great view of Washington: on the horizon one can see Washington Cathedral…

He introduced me to all the staff. I started working. John had a fantastic plan: how to involve Russian programmers and applied mathematicians for performing some projects here, in America… I was so enthusiastic!

study

John's secretary, Janice, brought to me a lot of my papers, which I presented to KETRON Ketron, Inc, relating to work. Among them, I found several of her reports to FBI about my phone calls to Russian colleagues, my emails, etc. It was not a surprise for me: KGB or FBI – what is the difference?



Janice was a sweet girl, so I brought all those papers back to her and whispered: in the Soviet Union for such a mistake you should have been severely punished. But we will let this time slide. Since then, Janet became my good friend and assistant (and with my English I needed it badly)…

Unfortunately, this job did not last too long. Though company went bankrupt (an interesting example of some of the hazards of capitalism), John helped me to find a new job. He recommended me to one of his former employees, by then the Chief Scientist of MCI (the largest telecommunication company of the US).

So, with the help of John Kettelle, I once again survived in the United States…

PART IV.

Igor.
Though our mutual job was finished, our friendship became only stronger. John visited my home, I visited his home.

Once on Independence Day July 4th, we visited John's family and even participated in an impromptu "military parade": John gave each of us hand-made toys in the form of rifles. (In the picture below: Slava Ushakov (my son), John Kettelle, and his neighbor (who was at the time a Counselor of the British Embassy).

Then I unexpectedly we met John at the reception of former patients of cardiologic surgery. It occurred that the same surgeon – Japanese with a tender, almost Russian name Alyona – had operated on both of us!

<u>PART V</u>.

<u>***John***</u>.
Igor had recently called and invited me to participate in the Gnedenko Forum. Boris Gnedenko is quite famous in the American mathematical community. I remember what an outstanding mathematician he was: we met when he came to visit Igor here in US.

I accepted Igor's invitation and looked forward to participating to the extent my old body would let me. In the meantime, Igor invited me to join him writing a paper about the so-called Kettelle algorithm, and I look forward to a positive result.

Igor has suggested that this story, with its remarkable element of cold-war collaboration, might be of interest beyond the narrow community of mathematicians interested in reliability. I hope he is right. At the end of the "cold war", we thought that there might be a way to plug the well-known mathematical talents of Russia into the fascinating mathematical problems that confront "western" (and indeed all the world's) corporations and governments. Unfortunately, my own preoccupations were intervened.

With the "hope that springs eternal from within the human breast[3]", I would love to return to that project. The present version of it could include:

- A compilation of the business and governmental problems shared by the US, Russia, and the rest of the world. I have been working on the US version of this, and within as little as a month I might have something to share with the Forum to "prime your own pump".
- A corresponding collection of mathematical (and operations research) ideas that might address these problems. On this side, there are two that I myself am having some fun with:

[3] Line from Ernest Lawrence Thayer's classic poem "Casey at the Bat".

study

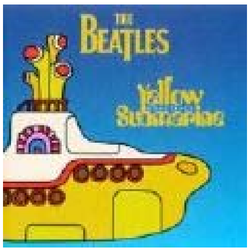
- Computerized Third Parties - a new way to negotiate. One application is international treaties, another is mergers and acquisitions, and a third is the private purchase of real estate.
- Efficient Industries. Most applied mathematics - particularly operations research - is financed by individual companies to help them compete and make more money. Beyond this, in the US there are laws against monopolies. Result: There has been embarrassingly little work on making an entire industry efficient. Logically, there should be some communist ideas, and ideas from other nations, on this topic.

I would love to be a part of an international effort along these lines.

Igor.

Several days ago, I called John Kettelle and suggested to join the Gnedenko Forum. He accepted my invitation, and moreover, we have decided to write together a paper on the Kettelle's Algorithm. .

I thought about an interesting coincidence: I am living now in San Diego, California, where John over 50 years ago began his Navy career as an officer on a submarine! Why was I thinking about it? Who knows… Maybe because I was sitting in a comfortable apartment and was listening to my beloved Beatles' song "Yellow submarine"…



And I was thinking about how lucky we all are that at the terrible time of confrontation between the United Stated and the Soviet Union, no crazy man pressed the button to fire a nuclear missile!..

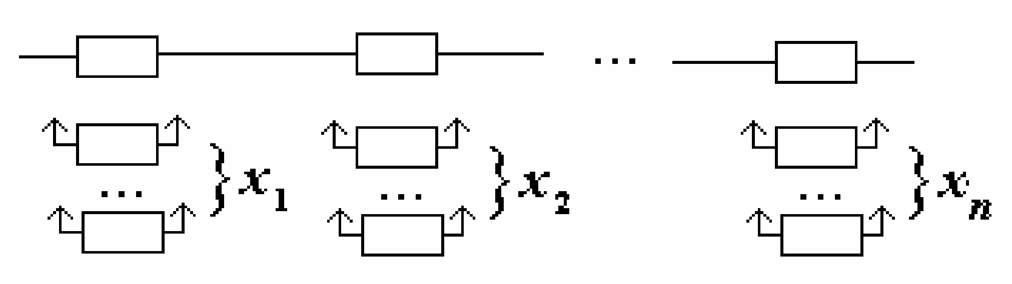
Appendix 1:

Description of the Kettelle Algorithm.

Assume that we consider a submarine that should perform some operation of duration t without visiting a base. Electronic equipment of the submarine is considered as a series connection of n functional units. If an operating unit has failed it is replaced by a spare one, and it is assumed that if there is an available unit of needed type, the equipment operates successfully. Since the volume of submarine's storage is limited, one may say optimization of the number of spares that delivers maximum reliability under restriction on the total size of the storage. For the sake of simplicity, let us assume that the total volume of spare units is equal to sum of the volume of all spares. (This assumption is made to avoid simultaneous solution of the problem of optimal packaging. If you wish, you may think in terms of the units' cost then the property of additivity will be held.) of

To formulate the problem in general terms, let us introduce the following notations:

n is the number of operating units of different types within the system,
x_k is the number of spare units of type k,
$R_k(x_k)$ is probability of successful operation of unit k during given period t if there are x_k spare units,
v_k is a size of cell for storing of element of type k. (Under assumptions above, the total volume of x_k spare units is equal to $x_k\, v_k$.)
One needs to find such vector X=(x_1, x_2, …,x_n) that maximize the probability of successful operation of the submarine electronic equipment during an operation of duration t..



In mathematical terms this problem is formulated as following :

$$\max_X \left\{ \prod_{1\le k\le n} R_k(x_k) \,|\, \sum_{1\le k\le n} v_k x_k \le C_{LIMIT} \right\}$$

where C_{LIMIT} is limitation on the total volume for spares (the size of the storage).

Let us demonstrate the algorithm on a simple example of a system of 4 units in series.

Step 1. For each operating unit, one writes for each number of spare units x_k values of $R_k(x_k)$ and respective total volumes $v_k\, x_k$.

Table 1.

	Number of spares	0	1	2	3	…
Unit 1	Probab. of failure free operation	$R_1(0)$	$R_1(1)$	$R_1(2)$	$R_1(3)$	…
	Total volume of spare units	0	v_1	$2v_1$	$3v_1$	…
Unit 2	Probab. of failure free operation	$R_2(0)$	$R_1(1)$	$R_2(2)$	$R_2(3)$	…
	Total volume of spare units	0	v_2	$2v_2$	$3v_2$	…
Unit 3	Probab. of failure free operation	$R_3(0)$	$R_3(1)$	$R_3(2)$	$R_3(3)$	…
	Total volume of spare units	0	v_3	$2v_3$	$3v_3$	…
Unit 4	Probab. of failure free operation	$R_4(0)$	$R_4(1)$	$R_4(2)$	$R_4(3)$	…
	Total volume of spare units	0	v_4	$2v_4$	$3v_4$	…

Step 2a. "Combine" units 1 and 2 in the following way

Table 2.

	Unit 1					
Unit 2		0	1	2	3	…
	0	$R_1(0)R_2(0)$ 0	$R_1(1)R_2(0)$ v_1	$R_1(2)R_2(0)$ $2\ v_1$	$R_1(3)R_2(0)$ $3\ v_1$	…
	1	$R_1(0)R_2(1)$ v_2	$R_1(1)R_2(1)$ v_1+v_2	$R_1(2)R_2(1)$ $2\ v_1+v_2$	$R_1(3)R_2(1)$ $3\ v_1+v_2$	…
	2	$R_1(0)R_2(2)$ $2v_2$	$R_1(1)R_2(2)$ v_1+2v_2	$R_1(2)R_2(2)$ $2\ v_1+2v_2$	$R_1(3)R_2(2)$ $3\ v_1+2v_2$	…
	3	$R_1(0)R_2(3)$ $3\ v_2$	$R_1(1)R_2(3)$ $v_1+3\ v_2$	$R_1(2)R_2(3)$ $2\ v_1+3\ v_2$	$R_1(3)R_2(3)$ $3\ v_1+3\ v_2$	…
	…	…	…	…	…	…

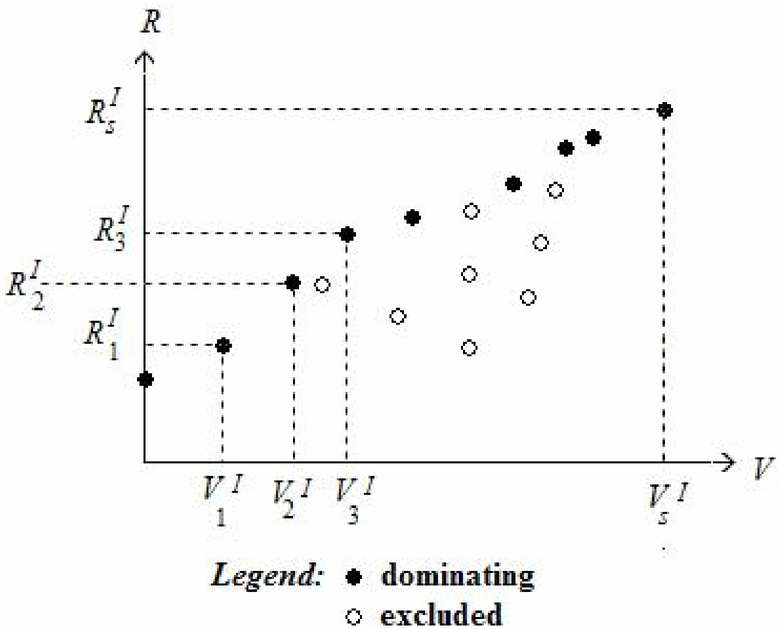
Step 2b. "Combine" units 3 and 4 in the following way

Table 3.

	Unit 3					
Unit 4		0	1	2	3	…
	0	$R_3(0)R_4(0)$ 0	$R_3(1)R_4(0)$ v_3	$R_3(2)R_4(0)$ $2\ v_3$	$R_3(3)R_4(0)$ $3\ v_3$	…
	1	$R_3(0)R_4(1)$ v_4	$R_3(1)R_4(1)$ v_3+v_4	$R_3(2)R_4(1)$ $2\ v_3+v_4$	$R_3(3)R_4(1)$ $3\ v_3+v_4$	…
	2	$R_3(0)R_4(2)$ $2v_4$	$R_3(1)R_4(2)$ v_3+2v_4	$R_3(2)R_4(2)$ $2\ v_3+2v_4$	$R_3(3)R_4(2)$ $3\ v_3+2v_4$	…
	3	$R_3(0)R_4(3)$ $3\ v_4$	$R_3(1)R_4(3)$ $v_3+3\ v_4$	$R_3(2)R_4(3)$ $2\ v_3+3v_4$	$R_3(3)R_4(3)$ $3\ v_3+3\ v_4$	…
	…	…	…	…	…	…

Step 3a. One takes all pairs $\{R_1(x_1)*R_2(x_2);\ v_1x_1+v_2x_2\}$ and orders them by the total volume increasing, then exclude all pairs that for the same or smaller probability have larger values of the total volume. In the result, one has a sequence of the type: $\{R_1^I, V_1^I\}, \{R_2^I, V_2^I\}, \ldots, \{R_j^I, V_j^I\} \ldots$

This sequence is called *dominating sequence*. (As a matter of fact, it is a Pareto set.) Of course, by the number of this dominating sequence, one can easy find from Table 2 what kind of spare units have to be chosen for any pair $\{R_j^I, V_j^I\}$. The results of this "combining" can be graphically presented in the form:



Step 3b. The same procedure is repeated for Table 3. One takes all pairs $\{R_3(x_3)*R_4(x_4);\ v_3x_3+v_4x_4\}$ and orders them by increasing values of probabilities, then chooses the dominating sequence: $\{R_1^{II}, V_1^{II}\}, \{R_2^{II}, V_2^{II}\}, \ldots, \{R_j^{II}, V_j^{II}\} \ldots$

Step 4. One constructs the final Table 4.

Table 4.

	First dominating sequence				
Second dominating sequence		1	2	3	…
	1	$R_1^I R_1^{II}$ $V_1^I + V_1^{II}$	$R_2^I R_1^{II}$ $V_2^I + V_1^{II}$	$R_3^I R_1^{II}$ $V_3^I + V_1^{II}$	…
	2	$R_1^I R_2^{II}$ $V_1^I + V_2^{II}$	$R_2^I R_2^{II}$ $V_2^I + V_2^{II}$	$R_3^I R_2^{II}$ $V_3^I + V_2^{II}$	…
	3	$R_1^I R_3^{II}$ $V_1^I + V_3^{II}$	$R_2^I R_3^{II}$ $V_2^I + V_3^{II}$	$R_3^I R_3^{II}$ $V_3^I + V_3^{II}$	…
	…	…	…	…	…

Step 5.

. The same procedure of ordering is performed now for the final Table 4. One takes all pairs $\{R_1^I \cdot R_1^{II}, V_1^I + V_1^{II}\}, \{R_1^I \cdot R_2^{II}, V_1^I + V_2^{II}\}, \{R_2^I \cdot R_1^{II}, V_2^I + V_1^{II}\}, \ldots, \{R_j^I \cdot R_k^{II}, V_j^I + V_k^{II}\}, \ldots$ and orders them by increasing values of probabilities, then chooses the dominating sequence: $\{R^*_1, V^*_1\}, \{R^*_2, V^*_2\}, ..., \{R^*_j, V^*_j\}...$

Solution. One finds such k that $V^*_k \le V_{LIMIT} < V^*_{k+1}$. By pair $\{R^*_k, V^*_k\}$ that represents the solution, one finds corresponding pairs $\{R_i^I, V_i^I\}$ and $\{R_j^{II}, V_j^{II}\}$, which compose the solution. In turn, $\{R_i^I, V_i^I\}$ helps to find initial pairs $\{R_1(x_1), v_1 x_1\}$ and $\{R_2(x_2), v_2 x_2\}$, i.e. one has found x_1 and x_2, as well as $\{R_j^{II}, V_j^{II}\}$ helps to find initial pairs $\{R_3(x_3), v_3 x_3\}$ and $\{R_4(x_4), v_4 x_4\}$, i.e. x_3 and x_4 has become known.

Appendix 2:

Modification of the Kettelle Algorithm by the Use of Universal Generating Function.

If you look more attentively at Kettelle's Algorithm, you find that you deal with a pairs of numbers with which you perform the following operation: values of R are multiplied and values of V are added. It immediately leads you to a thought that similar procedure is performing with the generating functions! Indeed, Table 2 or 3 are very convenient for handle-calculations, though for computer the following procedure is "more understandable" and workable. So, expression

$$f^I(x) = (R_1(0)z^0 + R_1(1)z^{v_1} + R_1(2)z^{2v_1} + ...) \cdot (R_2(0)z^0 + R_2(1)z^{v_2} + R_2(2)z^{2v_2} + ...)$$

in a sense, is equivalent to Table 2. However, using UGF, one can write immediately formula for series system of n different units:

$$f^{FINAL}(x) = \prod_{1 \le j \le n} (R_j(0)z^0 + R_j(1)z^{v_j} + R_j(2)z^{2v_j} + ...)$$

In contrast with usual procedure od polynomial multiplication, we avoid similar terms reducing. In other words, all terms with the same power of x are kept in their original form. And now we have the problem of "sifting" the terms of final polynomial $f_{FINAL}(x)$ to get a dominating set as we did it for the Kettelle's Algorithm. Let us consider all terms of non-reduced final polynomial $f_{FINAL}(x)$ into pairs of the "Kettelle's type". If somebody still feels inconvenience adding volumes, let us say about cost rather than volume (keeping the previous notations v and V).

Let us order the "Kettelle's pairs" by increasing value of the total cost of spare units, V:

$$[R_1^{FIN}, V_1^{FIN}], [R_2^{FIN}, V_2^{FIN}], [R_3^{FIN}, V_3^{FIN}], ..., [R_j^{FIN}, V_j^{FIN}]...$$

i.e. $V_j^{FIN} \le V_{j+1}^{FIN}$ for any j. Now, in this ordered set, one excludes those pairs, for which $R_j^{FIN} \le R_{j-1}^{FIN}$.

Thus, dominating sequence is constructed easily, though Kettelle's Algorithm gives the way how to find corresponding vector $X^{OPT} = \{x_1^{OPT}, x_2^{OPT}, ..., x_n^{OPT}\}$. However, using UGF we have completely lost the track of the solution: all intermediate sets of x's are lost!!

To avoid this, let us introduce the following artificial though useful terms and notations.

Let us use ancient Roman military terminology: a *legion* is a division of a high level, a *cohort* is unified part of a legion (all cohort have the same structure), a *maniple* is a lowest unit of the army. Let us give these terms new contents. Let any "atomic" parameter of a unit be called a maniple (M). (Such parameters are unit reliability, its cost, its volume, the number of spares of given type, etc.) The complete set of such parameters characterizing a unit be called a cohort (C). In our case a cohort is presented by a triplet $C_j(k)=[M_{j1}, M_{j2}, M_{j3}]$, where M_{j1} is reliability of unit j under condition that there are k spares, i.e. $R_j(k)$; M_{j2} is the total cost of k spares, i.e. kv_j; and M_{j3} is the number of spares for this case, i.e. $x_j(k)$]. Let us note that actually $x_j(k)=k$, however, we use such a specific notation intentionally to keep track of actually used spare units.

A legion in our case is a set of cohorts, i.e. a set of all parameters of the series system. (Of course, system structure should not be necessarily series: we just preserve previous assumptions.) Thus, a legion in formal notations can be presented in the form:

$L_j = (C_{j1}, C_{j2}, C_{j3}, \dots, C_{jk}, \dots\}=$

$=\{[R_j(0), 0, x_j(0)], [R_j(1), v_j, x_j(1)], [R_j(2), 2v_j, x_j(2)], \dots, [R_j(k), kv_j, x_j(k)]\dots\}.$

Now introduce an *interaction* of legions (denote this operation with a special sign $\otimes^{LEG}$), and begin with interaction of two legions. Interaction of legions is an operation similar to a Descartes product: each cohort of the first legion interacts with each cohort of the second legion. Denote interaction of cohorts by $\otimes^{COH}$. In other words, in the result of two legions interaction on gets a new "expanded" legion:

$$L^* = L_1 \otimes^{LEG} L_2 = \begin{Bmatrix} C_{11}\otimes^{COH} C_{21}, & C_{12}\otimes^{COH} C_{21}, & C_{13}\otimes^{COH} C_{21}, & \dots \\ C_{11}\otimes^{COH} C_{22}, & C_{12}\otimes^{COH} C_{22}, & C_{13}\otimes^{COH} C_{22}, & \dots \\ C_{11}\otimes^{COH} C_{23}, & C_{12}\otimes^{COH} C_{23}, & C_{13}\otimes^{COH} C_{23}, & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{Bmatrix}$$

As one can see, actually it is just a different form of Table 4 given by John Kettelle in Appendix 1. There are new notations, new words but of course the same idea.

In the result of such interaction we get new cohorts. Now we can express the result of interaction of two cohorts

$C_{jk} \otimes^{COH} C_{il} = [R_j(k), kv_j, x_j(k)] \otimes^{COH} [R_i(l), lv_i, x_i(l)] =$

$[R_j(k) \otimes^{(R)} R_i(l),\ kv_j \otimes^{(V)} lv_i,\ x_j(k) \otimes^{(X)} x_i(l)] = [R_{ji}^*, V_{ji}^*, x_{ji}^*],$

i.e. in result of interaction of two cohorts, one gets a new cohort with interacting maniples of the same nature.

Each type of maniples interacts by its own rules. In the case under consideration, $\otimes^R$ is an "interaction of probabilities", i.e. ordinary multiplication, $\otimes^V$ is an "interaction of costs", i.e. ordinary addition, though $\otimes^X$ is an operator allowing to keep information about number of spare units of each type. (At last, we effectively use notation $x_j(k)$ instead of just simple k , since subscript j shows to which unit these spares belong.)

As the result, we have

$$R_{ji}^* = R_j(k) \otimes^R R_i(l) = R_j(k) \times R_i(l),$$

$$V_{ji}^* = kv_j \otimes^V lv_i = kv_j + lv_i,$$

$$x_{ji}^* = x_j(k) \otimes^X x_i(l) = \{x_j(k), x_i(l)\}.$$

Obviously, such manipulation can be performed with arbitrary number of simultaneously interacted legions. With the procedure modified in described way, one has for any term of the final dominating sequence a set of needed spare units $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ that corresponds to a chosen term of the sequence.

Universal Generating Function is convenient not only for optimal redundancy problems. allows simplifying analysis of multi-parametrical units. For instance, analyzing the capacity of a pipeline, consisting of series of connected parts, one can introduce interaction of type

$$Z^* = z_1 \otimes^Z z_2 \otimes^Z \ldots \otimes^Z z_n = \min \{ z_1, z_2, \ldots, z_n\},$$

as well as interaction of type

$$Y^* = y_1 \otimes^y y_2 \otimes^y \ldots \otimes^y y_n = z_1 + z_2 + \ldots + z_n,$$

for parallel parts of the pipeline, i.e. one has a possibility in the frame of the same mathematical model consider systems with network structures.

For finding an accumulated error, it is possible sometimes use interaction of type

$$W^* = w_1 \otimes^w w_2 \otimes^w \ldots \otimes^w w_n = \sqrt{w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2},$$

etc.

study

References:

1. **J. D. Kettele, Jr.** Least-coast allocation of reliability investment. *Operations Research*, vol. 10, 1962.
2. **R. E. Bellman** and **S. E. Dreyfus**. Dynamic programming and reliability of multicomponent devices. *Operations Research*, vol. 6, 1958.
3. **I. Ushakov** (ed.) Optimal Problems of Reliability. *Collection of papers*. Standards, 1968.
4. **I.A. Ushakov**. A universal generating function . *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, vol.24, 1986.
5. **I.A. Ushakov**. Optimal standby problem and a universal generating function . *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, vol.25, 1987.
6. **G. Levitin** and **A. Lisnianski**. A new approach to solving problems of multistate system reliability optimization. *Quality and Reliability Engineering International*, vol.47, 2001
7. **G. Levitin, A. Lisnianski, H.Ben-Haim**, and **D.Elmakis**. Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* vol. 47, 1998
8. **G. Levitin**. A universal generating function approach for analysis of multi-state systems with dependent elements. *Reliability Engineering & System Safety,* vol. 84, 2004.
9. **G. Levitin**, *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization*. Springer, 2005.
10. **H.H. Good** and **R.E. Machol**. *System Engineering: An Introduction to the Design of Large-Scale Systems*. McGraw-Hill, N.Y., 1957.

MY BRIEF WITH GNEDENKO

David Cox,
Oxford, UK

I first saw Professor Gnedenko's name in connection with his beautiful treatment of extreme value theory.

R.A. Fisher and L.H.C. Tippett had derived the limiting distributional forms by highly informal arguments but Professor Gnedenko's paper combined verbal and mathematical clarity. Perhaps 10 or more years later, in approximately 1970, he came to England, visiting first University of Newcastle-upon-Tyne in the North of the country; it is quite possible that he came there by sea.

He came on to London by train and I arranged to meet him at the train station. Because we had not met before I said I would identify myself by holding up a copy of the Journal of the Royal Statistical Society, of course Series B. This seemed to amuse him a lot for some reason.

I recall taking him straight to a guest room at Imperial College, and, this being a fraught time politically, remember his anxiety to go immediately to the nearby Soviet Embassy. Once he had done that and emerged he became much more relaxed. He gave two excellent seminar talks, one on laws of large numbers and one on a more applied topic which I do not recall, probably a queueing or reliability issue. At dinner one evening at my home with a few friends he spoke vigorously about all sorts of topics, the crime-writer Agatha Christie for example.

He dominated the conversation, in an entirely friendly way, even though his English vocabulary was extremely limited; this seemed no handicap. He spoke with a partly Australian accent; he had visited there shortly beforehand.

I met him a couple of times subsequently, the last time in Moscow where he entertained UK visitors to the Tashkent meeting of the Bernoulli Society at a rather lavish banquet in some official building.

He was regarded with affection and respect by those of us who met him on these occasions. The respect was partly for his massive early contributions to the subject and also for the remarkable way he kept very productive in research long after retirement.

June 2006

НАДЁЖНОСТЬ: ВОПРОСЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ

№ 3 (Том 1)
Сентябрь 2006

ISSN 1932-2321

Сан-Диего
2006

ISSN 1932-2321

http://www.gnedenko-forum.com/Journal/index.htm

СОДЕРЖАНИЕ

Внимание! Русский вариант размещённых в журнале статей не аутентичен соответствующему варианту статей на английском языке.

содержание

Воспоминания

содержание

Журнал **"Надежность: вопросы теории и практики"** принимает статьи, обзоры, рецензии, воспоминания, информационные и библиографические материалы по теоретическим и прикладным аспектам надежности и управления качеством, безопасности, живучести и техническому обслуживанию.

Статьи теоретического характера должны непременно содержать новые постановки задач, указание возможности практического применения и не должны быть перегружены формальными выкладками.

Приоритет будет отдаваться статьям, отражающим практическое применение методов.

Требования к оформлению статей: статьи должны быть представлены в формате MSWord на английском языке, желательно сопроводить их версией на русском языке, поскольку (по крайней мере, в настоящее время) большинство читателей журнала русскоязычные.

Объем статей (вместе с иллюстрациями) не должен превышать 15 стр. (шрифт Times New Roman - 12 пт - через 1,5 интервала.

Публикация в журнале приравнивается к публикации в международном научно-техническом журнале.

Статьи, рекомендованные членами редколлегии, на рецензирование не направляются.

Редакция оставляет за собой право изменить название статьи, а также провести редакторскую правку.

За авторами сохраняется полное право использовать свои материалы после публикации в журнале по своему усмотрению (посылать их в другие издания, представлять на конференции и т.п.)

Статьи направлять по e-mail

Главному редактору, Игорю Ушакову
iushakov2000@yahoo.com

или

Ответственному секретарю, Александру Бочкову
a_bochkov@yahoo.com

ВЫБОРЫ ПРЕЗИДЕНТА ФОРУМА

Уважаемые друзья!

В июне 2006 года состоялись выборы Президента и Вице-президента нашего Форума. На голосование участников Форума были выставлены две кандидатуры: Президент – Владимир Семенович Королюк и Вице-президент – Давид Кокс.

Все принявшие в голосовании участники форума поддержали обе представленные кандидатуры. Выборы состоялись.

Краткая информация:

ПРЕЗИДЕНТ

Королюк
ВЛАДИМИР СЕМЁНОВИЧ,
академик АН Украинской ССР

Украинский математик, академик АН Украинской ССР (с 1976, член-корреспондент с 1967). Окончил Киевский университет (1950).

С 1954 г. работал в институте математики АН Украинской ССР, с 1965 г. - одновременно профессор Киевского университета.

Основные направления исследований - теория вероятностей и математическая статистика, вычислительная математика и программирование.

Разработал метод последовательного исчерпывания невязок с учетом эффекта пограничного слоя, возникающего при переходе от интегральных, интегро-дифференциальных или разностных уравнений с малым параметром к дифференциальным уравнениям параболического или эллиптического типа. Предложил и развил новый подход к изучению функционалов от марковских и полумарковских процессов, основанный на обращении линейных операторов, возмущенных на спектре.

Построил алгоритмы фазового укрупнения сложных систем. Получил аналитические выражения для производящих функций граничных функционалов от однородных процессов с независимыми приращениями. Построил потенциал и резольвенту полунепрерывных однотипных процессов с независимыми приращениями с поглощением.

ВИЦЕ-ПРЕЗИДЕНТ

SIR DAVID COX
Ph. Doctor

He studied mathematics at the University of Cambridge and obtained his Ph.D. from the University of Leeds in 1949. He was employed from 1944 to 1956 at industries, and from 1956 to 1966 he was Professor of Statistics at Birkbeck College, London.

From 1966 to 1988 he was Professor of Statistics at Imperial College London. In 1988 he became Warden of Nuffield College and a member of the Department of Statistics at Oxford University. He formally retired from these positions in 1994.

Sir David Cox has received numerous honorary doctorates. He has been awarded the Guy medals in Silver (1961) and Gold (1973) of the Royal Statistical Society. He was elected Fellow of the Royal Society of London in 1973, was knighted by Queen Elizabeth II in 1985 and became an Honorary Fellow of the British Academy in 2000. He is a Foreign Associate of the US National Academy of Sciences. In 1990 he won the Kettering Prize and Gold Medal for Cancer Research for "the development of the Proportional Hazard Regression Model."

Sir David Cox has written or co-authored 300 papers and books.

From 1966 through 1991 he was the editor of Biometrika. He has supervised, collaborated with, and encouraged many younger researchers now prominent in statistics. He has served as President of the Bernoulli Society, of the Royal Statistical Society, and of the International Statistical Institute. He is now an Honorary Fellow of Nuffield College and a member of the Department of Statistics at the University of Oxford.

He has made pioneering and important contributions to numerous areas of statistics and applied probability, of which the best known is perhaps the proportional hazards model, which is widely used in the analysis of survival data.

В ходе голосования была единогласно одобрена поправка в Устав Форума, запрещающая основателю Форума и учёному секретарю Форума выставлять свои кандидатуры на выборах Президента и Вице-президента Форума.

Поправка принята в следующей редакции:

in Russian:

8. Основатель Форума и Ученый Секретарь Форума не имеют права быть избранными на позиции Президента или Вице-президента Форума.

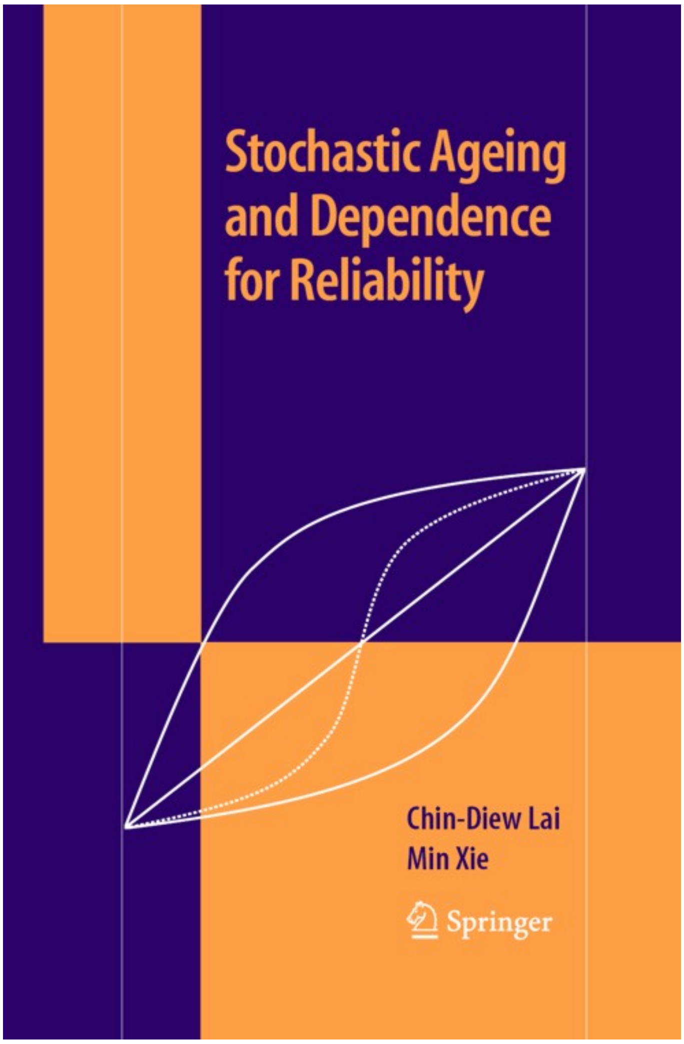
in English:

8. Founder of the Forum and the Scientific Secretary of the Forum have no right to be elected on positions of President or Vice-President of the Forum.

Соответствующие изменения внесены в Устав Форума. Мы поздравляем всех участников Форума с «обретением» такого представительного руководства, и приглашаем всех к активному сотрудничеству в нашем электронном журнале, который с № 3 имеет официальный идентификационный номер **ISSN 1932-2321.**

/Игорь Ушаков/

/Александр Бочков/



STOCHASTIC AGEING AND DEPENDENCE FOR RELIABILITY

Chin-Diew Lai and Min Xie

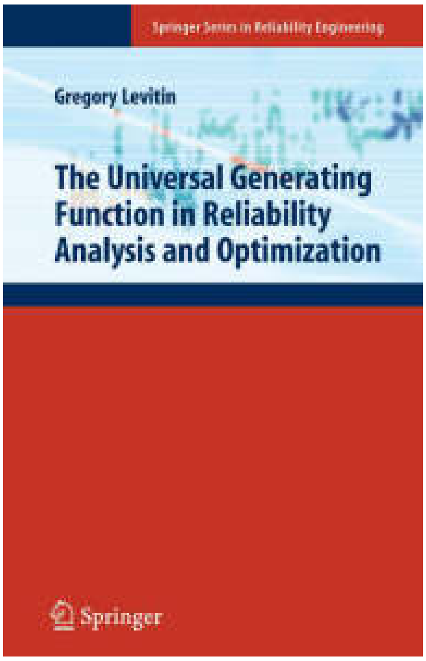
Ageing and dependence are two important characteristics in reliability and survival analysis, and they affect significantly the decision people make with regard to maintenance, repair/replacement, price setting, warranties, medical studies, and other areas. There are many papers published at different technical levels. This book aims at providing a state-of-the-art review of the subject so the interested readers may have a panoramic view of the theory and applications of the two areas.

This book serves as reference book for professors and researchers involved in reliability and survival analysis. Students with basic probability and statistics knowledge interested in applications will also find the book useful.

Chin-Diew Lai obtained Ph.D. in Statistics from the Victoria University of Wellington. He held positions at the University of Auckland and the National Chiao Tung University (Taiwan) prior to coming to Massey in 1979. Professor Lai has published over 90 peer-reviewed papers and coauthored two well-received books. He is one of the two Editors-in-Chief of the Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences.

Min Xie obtained his Ph.D. in Quality Technology from Linköping University in Sweden. He joined the National University of Singapore in 1991 and was awarded the prestigious Lee Kuan Yew research fellowship. Professor Xie has authored numerous papers and several books, and serves as editor or editorial board member in several international journals.

ISBN 0-387-29742-1
www.springer.com



Gregory Levitin

THE UNIVERSAL GENERATING FUNCTION IN RELIABILITY ANALYSIS AND OPTIMIZATION

Springer, 2005

The author develops techniques of Universal Generating Function introduced by I. Ushakov in the middle of 80-e. The book offers a description of the universal generating function technique and its applications in Reliability Analysis of binary and multi-state systems and as well to optimization of series-parallel structures under certain constraints. The book supplies with a number of examples from engineering practice.

Many real systems are composed of multi-state components with different performance levels and several failure modes. These affect the whole system's performance. Most books on reliability theory cover binary models that allow a system only to function perfectly or fail completely. *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization* is the first book that gives a comprehensive description of the universal generating function technique and its applications in binary and multi-state system reliability analysis. It features: an introduction to basic tools of multi-state system reliability and optimization; applications of the universal generating function in widely used multi-state systems; examples of the adaptation of the universal generating function to different systems in mechanical, industrial and software engineering.

This monograph will be of value to anyone interested in system reliability, performance analysis and optimization in industrial, electrical and nuclear engineering.

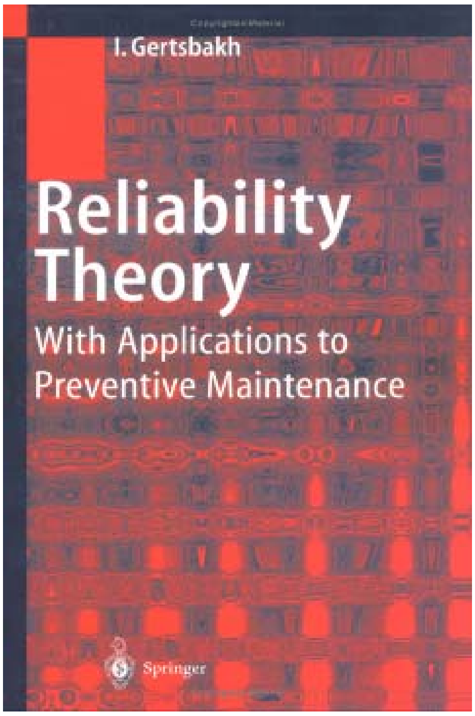
Table of Contents

Автор развивает метод универсальных производящих функций, введенных И. Ушаковым в середине 80-х годов. В книге предлагается описание метода и применение его к анализу надежности систем с двумя и многими состояниями, а также к решению задач оптимизации при наличии ограничений. Книга снабжена большим числом примеров практического применения метода.

Многие реальные системы состоят из элементов, имеющих несколько уровней функционирования, чьи состояния влияют и на оперативные возможности систем. В данной книге дается детальный анализ подобных систем с использованием метод универсальных производящих функций, приводится много практических примеров.

Книга будет интересна дл всех, кто интересуется надежностью различных технических систем и их оптимизацией.

Оглавление книги:



И. Герцбах
elyager@bezeqint.net

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ К ПРОФИЛАКТИЧЕСКОМУ ОБСЛУЖИВАНИЮ

Москва 2003 - 263 стр.

Перевод с английского М.Г. Сухарева
Под ред. В.В.Рыкова Rykov@rykov1.ins.ru
ГУП Изд-во "Нефть и газ" РГУ им. И.М. Губкина,

Для приобретения книги обратиться по адресу:
РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина,
11991, Москва, Ленинский просп., 65
Тел: 135-84-06, 930-97-11. Факс : 135-74-16

Эта книга - перевод с английского монографии I. Gertsbakh, Theory of Reliability With Applications to Preventive Maintenance, Springer-Verlag- 2000.

Автор - известный специалист в области теории надежности - написал ее на основе лекций, прочитанных в 1997-1999 гг. в Университете им. Бен-Гуриона (Израиль) для студентов инженерных специальностей. И.Герцбах знаком русскому читателю по книгам "Модели отказов" (совместно с Х.Б. Кордонским, 1966) и "Модели профилактики" (1969).

"Теория надежности" написана просто и доступно, в ней нет длинных и громоздких доказательств, в ней много интересных примеров и задач с подробными решениями и алгоритмами, написанными на пакете *Mathematica*.
В Приложении дается Нормальная и Вейбулловская вероятностная бумага .
Детальную информацию об этой книге (по-английки) можно найти на сайте
www.amazon.com , under "books" , "Gertsbakh"

Книга содержит сведения о статистической обработке неполных (усеченных) данных, теорию распределений в надежности, модели профилактического обслуживания систем с многими состояниями, новый материал по обслуживанию с обучением и по выбору оптимальных шкал времени.

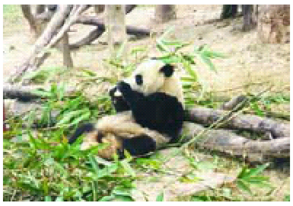
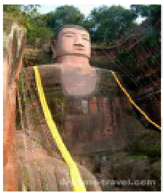
Эта книга идеально подходит как учебник или учебное пособие по Теории надежности, Приложениям теории вероятностей, Введению в случайные процессы, и может быть использована студентами, аспирантами и научными работниками инженерных специальностей и прикладными математиками.

The First International Conference On Maintenance Engineering (ICME '06)

UESTC, Chengdu, Sichuan, P.R.China

October 15-18, 2006

Conference's Theme: " New Century, New Maintenance "

Organized by
The Maintenance Professional Committee, China Ordnance Society (MPCCOS)

In Cooperation With
University of Electronic Science and Technology of China (UESTC)
International Foundation for Research in Maintenance
Remanufacturing Technology Committee, China Association of Plant Engineering Construction
Machinery Maintenance Committee, China Association of Plant Engineering
Maintenance Engineering Institution, China Construction Machinery Society
Repairing Ship Academic Committee, CSNAME

Sponsor
IEEE Reliability Society (Technical Sponsor)
National Natural Science Foundation of China (NSFC)
Chinese Academy of Engineering
Reliasoft (China) Corporation

Call for Papers (ICME'06)
The purpose of ICME'06 is to promote interactions between academic researchers and industrial practitioners. We are particularly interested in exchanging practical approaches, concepts, prototypes, and other results which could contribute to the academic arena and also benefit business and the industrial communities.

The conference aims to bring together researchers and practitioners that are interested in sharing the latest theoretical and practical ideas/results in the maintenance field. The conference features keynote presentations from Jay Lee, Min Xie, Basim Al-Najjar, Jinji Gao, Hoang Pham, Wenbin Wang, and Xisheng Jia.

The conference includes paper sessions, panel sessions and product exhibition. We sincerely expect your participations and presentation of new ideas and experiences in the maintenance field. Interested parties and personnel other than the authors are also welcome.

Papers submitted to the conference should describe original work in the maintenance filed. Case studies, empirical research and experimental results are particularly welcome. Papers should be in English and 2000 - 8000 words in length. Papers should be submitted in PDF or PostScript format via email to yangbo@uestc.edu.cn or mqiang@uestc.edu.cn .

Topics of interest include but are not restricted to the following:

- ♦ Equipment Management and Maintenance
- ♦ The Theory, Technology and Method of Active Maintenance
- ♦ Condition Based Maintenance (CBM)
- ♦ Reliability Centered Maintenance (RCM)
- ♦ Software Maintenance
- ♦ Emergency Maintenance
- ♦ Tele-Diagnosis and Maintenance
- ♦ e-Maintenance
- ♦ Maintainability & Maintenance Modeling
- ♦ Reliability, Maintainability, Testability, Supportability
- ♦ Analysis and Design Technology

Important Dates

Deadline for paper submission: June 15th, 2006
Notification of acceptance July 31st, 2006
Early registration: September 10th, 2006
Deadline for registration: September 30th, 2006
Date of Conference: Oct.15th -Oct.18th, 2006

The Organization of ICME 2006

Conference Chair

Binshi Xu	Academician Chinese Academy of Engineering
Professor	National Key Laboratory for Remanufacturing, China

Co-Chairs

Jinji Gao	Academician Chinese Academy of Engineering Professor Beijing University of Chemical Technology, China
Shanghe Liu	Academician Chinese Academy of Engineering Professor Shi Jiazhuang Mechanical Engineering College, China
Min Xie	Professor National University of Singapore, Singapore
A. K.S. Jardine	Professor University of Toronto, Canada
Jay Lee	Chair Professor Ohio Eminent Scholar & L.W. Scott Alter Chair Professor in Advanced Manufacturing, USA Professor University of Cincinnati, USA
Dong Ho Park	Honorary President Korean Reliability Society Professor Hallym University, Korea

Program Committee Chairs

Xisheng Jia	General Secretary Maintenance Professional Committee, China Ordnance Society
Hong-Zhong Huang	Professor University of Electronic Science and Technology of China
Hoang Pham	Professor Rutgers University, USA
Renkuan Guo	Professor University of Cape Town, South Africa
Wenbin Wang	Senior Lecturer University of Salford, UK

Program Committee Members

Basim Al-Najjar	Chair Centre of Industrial Competitiveness (CIC) Professor Växjö University, Sweden
G. Levitin	Engineer-Expert Israel Electric Corporation Ltd., Israel
Changping Liu	Vice Chair Total Productive Maintenance Committee, CAPE, China
Mingjian Zuo	Professor University of Alberta, Canada
Eui Yong Lee	Professor Sookmyung Women's University, Korea
Rui Kang	Professor Beijing Institute of Technology, China
Lirong Cui	Professor Beijing Institute of Technology, China
Jiashan Jin	Professor Naval University of Engineering, China
Maozhi Gan	Professor Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Jianping Hao	Associate Professor Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Liyang Xie	Professor Northeastern University, China
Yuan Lu	Assistant Professor Technische Universiteit Eindhoven, Netherlands
Yuanshun Dai	Assistant Professor Indiana University-Purdue University Indianapolis (IUPUI), USA
Jianfeng Yang	Professor Beijing University of Chemical Technology, China
Bo Yang	Associate professor University of Electronic Science and Technology of China

Steering Committee Chairs

Li Du	University of Electronic Science and Technology of China
Senlin Zhang	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Kevin Zhao	Reliasoft (China) Corporation

Keynote Speakers:

1. Jay Lee	Chair Ohio Eminent Scholar & L.W. Scott Alter Chair Professor in Advanced Manufacturing, USA Professor University of Cincinnati, USA
2. Jinji Gao	Academician Chinese Academy of Engineering Professor Beijing University of Chemical Technology, China
3. Min Xie	Professor National University of Singapore, Singapore
4. Basim Al-Najjar	Chairman Centre of Industrial Competitiveness (CIC) Professor Växjö University, Sweden
5. Hoang Pham	Professor Rutgers University, USA
6. Xisheng Jia	General Secretary Maintenance Professional Committee China Ordnance Society, China Professor Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
7. Wenbin Wang	Senior Lecturer University of Salford, UK

Conference Secretariat

Bo Yang	University of Electronic Science and Technology of China
Qiang Miao	University of Electronic Science and Technology of China
Zongwen An	University of Electronic Science and Technology of China
Xusen Xu	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Runsheng Wang	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China
Yuhong Gan	Shijiazhuang Mechanical Engineering College, China

Contact

Dr. Bo Yang yangbo@uestc.edu.cn
Dr. Qiang Miao mqiang@uestc.edu.cn
Addr.:
Department of Industrial Engineering, School of Mechanics and Electronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Si Chuan, P.R.China, 610054
Tel: 86-28-83202570
Fax: 86-28-83202570

LOCATION

ICME '06 is to be held in Chengdu, which is situated in the middle of Sichuan Province, the West Sichuan Plain. The annual average temperature is around 16.4 degree. Chengdu is a paradise for food-lovers. As is known, Si Chuan Cuisine is one of four the best well-known Chinese cuisines. According to current statistical figures, there are 4000 different kinds of dishes in Si Chuan Cuisine and 300 of them are well-known ones. Si Chuan dishes can be summed up as "fine ingredients, refined combinations, skilled cooking and varied tastes", which emphasizes "taste", particularly "Ma" (Spicy) and "La" (Hot). Famous Chuan dishes include steamed jiangtuan, guoba squid, pocket bean curd, duck made with zhangcha, hot bean curd, duck stuffed with bean mud, fried chicken blood, etc. Chengdu is also a shopping paradise where various shopping centers can be found. As Chengdu is a famous cultural and historical city of China, different from department stores in general, shopping centers here also sell Chinese herbal medicines, antiques, classic books, handcrafts etc. In particular, "Buxing Jie" is a recommended street with different kinds of shops there. Goods here have been appraised by experts. In Songxianqiao Art City one can find antiques paintings, coins and handcrafts, etc. Scenery Spots around Chengdu include:

JIUZHAI GOU

Jiuzhaigou is recognized by the UN as one of the greatest natural legacies in the world. It is located in the Nanping county of Aba province which lies 450 kilomiles away from Chengdu. With the total area of over 72,000 hectares, it is named as JiuZhaigou because there were 9 "Zang" (a Chinese clan) stockaded villages. The tourist spot is divided into 5 scenic areas including Baojing Rock, Shuzheng, Rizi, Jian Rock, Chang Sea and ZhaYu. Most of the spots are found within the 3 main Y-shaped gaps. Besides, there are more than 100 highland lakes scattered like a terraced field. The turquoise water is clear and fresh. In particular, Jiuzhaigou's KeSiTe image, the magnificent waterfall and fountain are attractive sites. Jiuzhaigou is known as "kingdom of fairy tale".

SANXING DUI

SanXing Dui Ancient City is the eldest and largest Shu ancient city found in China. In 1986, two enormous altars from the Shang dynasty, the top copper statue of the world—bronze human figures and a gold masks were found. SanXing Dui ancient city is a top attraction and is regarded as one of the biggest business cities in ancient China.

E'MEI MOUNTAIN

Emei Mountain is also recognized by the UN as one of the greatest legacies of ancient culture and natural landscape. It is situated 160 kilometers away from the southwest Chengdu. The mountain extends more than 200 kilometers and the epic reaches 3099 meters above the sea level. Tourists can reach 3077m above the sea level. It was said that there is an old man called Old Pu in the 6th Wing Ping year of the King Ming in East Han Dynasty. One day, he saw a magic deer so he followed it to the Golden Top. The deer disappeared suddenly. Old Pu asked Bao Zhang, a monk, about it. The monk told him that Puxian Buddha has changed into a deer. Since then, Old Pu became a monk and worshipped Puxian Buddha. In Emei Mountain its features are craggy, the cliffs are layered and the trees are a lush green, and that is why there is a Chinese saying that "Emei is the most graceful place in the world".

WUHOU TEMPLE

Wuhou Temple was built in commemoration of Zhuge Liang, the Prime Minister of the Shu Han Dynasty. In the beginning of the Ming Dynasty, it was merged with the Chao Lie Temple in commemoration of Liu Bei. The temple displays the suppleness of the Chinese garden. There are numerous historical relics like horizontal cribbed boards, couplets, inscribed tablets, penmanship, furnaces, Chinese tripods, etc. The San Jui (Three-Bests) horizontal inscribed board, Zhuge Liang's Lung Gun couplets, Chu Si Biao and the tomb of Liu Bei are the most famous one.

исследования

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НАБЛЮДАЕМЫХ РИСКОВ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА И НАДЕЖНОСТИ

Эрнест В. Дзиркал,
Виктор А. Нетес

Ключевые слова: статистический контроль качества и надежности, проверка гипотез, наблюдаемые риски, доверительные границы.

Резюме - В статье излагается концепция наблюдаемых рисков. Эти риски определяются после проведения испытаний для статистического контроля качества или надежности и зависят от результатов испытаний. Они позволяют оценивать вероятности ошибочных решений не перед экспериментом как традиционные (планируемые) риски поставщика и потребителя, а после эксперимента. Математически доказываются основные свойства наблюдаемых рисков. Числовые примеры иллюстрируют определяемые понятия и демонстрируют их полезность.

1. ВВЕДЕНИЕ

Обычно в естественных науках эксперимент планируется таким образом, чтобы его предполагаемая погрешность не превышала некоторого выбранного значения, а после окончания эксперимента оценивается его фактическая погрешность. Однако в задачах статистических проверок обычно используется другой подход. Вероятности ошибочных решений (риски) рассматриваются в качестве меры ошибочности решений, как до эксперимента, так и после него. Кажется странным, что после окончания эксперимента и принятия решения риски не уточняются.

Эта статья имеет цель восполнить этот пробел для задач контроля качества и надежности. Кроме того, решается проблема контроля с использованием доверительных границ и двух уровней контролируемого показателя.

Предлагаемый подход был официально принят в СССР в 1987 году и соответствующая методика была включена в стандарт [1]. Однако он не привлек внимание теоретиков и не упоминается в курсах лекций и руководствах. Поэтому авторы хотят привлечь внимание к этому подходу, описанному в их предыдущих статьях [2, 3] и справочнике [4].

2. ОБОЗНАЧЕНИЯ

Q показатель качества или надежности некоторого объекта
Q_0 приемочный уровень Q
Q_1 браковочный уровень Q

H_0 нулевая гипотеза: $H_0 = \{Q \ge Q_0\}$ для позитивного показателя (чем больше значение Q, тем выше качество или надежность); $H_0 = \{Q \le Q_0\}$ для негативного показателя (чем меньше значение Q, тем ниже качество или надежность)

H_1 альтернативная гипотеза: $H_1 = \{Q \le Q_1\}$ для позитивного показателя; $H_1 = \{Q \ge Q_1\}$ для негативного показателя (Мы будем рассматривать далее позитивный показатель)

x данные испытаний

X_0 область принятия

X_1 область отклонения

α (планируемый) риск поставщика: $\alpha = \Pr\{x \in X_1 ; H_0\}$

β (планируемый) риск потребителя: $\beta = \Pr\{x \in X_0 ; H_1\}$

$Q_*(x,\gamma)$ нижняя доверительная граница для Q по данным испытаний x с доверительной вероятностью γ

$Q^*(x,\gamma)$ верхняя доверительная граница для Q по данным испытаний x с доверительной вероятностью γ

$\Pr(n,\lambda) = \sum_{i=0}^{n} \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}$ функция распределения Пуассона

3. НАБЛЮДАЕМЫЕ РИСКИ В СЛУЧАЕ ОДНОСТУПЕНЧАТОГО КОНТРОЛЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ОЦЕНОЧНОГО НОРМАТИВА

В этом случае мы используем некоторую тестовую статистику $S(x)$, являющуюся функцией наблюдений, и оценочный норматив C. Пусть тестовая статистика $S(x)$ является позитивной (чем больше ее значение, тем сильнее уверенность в более высоком качестве или надежности испытываемого объекта). Нулевая гипотеза H_0 принимается, т.е. мы приходим к решению, что объект соответствует требованиям к качеству или надежности, когда $S(x) \ge C$. Гипотеза H_0 отвергается, т.е. мы приходим к решению, что объект не соответствуем требованиям, когда $S(x) < C$. Таким образом,

$$X_0 = \{x : S(x) \ge C\}, \tag{1a}$$

$$X_1 = \{x : S(x) < C\}. \tag{1b}$$

Отсюда

$$\alpha = \Pr\{S(x) < C; H_0\}, \tag{2a}$$

$$\beta = \Pr\{S(x) \ge C; H_1\}. \tag{2b}$$

Наблюдаемый риск поставщика $\widehat{\alpha}(x^*)$ при данных испытаний x^* определяется как вероятность того, что результат испытаний для объекта, имеющего значение показателя не менее Q_0, будет не лучше, чем x^*.

Наблюдаемый риск потребителя $\widehat{\beta}(x^*)$ при данных испытаний x^* определяется как вероятность того, что результат испытаний для объекта, имеющего значение показателя не более Q_1, будет не хуже, чем x^*.

Поэтому

$$\widehat{\alpha}(x^*) = \Pr\left\{S(x) \le S(x^*); H_0\right\}, \qquad (3a)$$

$$\widehat{\beta}(x^*) = \Pr\left\{S(x) \ge S(x^*); H_1\right\}. \qquad (3b)$$

Таким образом, при определении наблюдаемых рисков мы используем само значение тестовой статистики, а не только тот факт, что оно больше или меньше оценочного норматива C [сравните (3a,b) с (2a,b)].

Теоретически наблюдаемый риск соответствует наблюдаемому уровню значимости в математической статистике [5].

Оба наблюдаемых риска могут быть определены при обоих исходах испытаний (приемка и браковка). Если мы хотим уравнять планируемые риски поставщика и потребителя ($\alpha = \beta$), вышеупомянутое правило принятия решений [соответствующее (1a,b)] может быть сформулировано также без использования оценочного норматива C на основе сравнения наблюдаемых рисков:

$\widehat{\alpha} > \widehat{\beta}$ – приемка, $\widehat{\alpha} < \widehat{\beta}$ – браковка

(см. пример 1 и теоремы 3 и 4 ниже). Иными словами, мы принимаем решение, соответствующее меньшему из наблюдаемых рисков.

Пример 1

Рассмотрим приемочный контроль по альтернативному признаку и пусть приемочный и браковочный уровни дефектности составляют $q_0 = 0{,}05$ и $q_1 = 0{,}15$ соответственно. Предположим, что распределение числа дефектных изделий d является пуассоновским:

$$\Pr\left\{d = n; q\right\} = \exp(-Nq)(Nq)^n / n!,$$

где N – объем выборки, q – истинный уровень дефектности.

Если $N = 40$, приемочное число Ac = 3, браковочное число Re = Ac + 1 = 4, то $\alpha = 0{,}143$ и $\beta = 0{,}151$.

Наблюдаемый риск поставщика $\widehat{\alpha}$ при наличии d^* дефектных изделий в выборке определяется, как вероятность получить при уровне дефектности q_0 не менее d^* дефектных изделий в выборке.

Наблюдаемый риск потребителя $\widehat{\beta}$ при наличии d^* дефектных изделий в выборке определяется, как вероятность получить при уровне дефектности q_1 не более d^* дефектных изделий в выборке.

Поэтому

$$\widehat{\alpha} = 1 - \Pr(d^* - 1, Nq_0), \quad \widehat{\beta} = \Pr(d^*, Nq_1).$$

В табл. 1 показаны наблюдаемые риски для этого примера.

Таблица 1. Наблюдаемые риски для примера 1

d^*	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$\widehat{\alpha}$	1,000	0,865	0,594	0,323	0,143	0,053'	0,017	0,005	0,001
$\widehat{\beta}$	0,002	0,017	0,062	0,151	0,285	0,446	0,606	0,744	0,847

Наблюдаемый риск поставщика $\widehat{\alpha}$ равен планируемому риску поставщика α при $d^* = \mathrm{Re} = 4$ (Re – минимальное число дефектных изделий, при котором партия бракуется); с ростом d^* величина $\widehat{\alpha}$ быстро убывает.

Наблюдаемый риск потребителя $\widehat{\beta}$ равен планируемому риску потребителя при $d^* = \mathrm{Ac} = 3$ (Ac – максимальное число дефектных изделий, при котором партия принимается); $\widehat{\beta}$ быстро убывает с уменьшением d^*.

4. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА НАБЛЮДАЕМЫХ РИСКОВ

Теорема 1. Если $x^* \in X_1$, то $\widehat{\alpha}(x^*) \le \alpha$; если $x^* \in X_0$, то $\widehat{\beta}(x^*) \le \beta$.

Доказательство (мы приводим доказательства только для одного из рисков, для другого они аналогичны):

Пусть $x^* \in X_1$. Из (1b) $S(x^*) < C$ и $\left\{x : S(x) \le S(x^*)\right\} \subset \left\{x : S(x) < C\right\}$, поэтому $\Pr\left\{S(x) \le S(x^*)\right\} \le \Pr\left\{S(x) < C\right\}$.

Отсюда с учетом (3a) и (2a) получим $\widehat{\alpha}(x^*) \le \alpha$.

Теорема 2. $\sup\limits_{x \in X_1} \widehat{\alpha}(x) = \alpha$, $\sup\limits_{x \in X_0} \widehat{\beta}(x) = \beta$.

Доказательство. Пусть $\alpha = \sup\limits_{x \in X_1} S(x)$. Если существует $x^* \in X_1$ такое, что $S(x^*) = \alpha$, то $X_1 = \left\{x : S(x) \le S(x^*)\right\}$ и $\alpha = \Pr\left\{X_1; H_0\right\} = \Pr\left\{S(x) \le S(x^*); H_0\right\} = \widehat{\alpha}(x^*)$.

Если такого x^* не существует, то найдется последовательность $x_n \in X_1$ такая, что $S(x_n) \uparrow \alpha$. Тогда последовательность множеств $X'_n = \left\{x : S(x) \le S(x_n)\right\}$ возрастает и $\bigcup X'_n = X_1$, откуда $\Pr\left\{X'_n\right\} \to \Pr\left\{X_1\right\}$.

Поэтому $\widehat{\alpha}(x_n) = \Pr\left\{X'_n; H_0\right\} \to \Pr\left\{X_1; H_0\right\} = \alpha$.

Теорема 3. Пусть $\alpha = \beta$. Тогда $\widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$ для $x^* \in X_0$, $\widehat{\alpha}(x^*) \le \widehat{\beta}(x^*)$ для $x^* \in X_1$.

Доказательство. Если $x^* \in X_0$, то $S(x^*) \ge C$ и

$$\widehat{\beta}(x^*) \le \beta = \alpha = \Pr\left\{S(x) < C; H_0\right\} \le \Pr\left\{S(x) \le S(x^*); H_0\right\} = \widehat{\alpha}(x^*).$$

Теорема 4. Пусть $\alpha = \beta$. Если $\widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$, то $x^* \in X_0$; если $\widehat{\alpha}(x^*) \le \widehat{\beta}(x^*)$, то $x^* \in X_1$.

исследования

Доказательство. Предположение о том, что $x^* \in X_1$, когда $\widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$, влечет противоречие, потому что в этом случае $\widehat{\alpha}(x^*) \le \widehat{\beta}(x^*) < \widehat{\alpha}(x^*)$. Следовательно, $x^* \in X_0$.

5. КОНТРОЛЬ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ГРАНИЦ

Правило принятия решений в случае контроля с использованием доверительных границ таково [2, 4, 6]:

$$Q_*(x,1-\beta) \ge Q_1,\ Q^*(x,1-\alpha) > Q_0 \text{ – приемка;} \tag{4a}$$

$$Q_*(x,1-\beta) < Q_1,\ Q^*(x,1-\alpha) \le Q_0 \text{ – браковка.} \tag{4b}$$

При некоторых естественных ограничениях объем испытаний может быть выбран так, чтобы обеспечить выполнение одного из этих двух условий приемки или браковки [2, 4, 6].

Обычно доверительные границы строятся на основе некоторой статистики $\xi(x)$ [6] так, что

$$Q^*(x,\gamma) = A(\xi(x),\gamma),\ Q_*(x,\gamma) = B(\xi(x),\gamma),$$

где $A(.,.)$ и $B(.,.)$ – некоторые функции. В этой ситуации решающее правило (4a,b) эквивалентно решающему правилу, соответствующему (1a,b) с $S(x) = \xi(x)$ и некоторым оценочным нормативом C [6].

В случае контроля с использованием доверительных границ наблюдаемые риски $\widehat{\alpha}(x^*)$ и $\widehat{\beta}(x^*)$ определяются из уравнений

$$Q^*(x^*,1-\widehat{\alpha}) = Q_0, \tag{5a}$$

$$Q_*(x^*,1-\widehat{\beta}) = Q_1. \tag{5b}$$

В некоторых случаях объем испытаний зависит от внешних обстоятельств. Например, продолжительность эксплуатационных испытаний часто равна стандартному периоду времени: месяцу, кварталу, году. В этих случаях невозможно заранее спланировать испытания так, чтобы обеспечить требуемые риски α и β, поэтому контроль с помощью доверительных границ очень удобен.

После получения всех возможных данных x мы определяем доверительные границы $Q^*(x,\gamma_1)$ и $Q_*(x,\gamma_2)$ так, чтобы удовлетворить одному из следующих условий:

$$Q^*(x,\gamma_1) > Q_0,\ Q_*(x,\gamma_2) = Q_1; \tag{6a}$$

$$Q_*(x,\gamma_2) < Q_1,\ Q^*(x,\gamma_1) = Q_0. \tag{6b}$$

Это может быть достигнуто за счет соответствующего выбора значений γ_1 и γ_2 при некотором заранее заданном соотношении между ними (можно рекомендовать, чтобы $\gamma_1 = \gamma_2$).

В случае (6а) принимается решение о приемке с риском потребителя $\widehat{\beta} = 1 - \gamma_2$, в случае (6b) принимается решение о браковке с риском поставщика $\widehat{\alpha} = 1 - \gamma_1$.

Пример 2

Рассмотрим объект, для которого по данным эксплуатационных испытаний осуществляется контроль средней наработки на отказ. Ее приемочный и браковочный уровни равны T_0 и $T_1 = 0{,}5 \cdot T_0$ соответственно. Продолжительность испытаний ограничена и равна $t = 4T_0$. Пусть время безотказной работы имеет экспоненциальное распределение. В этом случае нельзя гарантировать планируемые риски α и β меньшие, чем 0,2. Такие риски не удовлетворяют ни поставщика, ни потребителя. Тем не менее, испытания были проведены и их данные собраны.

Доверительные границы для средней наработки на отказ равны [4]:

$$T_* = t / \Delta_{1-\gamma_2}(r), \; T^* = t / \Delta_{\gamma_1}(r-1),$$

где $t = 4T_0$ – продолжительность испытаний, r – число отказов за это время и $\Delta_\gamma(n)$ – квантиль пуассоновского распределения, т.е. корень уравнения $\Pr(n, \Delta_\gamma(n)) = \gamma$.

Выбирая γ_1 и γ_2 так, чтобы удовлетворить (6а) или (6b), получим результаты, приведенные в табл. 2.

Максимальные значения наблюдаемых рисков $\widehat{\alpha}$ и $\widehat{\beta}$ равны 0,2, но они соответствуют только случаям $r = 5$ и $r = 6$. Для других результатов испытаний наблюдаемые риски меньше, чем 0,2. Поэтому, если, например, число отказов $r = 2$, то объект будет принят с наблюдаемым риском $\widehat{\beta} = 0{,}015$, и потребитель может не опасаться, что его риск слишком велик.

Таблица 2. Решения и риски для примера 2

Число отказов	Решение	Наблюдаемый риск: $\widehat{\alpha}$ для приемки, $\widehat{\beta}$ для браковки
0	Приемка	< 0,001
1		0,005
2		0,015
3		0,05
4		0,10
5		0,20
6	Браковка	0,20
7		0,13
8		0,05
…		…

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Авторам представляется, что с теоретической точки зрения значение предложенного подхода состоит в следующем:

- Проблема оценки погрешности эксперимента при статистическом контроле решается естественным образом, т.е. после завершения испытаний с учетом их результатов. Это решение стоит включить в учебники, справочники, стандарты и т.п. с тем, чтобы дополнить традиционный подход, использующий только планируемые риски.
- Давно поставленный вопрос, как могут быть использованы доверительные границы при статистическом контроле (т.е. о связи между определительными и контрольными испытаниями), решен для случая контроля качества или надежности по двум уровням.

В практическом отношении значение предложенного подхода различается в случаях наличия или отсутствия предварительного планирования испытаний. В первом случае, когда объем наблюдений равен запланированному, этот подход позволяет:

- Определить наблюдаемые риски и уточнить фактическую уверенность в правильности принимаемых решений.
- Контролировать качество или надежность, непосредственно использую доверительные границы самого проверяемого показателя, а не косвенные характеристики, связанные с этим показателем (число отказов, дефектных изделий и т.п.). Это позволяет контролировать комплексные показатели, такие как коэффициент готовности и коэффициент сохранения эффективности.
- Ввести в результаты испытаний некоторую количественную оценку качества, например, разделяя принятые изделия по уровням качества в соответствии со значениями наблюдаемых рисков, зафиксированных при испытаниях соответствующих партий.

Во втором случае кроме отмеченных выше существует еще одно важное преимущество: несмотря на отсутствие предварительного планирования испытаний, возможно принять решение о соответствии или несоответствии объекта заданным требованиям, используя все полученные статистические данные и указывая наблюдаемые риски.

исследования

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 27.410-87. Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность.
2. Дзиркал Э.В. Статистический контроль с помощью доверительных границ при фиксированном объеме наблюдений // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1982. № 2.
3. Нетес В.А. Наблюдаемые риски при статистическом контроле // Надежность и контроль качества. 1991. № 10.
4. Надежность технических систем: Справочник / Под ред. И.А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985.
5. Кокс Д.Р., Хинкли Д.В. Теоретическая статистика: Пер. с англ. М.: Мир, 1978.
6. Павлов И.В. Статистические методы оценки надежности сложных систем по результатам испытаний. М.: Радио и связь, 1982.

исследования

РЕЗЕРВИРОВАНИЕ И ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРИБОРОВ В ОТКРЫТЫХ СЕТЯХ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Г.Ш. Цициашвили,
М.А. Осипова
Владивосток, Россия[4]

В работе рассматриваются открытые сети с ненадежными обслуживающими приборами. Вычисление стационарного распределения таких сетей требует решения достаточно сложной системы линейных алгебраических уравнений большой размерности. Задачу удалось существенно упростить за счет введения специального управления маршрутными матрицами сети.

Сначала были исследованы сети с меняющимся множеством приборов. Затем мы предположили, что каждый прибор сети может выходить из строя и ремонтироваться независимо и рассмотрели различные варианты их восстановления. Описанные в работе модели находятся на стыке теории массового обслуживания и теории надежности.

Открытые сети с меняющимся множеством приборов.

Рассмотрим открытую сеть G [1, §2] с пуассоновским входным потоком интенсивности λ и l узлами. Каждый узел состоит из одного прибора с экспоненциально распределенным временем обслуживания на нем с параметром μ_k, $k=1,\dots,l$. Входной поток заявок поступает в сеть из узла с номером 0 (внешний источник) и в этот же узел заявки уходят из сети.

Обозначим S множество всех подмножеств (с упорядоченными по возрастанию элементами) множества $\{1,\dots,l\}$. Зафиксируем $s\in S$ и предположим, что перемещение заявок происходит только между узлами множества $s\bigcup\{0\}$, а заявки, находящиеся в остальных узлах, никуда не двигаются. Динамика перемещения заявки в s-ом состоянии сети задается неразложимой маршрутной матрицей $\Theta(s)=\left\|\theta_{ij}(s)\right\|_{i,j\in s\bigcup\{0\}}$:

$$\forall i,j\in s\bigcup\{0\}\ \ \exists\ i_1,\dots,i_n\in s\bigcup\{0\}:\theta_{ii_1}>0,\theta_{i_1i_2}>0,\dots,\theta_{i_nj}>0.$$

Пусть при заданных $\lambda_1,\dots,\lambda_l, 0<\lambda_i<\mu_i$, $1\le i\le l$, маршрутные матрицы $\Theta(s)$ удовлетворяют условиям

$$(\lambda,\lambda_i,i\in s)=(\lambda,\lambda_i,i\in s)\Theta(s),\ s\in S,\ s\ne\varnothing. \tag{1}$$

При $s=\varnothing$ заявки входного потока в узлы сети не поступают, а заявки, находящиеся в узлах сети, никуда не двигаются и не обслуживаются.

[4] guram@iam.dvo.ru, mao1975@list.ru 690041, Владивосток, ул. Радио 7, Институт прикладной математики ДВО РАН

Зафиксируем $A(s)>0$, $s\in S$, $\sum_{s\in S}A(s)=1$, и предположим, что матрица $\left\|\nu\left(s,s^*\right)\right\|_{s,s^*\in S}$ неразложима и выполняются соотношения

$$A(s)\sum_{s^*\in S}\nu\left(s,s^*\right)=\sum_{s^*\in S}A\left(s^*\right)\nu\left(s^*,s\right).$$

Обозначим $Y=\left\{\boldsymbol{n}=\left(n_1,...,n_l\right):n_1\geq 0,...,n_l\geq 0\right\}$, а $\boldsymbol{e}_j$ - l-мерный вектор, у которого j-ая компонента равна 1, а остальные 0.

Сеть G с меняющимся множеством узлов (приборов) опишем марковским процессом $x(t)=(s(t),y(t))$ (*s(t)* характеризует множество рабочих узлов, а *y(t)* –число заявок в узлах сети) с множеством состояний $X=S\times Y$ и переходными интенсивностями ($I(A)$ - индикаторная функция события A)

$$\Lambda\left(\left(s,\boldsymbol{n}\right),\left(s^*,\boldsymbol{n}^*\right)\right)=\gamma_s\left(\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}^*\right)I\left(s=s^*\right)+\nu\left(s,s^*\right)I\left(\boldsymbol{n}=\boldsymbol{n}^*\right).$$

Здесь для $s\in S$, $s\neq\varnothing$,

$$\gamma_s\left(\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}^*\right)=\begin{cases}\lambda\theta_{0k}\left(s\right),\boldsymbol{n}^*=\boldsymbol{n}+\boldsymbol{e}_k,k\in s,\\ \min\left(n_k,1\right)\mu_k\theta_{k0}\left(s\right),\boldsymbol{n}^*=\boldsymbol{n}-\boldsymbol{e}_k,k\in s,\\ \min\left(n_k,1\right)\mu_k\theta_{kj}\left(s\right),\boldsymbol{n}^*=\boldsymbol{n}-\boldsymbol{e}_k+\boldsymbol{e}_j,k\neq j,k,j\in s,\end{cases}\qquad(2)$$

и $\gamma_s\left(\boldsymbol{n},\boldsymbol{n}^*\right)\equiv 0, s=\varnothing$. Процесс $x(t)$ эргодический [2, §4] и его стационарное распределение имеет вид

$$\prod\left(s,\boldsymbol{n}\right)=A\left(s\right)\pi\left(\boldsymbol{n}\right),\left(s,\boldsymbol{n}\right)\in X,\qquad(3)$$

$$\pi\left(\boldsymbol{n}\right)=C^{-1}\prod_{i=1}^{l}\left(\frac{\lambda_i}{\mu_i}\right)^{n_i},\quad \boldsymbol{n}\in Y,\quad C=\prod_{i=1}^{l}\left(\frac{\mu_i}{\mu_i-\lambda_i}\right).$$

Замечание 1. *Если* $\lambda_i=\lambda<\mu_i$, $1\leq i\leq l$, *то тогда произвольные симметричные маршрутные матрицы* $\Theta\left(s\right),s\in S$, *удовлетворяют соотношениям (1).*

В качестве примера рассмотрим открытую сеть с двумя узлами, маршрутной матрицей Θ, в которой диагональные элементы нулевые, а остальные равны ½, интенсивностью входного потока λ и интенсивностями обслуживания μ_1, μ_2. Рассматриваемая сеть с двумя работающими приборами (s={1,2}) изображена на рис. 1.

исследования

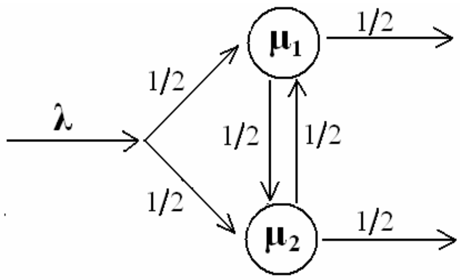


Рис. 1. Открытая сеть в случае s={1,2}.

Предположим теперь, что только первый прибор работает. Тогда s={1} и $\theta_{ij}=1$ для i=0, j=1 и i=1, j=0, в остальных случаях $\theta_{ij}=0$.

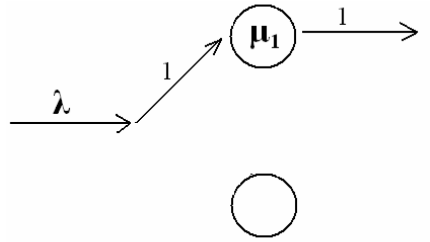


Рис. 2. Открытая сеть в случае s={1}.

Аналогично описывается случай s={2}, когда работает только второй прибор.

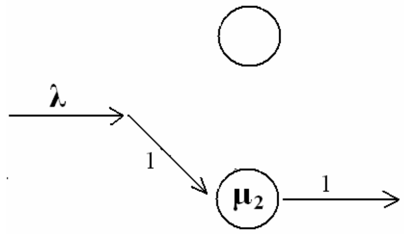


Рис. 3. Открытая сеть в случае s={2}.

Последний вариант – это когда оба прибора не работают и s= Ø.

Рис. 4. Открытая сеть в случае s= Ø.

Теперь определим отказы и восстановления приборов: открытая сеть с меняющимся множеством узлов *S={Ø, {1}, {2}, {1,2}}* и возможными переходами между состояниями сети *s*, $s \in S$ (стрелочками обозначены заданные переходные интенсивности $\nu\left(s,s^*\right)$, $s,s^* \in S$), изображена на рис. 5.

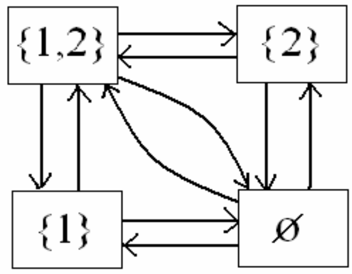


Рис. 5. Сеть с меняющимся множеством узлов.

Формула (3) дает предельное распределение рассмотренной сети с меняющейся структурой. Рисунки 1-5 показывают, что даже в простейшем случае описание сети с отказывающими и восстанавливающимися приборами достаточно громоздко. Чтобы рассмотреть резервирование приборов, необходимо исследовать более сложную схему. Следующий раздел посвящен решению этой задачи.

Открытая сеть с резервированием и восстановлением приборов.

Рассмотри замкнутую сеть $\tilde{G}_k$ с одним рабочим местом, одним ремонтным местом и m_k заявками. Заявки перемещаются по маршруту: рабочая часть – ремонтная часть и обратно. Рабочая (ремонтная) часть состоит из очереди перед рабочим (ремонтным) местом и из рабочего (ремонтного) места. Каждая заявка выходит из строя с интенсивностью α_k на рабочем месте и ремонтируется с интенсивностью β_k на ремонтном месте. Тогда время обслуживания на рабочем (ремонтном) месте можно интерпретировать как время работы (ремонта) заявки, а замкнутую сеть можно рассматривать как систему резервирования (если m_k>1) с восстановлением.

Опишем число заявок в рабочей части сети $\tilde{G}_k$ эргодическим дискретным марковским процессом $\tilde{y}_k(t)$ с множеством состояний $\tilde{Y}_k = \{\tilde{n}_k : 0 \le \tilde{n}_k \le m_k\}$, переходными интенсивностями

$$\tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k - 1) = \alpha_k \min(1, \tilde{n}_k),\ \tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k + 1) = \beta_k \min(1, m_k - \tilde{n}_k),\ \ \tilde{n}_k \in \tilde{Y}_k,$$

и предельным распределением

$$P_k(\tilde{n}_k) = C_k \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k},\ C_k^{-1} = \sum_{\tilde{n}_k=0}^{m_k} \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k}.$$

Замечание 2. *Переходные интенсивности $\tilde{\gamma}_k$ описывают систему с ненагруженным резервом. Для системы с нагруженным резервом [3] процесс $\tilde{y}_k(t)$ имеет переходные интенсивности*

$$\tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k - 1) = \alpha_k \tilde{n}_k,\ \ \tilde{\gamma}_k(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k + 1) = \beta_k (m_k - \tilde{n}_k),\ 0 \le \tilde{n}_k \le m_k,$$

и предельное распределение

$$P_k(\tilde{n}_k) = C_k \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k} \frac{1}{\tilde{n}_k!},\ C_k^{-1} = \sum_{\tilde{n}_k=0}^{m_k} \left(\frac{\beta_k}{\alpha_k}\right)^{\tilde{n}_k} \frac{1}{\tilde{n}_k!}.$$

Рассмотрим l сетей $\tilde{G}_k$, $1 \le k \le l$, работающих независимо, и опишем их марковским процессом $\tilde{y}(t)$ с переходными интенсивностями

$$\tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right) = \sum_{k=1}^{l} \tilde{\gamma}_k\left(\tilde{n}_k, \tilde{n}_k^*\right), \tag{4}$$

множеством состояний $\tilde{Y} = \left\{\tilde{\boldsymbol{n}} = \left(\tilde{n}_1, ..., \tilde{n}_l\right) : \tilde{n}_k \in \tilde{Y}_k, 1 \le k \le l\right\}$ и предельным распределением

$$P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right) = \prod_{k=1}^{l} P_k\left(\tilde{n}_k\right). \tag{5}$$

Предположим, что k–ый прибор сети G может выйти из строя и восстановиться как заявка в замкнутой сети $\tilde{G}_k$, $1 \le k \le l$. Тогда открытую сеть с независимым выходом из строя и восстановлением приборов в каждом узле можно описать дискретным марковским процессом $\left(\tilde{y}(t), y(t)\right)$ с множеством состояний $\tilde{Y} \times Y$ и переходными интенсивностями

$$\Lambda\left(\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{n}\right), \left(\tilde{\boldsymbol{n}}^*, \boldsymbol{n}^*\right)\right) = \gamma_{s(\tilde{\boldsymbol{n}})}\left(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}^*\right) I\left(\tilde{\boldsymbol{n}} = \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right) + \tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right) I\left(\boldsymbol{n} = \boldsymbol{n}^*\right). \tag{6}$$

Здесь $\tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right)$ вычисляются по формулам (4), а $\gamma_{s(\tilde{\boldsymbol{n}})}\left(\boldsymbol{n}, \boldsymbol{n}^*\right)$ - по формулам (2), где

$$s\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right) = \left\{k : \tilde{n}_k > 0, 1 \le k \le l\right\}. \tag{7}$$

Если соотношения (1) выполняются, то процесс $\left(\tilde{y}(t), y(t)\right)$ эргодический и аналогично (3) его предельное распределение имеет вид $P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right)\pi\left(\boldsymbol{n}\right)$, $\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{n}\right) \in \tilde{Y} \times Y$.

Замечание 3. Формулы *(4), (5) описывают независимый выход из строя и восстановление в замкнутых сетях* $\tilde{G}_k, 1 \le k \le l$, *приборов сети* G. *Но замкнутые сети можно объединить в общую замкнутую сеть* $\tilde{G}$ *с* l *рабочими узлами (местами), фиксированным числом ремонтных узлов (мест) и произвольной неразложимой маршрутной матрицей. Пусть число заявок во всех узлах (не только в рабочих) так определенной сети* $\tilde{G}$ *описывается некоторым эргодическим марковским процессом* $\tilde{y}(t)$ *с множеством состояний* $\tilde{Y}$, *переходными интенсивностями* $\tilde{\gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \tilde{\boldsymbol{n}}^*\right)$ *и предельным распределением* $P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right)$. *Тогда марковский процесс* $\left(\tilde{y}(t), y(t)\right)$ *с переходными интенсивностями (6), (7) имеет предельное распределение* $P\left(\tilde{\boldsymbol{n}}\right)\pi\left(\boldsymbol{n}\right)$, $\left(\tilde{\boldsymbol{n}}, \boldsymbol{n}\right) \in \tilde{Y} \times Y$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 06-01-00063-а и Дальневосточного отделения РАН, проект 06-III-A-01-016.

Литература

[1] Башарин Г.П., Толмачев А.Л. Теория сетей массового обслуживания и ее приложения к анализу информационно-вычислительных систем. Итоги науки и техники, сер. Теория вероятностей. М.: ВИНИТИ, 1983. С.3-119.

[2] Цициашвили Г.Ш., Осипова М.А. Новые мультипликативные теоремы для сетей массового обслуживания // Проблемы передачи информации. Т.41, №2, 2005. С.171-181.

[3] Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. М.: Наука, 1965. 524 с.

О НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ С БЫСТРЫМ ВОССТАНОВЛЕНИЕМ

Яков Генис
Borough of Manhattan Community College
City University of New York, USA
ygenis@bmcc.cuny.edu

Рассматриваются восстанавливаемые резервированные системы с быстрым восстановлением. Показано когда можно оценивать показатели их безотказности и ремонтопригодности с использованием метода монотонных траекторий. Получены общие оценки показателей надежности этих систем в стационарном и нестационарном режимах их использования. Приведен пример использования этих оценок для расчета надежности конкретной системы.

1. Введение

Эта статья является обобщением исследований выполненных автором в области асимптотических методов оценки надежности за последние 25 лет. Результаты исследований были большей частью опубликованы в [1-5].

Первые работы по асимптотической оценке показателей надежности дублированных систем принадлежат Б.В.Гнеденко [6-7]. Затем появилась целая серия работ И.Н.Коваленко [14-18] и А.Д.Соловьева [9-12], посвященных асимптотическому анализу надежности восстанавливаемых систем практически произвольной структуры. Это направление оказалось весьма плодотворным и привело к формированию самостоятельной ветви теории надежности. В дальнейшем в этом направлении получены интересные результаты В.С.Королюком и А.Ф.Турбиным [19-20].

Параллельно с развитием аналитических методов исследования надежности восстанавливаемых систем еще в 60-х годах появились и первые работы И.А.Ушакова [21-22] по эвристическим методам расчета показателей надежности систем с восстановлением. В этом подходе конструктивно использовалась предельная теорема Реньи [24] о разрежении случайного потока.

Получение двусторонних сходящихся друг к другу оценок показателей надежности позволило определить погрешность асимптотических оценок. Первые работы в этом направлении были выполнены А.Д.Соловьевым [11-12] для распределения времени до первого отказа системы при стационарном режиме ее использования. Уточнение этих оценок дано В.В.Калашниковым и С.Ю.Всехсвятским [8], что с точностью до второго порядка малости совпало с полученными ранее результатами [6] для более широкого класса систем, допускающих нестационарный режим работы.

В [1-5] решена задача оценки показателей надежности системы в широких предположениях относительно режима обслуживания и эксплуатации, критериев отказа, характера выполняемых системой функций, типов используемого резервирования, распределения времени безотказной работы элементов и т.д.

Идея анализа высоконадежных систем заключается в следующем. Процесс функционирования любой восстанавливаемой системы можно свести к альтернирующему случайному процессу, в котором интервалы, где все элементы системы работоспособны (ИР), чередуются с интервалами, когда в системе имеются какие-либо отказы элементов, возможно и не приводящие к отказу системы. Последние интервалы в полном соответствии с общепринятой терминологией можно назвать интервалами неисправности (ИН). Понятно, что отказ системы может возникнуть лишь на ИН. Если вероятность отказа системы на ИН мала, то возможно использование асимптотических методов. Действительно, если на каждом цикле (под циклом понимается два последовательных интервала работоспособности и неисправности) вероятность появления отказа системы устремить к нулю (что приводит к увеличению числа циклов до отказа и между отказами системы), то распределение числа циклов до появления цикла с отказом будет геометрическим, а распределение суммы геометрического числа случайных величин с ростом числа слагаемых (при соответствующей нормировке) будет стремиться к экспоненциальному.

Рассмотрим сначала случай, когда ИН в среднем много меньше ИР. В этом случае с большой степенью точности рассматриваемый альтернирующий процесс можно заменить простым процессом восстановления с образующей его функцией распределения (ФР), соответствующей ФР интервала работоспособности. При этом неисправность системы может с некоторой малой вероятностью стать отказом системы, а с вероятностью, близкой к единице, пройти для системы незамеченной. Иными словами, наблюдается типичная картина разрежения случайного процесса. По теореме Реньи [24] применение такой процедуры разрежения к произвольному потоку восстановления при стремлении вероятности разрежения к единице приводит после соответствующей нормировки к пуассоновскому потоку. Если вероятность разрежения различна для различных циклов, то, как показал Ю.К.Беляев [23], результат Реньи [24] остается справедливым лишь бы все вероятности разрежения стремились к нулю равномерно.

Если теперь перейти к рассмотрению альтернирующего процесса, в котором длительностью ИН нельзя пренебречь по сравнению с длительностью ИР, но вероятность появления отказа системы на каждом ИН мала, то можно прийти к оценкам, которые по смыслу практически совпадают с теми, которые получаются для разреженного точечного потока.

Рассмотрим теперь в одном вероятностном пространстве основной и дополнительный случайные процессы. В основном процессе, описывающем поведение системы, появление нового ИН возможно только после окончания предыдущего. В дополнительном процессе допускается появление ИН в любой момент времени. Каждый ИН в основном и дополнительном процессах может быть отказовым или неотказовым. Поскольку в дополнительном процессе за один и тот же промежуток времени появляется не меньшее число ИН, чем в основном, то оценкой снизу времени до первого отказа системы является время до первого появления в дополнительном процессе отказового ИН, а оценкой сверху – время до появления в дополнительном процессе первого отказового ИН, не пересекшегося ни с одним неотказовым ИН (число которых не меньше, чем в основном процессе), возникшим до него, плюс часть длительности этого ИН до появления на нем события – отказа системы. При выполнении некоторого условия быстрого восстановления обе эти оценки начинают давать все меньшую относительную погрешность, сближаясь друг с другом.

Отметим теперь, когда полученные асимптотические оценки показателей надежности могут использоваться на практике, а в каких случаях они дают серьезные погрешности. Хорошее приближение асимптотические оценки дают в тех случаях, когда система высоконадежна в том смысле, что отказ системы и любая ее неисправность развиваются по монотонной траектории. Под монотонной траекторией понимается такая траектория, у которой в процессе возникновения отказа системы не происходит чередования отказов и восстановлений отдельных элементов, т.е. сначала возникает цепочка отказов, а потом последовательно заканчиваются только восстановления элементов. Практически это соответствует условию, что произведение максимального среднего времени восстановления элементов на суммарную интенсивность отказов элементов в системе мало.

Кроме того, эти оценки справедливы, когда рассматриваются интервалы времени безотказной работы системы, существенно большие длины цикла «работоспособность – неработоспособность», и приводят к ошибкам при их использовании на начальном участке работы высоконадежной системы.

На практике часто асимптотические результаты применяют для высоконадежных систем вообще, не оговаривая, в каком смысле понимается эта высокая надежность. Здесь следует отметить, что в высоконадежных системах с высокой степенью избыточности ИН может представлять из себя последовательность немонотонно развивающихся траекторий возникновения неисправности системы. В этом случае использование асимптотических формул указанного выше типа может привести к серьезным погрешностям. И в этом случае поток моментов возникновения отказов системы образует поток пересечений «высокого уровня», т.е. будет приближаться пуассоновским потоком. Но параметр этого потока следует вычислять иным способом, а не с использованием метода монотонных траекторий.

Отметим, что излагаемый асимптотический метод является конструктивным и дает весьма хорошие результаты для большинства практических ситуаций. Он был успешно использован для надежностного проектирования сложных вычислительных систем в атомной и тепловой энергетике, химии, нефтехимии, металлургии и в других отраслях.

2. Постановка задачи

Рассматривается восстанавливаемая система, содержащая n элементов и k ремонтных единиц (РЕ). Каждый элемент системы может быть только в работоспособном или неработоспособном состоянии. Каждый работоспособный элемент может находиться в нагруженном или ненагруженном режиме (облегченный режим для краткости опускается). Пусть $F_i(x)$ и $f_i(x)$ соответстенно функция распределения (ФР) и плотность распределения (ПР) времени безотказной работы i- го элемента в системе, $i=\overline{1,n}$, а m_i – среднее значение этого времени, $m_i < \infty$.

Рассматриваются следующие типы систем с произвольным распределением времени восстановления элементов:

1) системы с экспоненциально распределенными временами безотказной работы элементов, у которых существует стационарный режим функционирования системы;
2) системы, работающие в нестационарном режиме при переменных условиях эксплуатации, время безотказной работы элементов которых описывается нестационарным пуассоновским процессом, а распределение времени восстановления элемента может зависить от момента его отказа;

3) системы, все элементы которых имеют ограниченную ПР времени безотказной работы; требуется также, чтобы эта ПР в нуле была отлична от нуля, $f_i(0) = c_i \neq 0$, $i \in \overline{1,n}$.

В рамках данной статьи предполагается, что с вероятностью 1 мгновенно обнаруживается отказ любого элемента в системе и переключение на резервный элемент (в системах с замещением) производится без задержки. Неработоспособные элементы восстанавливаются.

Допустимый класс дисциплин восстановления *D* задается следующим режимом восстановления. Для каждого элемента существует хотя бы одна РЕ, способная его восстановить. После восстановления элемент ведет себя как новый. Восстановление элемента начинается немедленно, если есть свободная РЕ, способная его восстановить. Суммарная скорость восстановлений любой РЕ на интервале работ этой РЕ равна 1 (скорость восстановления РЕ соответствует масштабу времени, с которым производится восстановление данной РЕ). Допустимы различные прерывания восстановления, но ФР суммарного времени восстановления *i*- го элемента *j* – ой РЕ, равна $G_{ij}(x)$, независимо от числа и длительности прерываний.

Пусть *l* – число отказавших элементов в системе в момент *z*.. Тогда класс *D* включает в себя, в частности, дисциплины:

- d_1 – дисциплина FIFO с прямым порядком обслуживания, при которой в момент *z* восстанавливаются *min(k, l)* элементов, отказавших первыми;
- d_2 - дисциплина LIFO с обратным порядком обслуживания, при которой в момент *z* восстанавливаются *min(k, l)* элементов, отказавших последними;
- d_3 – дисциплина разделения времени, при которой «одновременно» восстанавливаются все отказавшие элементы с одинаковой скоростью, причем скорость восстановления одного элемента в момент *z* равна единице, если $l \le k$, и равна k / l, если $l > k$;
- d_4 – дисциплина, при которой в момент *z* восстанавливаются min*(k, l)* элементов с наименьшим остаточным временем восстановления.

Отсутствуют ограничения на структуру системы. Задается критерий отказа системы, который может включать в себя и условие временного резервирования. Состояние элементов системы в момент *z* зададим вектором $\vec{v}(z) = \{v_1(z),...,v_n(z)\}$, где каждая компонента может принимать значения {0, 1,…, n}. При этом неработоспособным элементам ставится в соответствие число 0, работоспособным – числа от 1 до *n.* Эти числа позволяют однозначно задавать порядок замены любого отказавшего элемента. Введенное обозначение $\vec{v}(z)$ может быть использовано при оценках надежности конкретных систем для описания множества их состояний, как это сделано в последнем разделе статьи.

Обозначим через *E* множество состояний системы и представим его в виде $\{\vec{v}(z)\} = E = E_+ \cup E_-$, где E_+ - область исправных, а E_- - область неисправных состояний системы. Система считается неисправной в момент *z*, если $\vec{v}(z) \in E_-$ и отказавшей, если ее неисправность длится время, не меньшее $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$. При отсутствии временного резерва ($\eta \equiv 0$) область неисправных состояний системы превращается в область отказов системы. В начальный момент времени все элементы системы были новые и исправные.

Пусть $\vec{b}$ - некоторый вектор состояний элементов системы непосредственно перед ИН, а $\vec{b}^N$ - вектор состояний элементов системы на этом же ИН непосредственно после момента перехода вектора состояний системы из области E_+ в область E_-. Назовем путем π, ведущим из $\vec{b} \in E_+$ в состояние $\vec{b}^N \in E_-$ на ИН, последовательность векторов состояний элементов, начиная от вектора $\vec{b}$, непосредственно предшествующему началу ИН, и кончая вектором $\vec{b}^N$, соответствующему первому моменту появления неисправности системы на этом ИН, причем переход из одного вектора состояний в последующий происходит только за счет того, что ровно один элемент системы отказывает или кончает восстанавливаться.

Длина пути равна числу векторов состояний, содержащихся на этом пути, не считая первоначального вектора $\vec{b}$. Путь назовем монотонным, если на нем отсутствуют восстановления элементов. Монотонный путь назовем минимальным для $\vec{b}$, если его длина $l(\vec{b})$ равна минимуму длин путей, ведущих из $\vec{b}$ в E_-. Тогда минимальное число элементов, отказ которых может вызвать неисправность системы, равно $s = \min l(\vec{b})$ по $\vec{b} \in E_+$, $b_i > 0$, $i = \overline{1,n}$. Здесь b_i - это i-ая координата вектора $\vec{b}$, которая описывает состояние i- го элемента.

Считается, что система работает в условиях быстрого восстановления (БВ). Практически это означает, что среднее время восстановления элемента существенно меньше среднего времени между любыми двумя отказами элементов в системе.

Задача заключается в том, чтобы оценить показатели безотказности и ремонтопригодности системы в условиях БВ.

3. Асимптотическое приближение. Общая модель системы

Как показано выше поведение системы описывается альтернирующим случайным процессом, в котором чередуются ИР и ИН. Система может отказать на некотором ИН более одного раза. Поведение такой системы было проанализировано в [2].

Назовем x-отказом системы такой отказ, при котором система пребывает в состоянии отказа не менее времени x. Понятие x-отказа будет использовано при оценке показателей ремонтопригодности системы. Скажем, что система отказала (x-отказала) на ИН по монотонному пути, если от начала ИН и до момента отказа (x-отказа) системы на этом ИН не успело закончиться восстановление ни одного элемента.

Будем рассматривать высоконадежные системы. Результаты [1] показывают, что в этом случае для систем 1-го и 3-го типа распределение времени до первого отказа системы сходится к экспоненциальной функции, а для систем 2-го типа сходится к $exp\{-\int_0^x \beta(u)du\}$, если произведение максимальной интенсивности появления интервалов неисправности $\hat{\lambda}$ на максимальную среднюю длительность интервала неисправности T и вероятность отказа системы q на ИН стремятся к нулю. Если при этом и вероятность q^* появления более одного отказа системы на ИН стремится к нулю, то ФР времени между любыми двумя последовательными отказами системы 1-го и 3-го типа сходится к экспоненциальной функции, а интенсивность отказов систем 2-го типа сходится к пуассоновскому потоку с переменным параметром. Критерий БВ определенный ниже обеспечивает условия, при которых $\hat{\lambda}\,T \to 0$, $q \to 0$ и $q^* \to 0$.

4. Уточненная модель системы и критерий БВ

Пусть $G(x) = min\ G_{ij}(x)$, $G_*(x) = max\ G_{ij}(x)$, где минимум и максимум берутся по номерам j РЕ, доступных i - му элементу, и по $i = \overline{1,n}$ (здесь $G(x)$ и $G_*(x)$ – ФР соответствующим образом наибольшего и наименьшего времени восстановления элементов); s – минимальное число элементов, отказ которых может вызвать неисправность системы; $\overline{\Gamma}(\,) = 1 - \Gamma(\,)$ для любой ФР $\Gamma(\,)$;

$m_R^{(j)} = j\int_0^\infty x^{j-1}\overline{G}(x)dx,$, $\quad m_R = m_R^{(1)},\quad m_{R^*}(\eta) = \int_0^\infty\int_0^\infty \overline{G}_*(x+u)\,dx\,dH(u)$;

$\hat{\lambda}$ и $\underline{\lambda}$ - максимальная и минимальная интенсивности отказов элементов в исправной системе.

Скажем, что в системе выполняется условие БВ, если $\underline{\lambda} > 0$ и

$$\alpha = [\,\hat{\lambda}^s\ m_R^{(s)}\ /\ (m_R)^{s-1}\,] \to 0 \tag{4.1}$$

и при этом у ФР $F_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, существуют ограниченные ПР.

Это условие обеспечивает, что $\hat{\lambda}\,T \to 0$, $q \to 0$ и $q^* \to 0$, и таким образом обеспечивает, что ФР времени до первого отказа и времени между двумя соседними отказами системы сходится к экспоненциальной функции [2].

При быстром восстановлении почти всегда отказ системы происходит по монотонным путям (см. раздел 2), если только вероятность такого отказа отлична от нуля. Это означает, что отношение вероятности отказа системы по немонотонным траекториям к вероятности отказа системы стремится к нулю.

Следующее условие объединяет условие быстрого восстановления (4.1) и достаточное условие того, что вероятность отказа системы по монотонному пути отлична от нуля:

$$\varphi_1 = [\hat{\lambda}^s\ m_R^{(s)} / \underline{\lambda}^{s-1}[m_{R^*}(\eta)]^{s-1}] \to 0,\ \underline{\lambda} > 0 \tag{4.2}$$

Условие

$$\varphi_2 = \hat{\lambda} m_R \to 0 \tag{4.3}$$

обеспечивает сходимость ФР времени до первого отказа системы 1-го и 3-го типа к экспоненциальной, а системы 2-го типа к $exp\{-\int_0^x \beta(u)du\}$, что показано в [5].

В практически важных случаях $m_R^{(s)} \le C\,(m_R)^s$, где C - некоторая константа. В этих случаях при малых s ($s \approx 2 \div 4$), близких между собой $G(x)$ и $G_*(x)$, что достигается за счет унификации процедуры восстановления, и малом временном резерве ($m_R \approx m_R(\eta)$) условие (4.2) можно заменить условием (4.1) или условием (4.3).

5. Оценка показателей надежности для общей модели системы

Пусть $\tau_i(t)$ - интервал от момента t до первого отказа системы после момента t при условии A_t, где при рассмотрении $\tau_1(t)$ событие A_t = {(в момент t все элементы системы работоспособны) $\cap D_t$}, а при рассмотрении $\tau_i(t), i \ge 2$, событие A_t = {(в интервале (t, t+ dt) произошел (j - 1)-й отказ системы) $\cap D_t$}, причем при задании A_t фиксируется D_t = {состояния элементов системы в момент t и отработанные к моменту t времена восстановления элементов}. Пусть $B(t, z)$ = { A_t $\cap$ (в интервале (t, z) система не отказала (без учета (i-1)-го отказа), $t \le z$ }. Предполагается, что при $t = 0$ все элементы системы новые и система включается в работу.

Пусть ИН z означает ИН, начавшийся в интервале (z, z + dz); индекс (z) в обозначении $u^{(z)}$ означает, что величина u относится к ИН z.

Рассмотрим системы 1-го и 2-го типа. Пусть $\lambda(z)$ - интенсивность отказов элементов в системе при $z \in$ ИР, $q^{(z)}$ - вероятность отказа системы на ИН z, $\lambda = \sup \lambda(z)$ и $q = \sup q(z)$ по $z \ge t$, $\beta(z) = \lambda(z) q^{(z)}$ - интенсивность появления отказовых ИН, T_1 - средняя длительность неотказового ИН, T_2 - средняя длительность от начала ИН до момента первого отказа системы на этом ИН, T_3 - средняя длительность от момента первого отказа на ИН до окончания этого ИН, $T = T_1 + T_2 + T_3$.

Тогда [4-5], используя подход, описанный в разделе 1, получим

Теорема 5.1. Для рассматриваемых моделей систем справедливы оценки

$$exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)du\} \le P\{\tau_1(t) \ge x\} \le exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)e^{-\lambda T_1}du\} + \lambda T_2. \quad (5.1$$

а для $i \ge 2$

$$(1-q_*)exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)du\} \le P\{\tau_i(t) \ge x\} \le exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)e^{-\lambda T_1}du\} + \lambda T_2 + \lambda T_3. \quad (5.2)$$

Нижние оценки теоремы 5.1 достаточны точны и понятны. Верхние же оценки в некоторых случаях могут быть уточнены. В [4-5] показано, что выполняется

Теорема 5.2. При $\lambda q \to 0$ наряду с оценками теоремы 5.1 справедливы следующие верхние оценки

$$P\{\tau_1(t) \geq x\} \leq exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u) e^{-\lambda T_1} du\}(1+\lambda T_2), \qquad (5.3)$$

а для $i \geq 2$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \leq exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u) e^{-\lambda T_1} du\}(1+\lambda T_2)(1+\lambda T_3). \qquad (5.4)$$

В [4-5] также показано, что нижние оценки (5.1) и (5.2) и верхние оценки (5.3) и (5.4) асимптотически неулучшаемые.

Следствие 5.1. При $\lambda T \to 0$

$$P\{\tau_1(t) \geq x\} \approx exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)\, du\}. \qquad (5.5)$$

Если при этом и $q_* \to 0$, то и для $i \geq 2$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u)\, du\} \qquad (5.6)$$

В [4] доказана справедливость следующих лемм:

Лемма 5.1. При $s \geq 2$ из $[\hat{\lambda}^s m_R^{(s)} / (m_R)^{s-1}] \to 0$ следует $q \to 0$.

Лемма 5.2. Из $\hat{\lambda}\, m_R \to 0$ следует $\lambda T_1 \to 0$ и $\lambda T_2 \to 0$, а из $[\hat{\lambda}^s m_R^{(s)} / (m_R)^{s-1}] \to 0$ дополнительно следует $\lambda T_3 \to 0$.

Лемма 5.3. Из $[\hat{\lambda}^s m_R^{(s)} / (m_R)^{s-1}] \to 0$ следует $q_* \to 0$.

Таким образом доказана

Теорема 5.3. Для систем 1-го и 2-го типа при $\hat{\lambda}\, m_R \to 0$ для $i = 1$ и при $[\hat{\lambda}^s m_R^{(s)} / (m_R)^{s-1}] \to 0$ для $i > 1$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx \exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u) du\}, \qquad (5.7)$$

где $\beta(u)$ - интенсивность появления отказовых ИН в системе в момент *u*.

Рассмотрим системы 3-го типа. Как правило, параметры, описывающие поведение систем 3-го типа находятся при условии *B(t,z)*. Для упрощения записи вместо *B(t,z)* будем писать *t*, понимая что вместо *t* в данном месте должно быть *B(t,z)*.

В условиях быстрого восстановления суммарная интенсивность отказов элементов ограничена сверху и не равна нулю ($\hat{\lambda} < \infty$ и $\underline{\lambda} > 0$). Опираясь на общие результаты Renyi [24] и Ю.К. Беляева [23], можно сделать эвристическое предположение, что оценки, аналогичные (5.7) верны и для систем 3-го типа.

В условиях быстрого восстановления приведенных в теореме 5.3 для систем третъего типа при $i \geq 1$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx \exp\{-\int_t^{t+x} \beta(u \mid t)du\}, \qquad (5.8)$$

где величина $\beta(u \mid t) \equiv \beta(u \mid B(t,u))$ определяется при условии $B(t,u)$ и зависит не только от u но и от t. Справедливость (5.8) для систем с однотипными элементами и нагруженным резервом показана А.Д. Соловьевым [10].

Пусть $p_{\vec{b}}(z \mid t) \equiv p_{\vec{b}}(z \mid B(t,z))$ - вероятность того, что $\vec{v}(z) = \vec{b} = (b_1,...,b_n)$ при условии $B(t,z)$ и $z \in$ ИР; $\lambda(z \mid \vec{b},t) \equiv \lambda(z \mid \vec{b}, B(t,z))$ - суммарная интенсивность отказов элементов в системе в момент z при условии, что $\vec{v}(z) = \vec{b}, B(t,z)$ и $z \in$ ИР; $q^{(z|\vec{b},t)} \equiv q^{(z|\vec{b},B(t,z))}$ - вероятность отказа системы на ИН z при условии $B(t,z)$ и $v(\vec{z}) = \vec{b}$. Если $z \in$ ИР, то по формуле полной вероятности

$$\beta(z \mid t) = \sum_{\{\vec{b}:\vec{v}(z)=\vec{b}\}} p_{\vec{b}}(z \mid t)\lambda(z \mid \vec{b},t)q^{(z|\vec{b},t)}. \qquad (5.9)$$

Через $\beta(z \mid t)$ выражаются не только показатели безотказности, но и показатели ремонтопригодности и коэффициент готовности системы (см. разделы 6 – 9). Ниже будут даны рекомендации по оценке $\beta(z \mid t)$ и $\lambda(z \mid \vec{b},t)$ для рассматриваемых систем. Оценка же $p_{\vec{b}}(z \mid t)$ должна проводиться для каждой конкретной структуры системы в отдельности (см. раздел 9).

Пусть $q_M^{(z|\vec{b},t)} \equiv q_M^{(z|\vec{b},B(t,z))}$ - вероятность отказа системы на ИН z только по минимальным для $\vec{v}(z) = \vec{b}$ путям длины $l = l(\vec{b})$ при условии $B(t,z)$ и $\vec{v}(z) = \vec{b}$.

Для систем 1-го типа А.Д.Соловьевым [12] и для систем 2-го типа в [4] показано, что при $d = d_1 \in D$ и быстром восстановлении в оценке $q^{(z|\vec{b},t)}$ можно ограничиться только минимальными путями.

Пусть $\tau_i''(t)$ - время восстановления системы после i-го отказа системы при условии, что i-й отказ системы произошел на ИН t.

Рассмотрим общую модель системы 1-го и 2-го типа, для которой $\lambda(t)dt$ - вероятность появления ИН t; $q^{(t)}$ и $q_x^{(t)}$ - вероятности отказа и x-отказа системы на ИН t; $q_M^{(t)}$ и $q_{xM}^{(t)}$ - вероятности отказа и x-отказа системы на ИН t с учетом только минимальных путей; $\beta_{xM}(t) = \lambda(t)q_{xM}^{(t)}$, $\beta_M(t) = \beta_{xM}(t)|_{x=0} = \lambda(t)q_M^{(t)}$ - интенсивности x-отказа и отказа системы на ИН t с учетом только минимальных путей отказа.

При работе системы в условиях быстрого восстановления вероятность отказа системы сходится к вероятности отказа системы по минимальным монотонным путям [3], т.е. выполняются оценки:

$$\beta(t) \approx \beta_M(t) \tag{5.10}$$

и

$$\beta_x(t) \approx \beta_{xM}(t) \tag{5.11}$$

По [1] верна

Теорема 5.4. Если $\varphi_1 = [\hat{\lambda}^s\, m_R^{(s)} / \underline{\lambda}^{s-1}[m_{R*}(\eta]^{s-1}] \to 0$, то равномерно по $i \geq 1$

$$P\{\tau_i^{''}(t) \geq x\} \approx \beta_{xM}(t) / \beta_M(t)\,. \tag{5.12}$$

Пусть $T_R^{(t)}$ - среднее время восстановления системы при условии, что она отказала на ИН *t*.

Следствие 5.2. При $\varphi_1 \to 0$

$$T_R^{(t)} \approx \int_0^\infty \beta_{xM}(t)dx / \beta_M(t)\,. \tag{5.13}$$

6. Оценка показателей надежности для систем первого и третьего типа, работающих в стационарном режиме

Только в условиях работы системы в стационарном режиме (этот режим исключает системы 2-го типа) получаются простые инженерные формулы для оценки надежности системы.

В стационарном режиме $q_M^{(z|\vec{b},t)} = q_M^{(\vec{b})}$, $q_M^{(z|\vec{b},t)} = q_M^{(\vec{b})}$, $\lambda(z \mid \vec{b},t) = \lambda(\vec{b})$ и $\beta(z \mid t) = \beta$. Оценим β.

Пусть из $\vec{v}(z) = \vec{b} \in E_+$, $z \in$ИР, возможны минимальные пути $l = l(\vec{b})$, ведущие в некоторое состояние $\vec{b}^j \in E_-$. Состояния $\vec{b}^j$ характеризуются множеством l номеров неработоспособных элементов принадлежащих множеству $J = J_+ \cup J_-$, где J_+ и J_- - соответственно множества номеров тех элементов, которые в состоянии $\vec{b}$ находились в нагруженном и ненагруженном режиме. Пусть множество минимальных путей, ведущих из $\vec{b}$ в $\vec{b}^j$ есть Π^j. Пусть путь $\pi \in \Pi^j$ и порядок отказов элементов на этом пути есть $\{i_1,...,i_l\}$. Если $i_k \in J_-$, то на минимальном пути π i_k-ый элемент включился в нагруженный режим после отказа $i_{m(k)}$-го элемента, $m(k) < k$, $k \in \overline{2,l}$. Пусть $0 = x_1 < ... < x_l$ - моменты отказов элементов на пути π, отсчитанные от начала ИН. Пусть $A(d,k,\pi,u)$ - вероятность того, что на ИН до момента $(x_l + u)$ не закончиться ни одно восстановление при условии, что отказ системы произошел на этом ИН по пути $\pi \in \Pi^j$ при дисциплине $d \in D$ и k РЕ.

Пусть

$$\Lambda^j = \prod_{k \in J_-} c_k \prod_{i \in J_{+-}} 1/m_i\,. \tag{6.1}$$

Тогда [3] верны

Теорема 6.1. В стационарном режиме работы системы при условии БВ (4.2)

$$\lambda(\vec{b})q_M^{\vec{b}} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi\in\Pi^j} \int_0^\infty \int_{0<x_2<\ldots<x_l} \ldots \int A(d,k,\pi,u)dx_2 \ldots dx_l dH(u). \qquad (6.2)$$

Теорема 6.2. При условии БВ (4.2)

$$q^{(\vec{b})} \approx q_M^{(\vec{b})} \qquad (6.3)$$

Отметим, что теорема 6.2, доказанная для стационарного режима работы системы, имеет более общий характер и может быть распространена и на нестационарный режим работы системы.

Уточним (6.2) для дисциплин восстановления, введенных выше в разделе 2. Пусть все РЕ однотипные, каждая из них может восстанавливать любой отказавший элемент и $G_{ij}(x) = G_i(x)$. Пусть порядок отказов элементов на минимальном пути π есть $\{i_1,\ldots,i_l\}$. Тогда верно

Следствие 6.1. Если $G_{ij}(x) = G_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, то при условии быстрого восстановления (4.2)

2) при дисциплине d_1 и $k < l$

$$\lambda(\vec{b})q^{(\vec{b})} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi\in\Pi^j} \int_0^\infty \int_{0<y_1<\ldots<y_k} \ldots \int \frac{y_1^{l-k-1}}{(l-k-1)!} *$$

$$*\overline{G}_{i_k}(y_1+u)\overline{G}_{i_{k-1}}(y_2+u)\ldots\overline{G}_{i_1}(y_k+u)dy_1\ldots dy_k dH(u), \qquad (6.4)$$

а при $k \ge l$

$$\lambda(\vec{b})q^{(\vec{b})} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi\in\Pi^j} \int_0^\infty \int_{0<y_1<\ldots<y_k} \ldots \int \overline{G}_{i_l}(u)\overline{G}_{i_{l-1}}(y_1+u)\ldots$$

$$\ldots\overline{G}_{i_1}(y_{l-1}+u)dy_1\ldots dy_{l-1}dH(u); \qquad (6.5)$$

2) при дисциплине d_2 и $k < l$

$$\lambda(\vec{b})q^{(\vec{b})} \approx \sum_{\vec{b}^j \in E_-} \Lambda^j \sum_{\pi\in\Pi^j} \int_0^\infty \int_{0<x_2<\ldots<x_l} \ldots \int \overline{G}_{i_1}(x_{k+1})\overline{G}_{i_2}(x_{k+2}-x_2)\ldots$$

$$\ldots\overline{G}_{i_{l-k}}(x_k - x_{l-k})\overline{G}_{i_{l-k+1}}(x_l - x_{l-r+1}+u)*$$

$$*\overline{G}_{i_{l-1}}(x_l - x_{l-1}+u)\overline{G}_{i_l}(u)dx_2\ldots dx_l dH(u), \qquad (6.6)$$

а при $k \ge l$ верна оценка (6.5);

3) при дисциплине d_3 и $k < l$

$$\lambda(\bar{b})q^{(\bar{b})} \approx \sum_{\bar{b}^j \in E_-} \frac{(l-1)!\Lambda^j}{k!k^{l-k-1}} *$$

$$*\sum_{\pi\in\Pi^j} \int_0^\infty \int\limits_{0<y_1<\ldots<y_{l-1}} \ldots \int \bar{G}_{i_l}\left(\frac{ku}{l}\right)\bar{G}_{i_{l-1}}\left(y_1+\frac{ku}{l}\right)\ldots$$

$$*\bar{G}_{i_1}\left(y_{l-1}+\frac{ku}{l}\right)dy_1\ldots dy_{l-1}dH(u), \qquad (6.7)$$

а при $k \ge l$ выполняется оценка (6.5);

4) при дисциплине d_4 и $k \ge 1$ выполняется оценка (6.5).

На стационарном участке работы при дисциплине восстановления $d \in D$ и k РЕ $\beta(t) = \beta(d,k)$, $\beta_M(t) = \beta_M(d,k)$, $\beta_{xM}(t) = \beta_{xM}(d,k)$, $\tau_i''(t) = \tau''(d,k)$, $T_R(d,k) = M\tau''(d,k)$.

Пусть $K_A(d,k)$ - коэффициент готовности системы в стационарном режиме. Так как $(1/\beta_M(d,k) - T_R(d,k))$ - оценка среднего времени безотказной работы системы в стационарном режиме, то имеет место [2]

Следствие 6.2. В стационарном режиме при $\varphi_1 \to 0$ и дисциплине восстановления $d \in D$ для систем первого и третьего типа выполняются оценки:

$$\beta(d,k) \approx \beta_M(d,k), \qquad (6.8)$$

$$P\{\tau''(d,k) \ge x\} \approx \beta_{xM}(d,k)/\beta_M(d,k), \qquad (6.9)$$

$$T_R(d,k) \approx \int_0^\infty \beta_{xM}(d,k)dx/\beta_M(d,k), \qquad (6.10)$$

$$K_A(d,k) \approx 1 - \int_0^\infty \beta_{xM}(d,k)dx/\beta_M(d,k). \qquad (6.11)$$

Теорема 6.1 и оценка (6.8) имеют следующий смысл. Интенсивность отказов системы при быстром восстановлении можно определить только с учетом минимальных путей отказа. При этом длительностью ИН по сравнению с временем безотказной работы элементов можно пренебречь. Поэтому при оценке интенсивности отказов системы ПР времени безотказной работы в нуле для элементов, которые на ИН находились в ненагруженном режиме, принимается равной $c_i = f_i(0)$, а элементов, находящихся на стационарном участке в нагруженном режиме, принимается равной их плотности в нуле $1/m_i$.

Обсудим точность оценок (6.9) – (6.11). Замена в них вероятности отказа системы на вероятность отказа системы только по монотонным путям приводит к погрешностям, которые для знаменателя и числителя имеют один и тот же знак. Поэтому оценки ФР $\tau''(d,k)$ и $T_R(d,k)$ могут быть достаточно точными. Действительно, для ряда систем с нагруженным и ненагруженным резервом при неограниченном ($k \geq n$) и полностью ограниченном (k = 1) восстановлении приближенные оценки $T_R(d,k)$, полученные по формуле (6.10), совпадают с точными оценками $T_R(d,k)$ (в тех случаях, когда точные оценки $T_R(d,k)$ могут быть определены).

Следствие 6.3. Для рассматриваемых систем при $s \geq 2$ и $[\hat{\lambda} m_R^s/(m_R)^{s-1}] \to 0$ или s=1, $\hat{\lambda} m_R \to 0$ и $q \to 0$

$$P\{\tau_i(t) \geq x\} \approx \exp\{-\beta_M x\}, i \geq 1, \tag{6.12}$$

только в стационарном режиме. На нестационарном же участке работы системы погрешность от замены ФР $\tau_i(t)$ на экспоненциальные может быть существенной.

Только в системах с экспоненциальными ФР времени безотказной работы элементов, у которых или элементы однотипные или предусмотрен только нагруженный резерв, отсутствует нестационарный режим работы системы. Для таких систем использование (6.8) правомерно на любом участке работы системы, если в начальном состоянии все элементы системы были работоспособны.

Но уже наличие ненагруженного резерва при разнотипных элементах в системах с экспоненциальным распределением времени безотказной работы элементов приводит к появлению нестационарного участка работы. У систем второго типа вообще отсутствует стационарный режим. Для всех таких систем применение оценок (6.8) на нестационарном участке (например, на начальном участке работы системы) неправомерно.

7. Оценка показателей надежности для систем второго типа

В инженерной практике иногда возникают задачи оценки надежности систем, для которых надежность элементов, режим обслуживания, условия внешней среды, требования по надежности и другие параметры системы изменяются во времени детерминированным или случайным образом.

Рассмотрим следующую достаточно общую модель системы второго типа. Модель состоит из n элементов, которые включаются в систему по заданному расписанию. Каждый элемент может находиться только в работоспособном или неработоспособном состоянии. Работоспособный элемент в зависимости от состояний системы включается в нагруженный или ненагруженный режим (простоты ради мы не рассматриваем облегченный режим). ФР времени безотказной работы i – го элемента, включенного в момент t в нагруженный режим равна $\bar{F}_i(x,t) = \exp\{-\int_t^{t+x} \lambda_i(u)du\}$.

Неработоспособный элемент посылается в ремонтную бригаду, состоящую из k РЕ, где восстанавливается в соответствии с дисциплиной $d \in D$. Восстановление полное. После восстановления элемент, включенный в систему, возвращается в систему.

Если число элементов в системе, их тип, число ремонтных единиц, функции распределения, критерии отказа системы и т.п. изменяются достаточно медленно и за время одного ИН эти параметры можно считать постоянными, то такая модель вписывается в модель, описанную в разделах 2 – 5. Поэтому [1] верна

<u>Теорема 7.1.</u> Для систем второго типа при дисциплине восстановления $d \in D$, $\hat{\lambda}\, m_R \to 0$ для $i = 1$ и при $[\hat{\lambda}\, m_R^s / (m_R)^{s-1}] \to 0$ для $i > 1$

$$P\{\tau_i(t,d) \geq x\} \approx \exp\{\int_t^{t+x} \beta(u,d)du\} \qquad (7.1)$$

Пусть мы рассматриваем системы второго типа в условиях быстрого восстановления при $d \in D$, $\lambda(t)$ - суммарная интенсивность отказов элементов системы в момент t (или интенсивность появления ИН), $q^{(t)}(d)$, $q_M^{(t)}(d)$ и $q_{xM}^{(t)}(d)$ - соответственно вероятности отказа системы, отказа и x-отказа с учетом только минимальных путей отказа системы второго типа на ИН, начавшимся в интервале $(t, t + dt)$. Тогда выполняется

<u>Следствие 7.1</u>. Для систем второго типа при $[\hat{\lambda}^s\, m_R^{(s)} / \underline{\lambda}^{s-1}[m_{R*}(\eta]^{s-1}] \to 0$

$$P\{\tau^{"}(t,d) \geq x\} \approx q_{xM}^{(t)}(d) / q_M^{(t)}(d), \qquad (7.2)$$

$$T_R^{(t)}(d) \approx \int_0^\infty q_{xM}^{(t)}(d)dx / q_M^{(t)}(d). \qquad (7.3)$$

8. Оценка показателей надежности сложных систем

Пусть система состоит из N последовательно соединенных в смысле надежности подсистем. Система становится неисправной, если неисправной становится хотя бы одна из подсистем. Отказ системы наступает тогда, когда ее неисправность длится время не меньшее $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$.

Назовем схемой p из m систему, содержащую m элементов, неисправность которой наступает тогда, когда число отказавших элементов в ней не меньше p, $p \leq m$, а ее отказ наступает тогда, когда неисправность схемы длится не менее $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$.

Пусть в i-ой подсистеме можно выделить M_i последовательно соединенных в смысле надежности схем вида p из m и j-ая из них есть схема p^{ij} из m^{ij} (ij-ая схема). Некоторые элементы подсистемы могут участвовать в работе более чем одной схемы p из m. Неисправность i-ой подсистемы наступает при наступлении неисправности хотя бы одной из этих M_i схем вида p из m.

Пусть $\beta^{ij}(d,\ m)$, $\beta_x^{ij}(d,\ m)$, $\beta_M^{ij}(d,m)$, $\beta_{xM}^{ij}(d,m)$, $\tau''_{ij}(d,\ m)$ и $T_R^{ij}(d,\ m)$ обозначают величины описанные выше, но относящиеся к *ij*-й схеме, а $\beta(d,m)$ ($\beta_x(d,m)$)- интенсивность отказов (*x*-отказов) сложной системы в стационарном режиме ее работы. Пусть суммирование по «*ij*» означает суммирование по $j=\overline{1,M_i}$ и $i=\overline{1,N}$. Тогда [1] выполняется

<u>Теорема 8.1</u>. Для рассматриваемых сложных систем в стационарном режиме их работы при условии БВ (4.2)

$$\begin{aligned}\beta(d,m) &\approx \sum_{ij} \beta^{ij}(d,\ m)\\ &\approx \sum_{ij} \beta_M^{ij}(d,m),\end{aligned} \tag{8.1}$$

$$\begin{aligned}\beta_x(d,m) &\approx \sum_{ij} \beta_x^{ij}(d,\ m)\\ &\approx \sum_{ij} \beta_{xM}^{ij}(d,m).\end{aligned} \tag{8.2}$$

Теорема 8.1 в условиях быстрого восстановления позволяет оценивать интенсивность отказов (*x*-отказов) системы как сумму интенсивностей отказов (*x*-отказов) ее последовательно соединенных в смысле надежности *ij*-ых схем вида *p* из *m,* вычисленных в предположении, что эти схемы работают автономно. При этом интенсивность отказов (*x*-отказов) схем p^{ij} из m^{ij} может определяться только с учетом минимальных путей p^{ij} (см. (8.1) и (8.2)).

Пусть $\alpha_{ij} = \beta^{ij}(d,\ k)\ /\ \beta(d,\ k)$ – вероятность того, что отказ системы вызван отказом *ij*-ой схемы. Тогда выполняется

<u>Следствие 8.1</u>. В условиях БВ (4.2) для сложной системы работающей в стационарном режиме

$$P\{\tau''(d,\ m) \ge x\} \approx \sum_{ij} \alpha_{ij} P\{\tau''_{ij}(d,\ m) \ge x\}, \tag{8.3}$$

$$\begin{aligned}T_r(d,\ m) &\simeq \sum_{ij} \alpha_{ij}\ T_r^{ij}(d,\ m)\\ &\approx \sum_{ij} \int_0^\infty \beta_x^{ij}(d,\ m)\, dx\ /\ \beta(d,\ m),\end{aligned} \tag{8.4}$$

$$\begin{aligned}K_A(d,\ m) &\approx 1 - \sum_{ij} \beta^{ij}(d,\ m)\ T_R^{ij}\ (d,\ m)\\ &\approx 1 - \sum_{ij} \int_0^\infty \beta_x^{ij}(d,\ m)\, dx.\end{aligned} \tag{8.5}$$

Следствие 8.1 позволяет в условиях быстрого восстановления оценить показатели ремонтопригодности и коэффициент готовности сложной системы как взвешенную сумму соответствующих показателей надежности *ij*-ых схем p^{ij} из m^{ij}, вычисленных в предположении их автономной работы.

исследования

9. Пример. Система с ненагруженным резервом

Рассматривается система с ненагруженным резервом и разнотипными элементами, состоящая из одного основного и $(n-1)$ резервных элементов с одной РЕ [3]. ФР времени восстановления *i*-го элемента $G_i(x)$, $i \in \overline{1,n}$. Дисциплина восстановления FIFO $d_1 \in D$. При отказе основного элемента его место занимает резервный элемент с наименьшим номером из числа элементов, пробывших в резерве наибольшее время. При *t*=0 основным стал первый элемент.

Неисправность системы наступает тогда, когда отказывает основной элемент и отсутствует резервный элемент, способный его заменить (т.е. отказали все *n* элементов). Отказ системы наступает тогда, когда ее неисправность длится не меньше времени $\eta, P\{\eta < x\} = H(x)$. Пусть $m_{iR}^{(j)}(\eta) = \int_0^\infty \int_0^\infty x^j d_x G_i(x+u) dH(u)$.

Для этой системы состояние элементов системы $\vec{v}(z)$ при условии $B(t,z)$ и $z \in$ИР однозначно определяется номером *i* основного элемента в момент *z*. При быстром восстановлении в стационарном режиме работы системы

$$p_i(z \mid t) = m_i / \sum_{j \in \overline{1,n}} m_j ;$$

$$\lambda(z \mid i,t) = 1/m_i ;$$

$$q^{(z|i,t)} \approx \prod_{j \neq i, j = \overline{1,n}} c_j m_{iR}^{(n-1)}(\eta)/(n-1)! .$$

Итак, мы получили теорему 9.1.

<u>Теорема 9.1</u>. Для системы *n* из *n* с ненагруженным резервом и разнотипными элементами, с одной РЕ и дисциплиной восстановления $d = d_1$ при быстром восстановлении в стационарном режиме

$$P\{\tau_j \geq x\} \approx \exp\{-\beta x\}, j \geq 1, \tag{9.1}$$

где

$$\beta \approx \sum_{i=\overline{1,n}} \prod_{k \neq i} c_k m_{iR}^{(n-1)}(\eta) / [(n-1)! \sum_{l=\overline{1,n}} m_l]. \tag{9.2}$$

В заключение автор выражает глубокую благодарность проф. В.В.Рыкову за проявленный интерес к работе и его замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Genis, Y. 2-Sided estimates for the reliability of a renewable system under a nonstationary operational regime. *Soviet Journal Of Computer And Systems Sciences*, 27(6), 168-170 (1989).
2. Genis, Y. Indexes of suitability for repair and the coefficient of readiness of standby systems for various renewal disciplines. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, 26(3), 164-168 (1988).

3. Genis, Y. The failure rate of a renewable system with arbitrary distributions of the duration of failure-free operation of its elements. *Soviet Journal of Computer and Systems Sciences*, 23(5), 126-131 (1986).
4. Genis, Y. Upper and lower reliability bounds for repairable systems under variable operating conditions. *Automation and Remote Control*, 43(2), 222-229 (1982).
5. Генис Я.Г. Надежность восстанавливаемых резервированных систем при изменяющихся условиях эксплуатации. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернет.* 4. 197 – 206. (1980).
6. Гнеденко Б.В. О дублировании с восстановлением. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернет.* 5. 111-118 (1964).
7. Гнеденко Б.В. О нагруженном дублировании. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернет.* 4. 3 – 14 (1964).
8. Kalashnikov V.V., Vsekhsvvyatskii S.Yu. Metric Estimates of the First Occurrence Time in Regenerative Processes. *Lecture Notes in Math.* 1150. 102 – 130. (1985)
9. Соловъев А.Д. Асимптотическое распределение времени жизни дублированного элемента. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернет.* 5. 119 – 121 (1964).
10. Соловъев А.Д. Резервирование с быстрым восстановлением. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернет.* 1. 56 – 71 (1970).
11. Соловъев А.Д., Сахобов О. Двусторонние оценки надежности восстанавливаемых систем. *Изв. АН Уз.ССР. Серия физ. мат. наук.* 5. 28 – 33 (1976).
12. Соловьев А.Д. Аналитические методы расчета и оценки надежности. *Вопросы математической теории надежности. – М.: Радио и связь* (1983).
13. Козлов В.В., Соловьев А.Д. Оптимальное обслуживание восстанавливаемых систем. 1. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернет.* 3. 79 – 84 (1978).
14. Коваленко И.Н. Некоторые аналитические методы в теории массового обслуживания. *Сб. Кибернетика на службе коммунизма. М. – Л.: Энергия.* 325 – 338 (1964).
15. Коваленко И.Н. Некоторые вопросы надежности сложных систем. *Сб. Кибернетика на службе коммунизма. М. – Л.: Энергия.* 194 – 205 (1964).
16. Коваленко И.Н. Асимптотические методы оценки надежности сложных систем. *Сб. О надежности сложных систем технических систем. М.: Сов. радио.* (1966).
17. Коваленко И.Н. Исследования по анализу надежности сложных систем. *К.: Наукова думка.* 210 с. (1975).
18. Коваленко И.Н., Кузнецов Н.Ю., Шуренков В.М. Случайные процессы. Справочник. *К.: Наукова думка.* 366 с. (1983)
19. Королюк В.С. Об асимптотическом поведении времени пребывания полумарковского процесса в подмножестве состояний. *Укр. Мат. ж.* 21, 842 – 845 (1969).
20. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности. *К.: Наукова думка.* 1982.
21. Ушаков И.А. Об одном приближенном методе расчета с восстановлением. *Вопросы эксплуатации радиотехнических средств ВВС. Тр. ВВИОЛКА им. Н.Е.Жуковского.* Вып. 1116 (1965).
22. Ушаков И.А. Инженерные методы расчета надежности. *М.: Знание.* Вып. 3. (1970).
23. Беляев, Ю. К. Предельные теоремы для редеющих потоков. *Теория вероятности и ее априменение.* 8 (2), 175–184 (1963).
24. Renyi, A. A Poisson-Folyamat Egy Jellemzese. *Magyar tud. akad. / Mat. Kutato int. kozl,* 1(4), 519-527 (1956).

исследования

АНТИ-ТЕРРОРИЗМ: РАЗМЕЩЕНИЕ ЗАЩИТНЫХ РЕСУРСОВ. ЧАСТЬ II. ВЕТВЯЩАЯСЯ СИСТЕМА

Игорь Ушаков
Сан-Диего, США

Часть II. Ветвящаяся система

Аннотация

Представлена концепция оптимального распределения защитных ресурсов против террористических атак. В предположении неопределенности намерений террористов предлагается минимаксный критерий. Предлагается целевая функция для проведения анализа типа «стоимость-эффективность». Данная работа является продолжением работы [*Ushakov*, 2006]

I. ВВЕДЕНИЕ

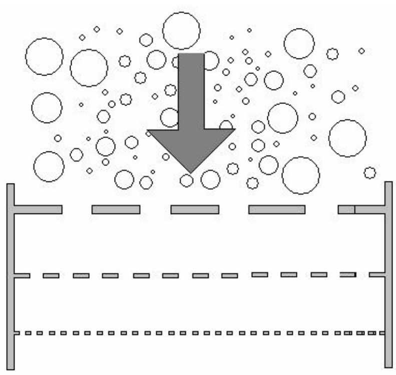
Защита страны от террористических атак не может быть успешно решена без проведения анализа типа «эффективность-стоимость», поскольку любые ресурсы в реальности оказываются ограниченными, что неизбежно приводит к задаче их рационального распределения. Основной проблемой, возникающей при математическом моделировании, является гигантская размерность задачи.

Однако сразу же заметим, что задача допускает декомпозицию и иерархическое построение модели. Вся система защищаемых объектов страны может быть представлена иерархической ветвящейся структурой с аддитивной глобальной целевой функцией. Предлагаемый метод базируется на [*Ushakov*, 2005; *Gnedenko & Ushakov*, 1995; *Ushakov*, 1994).

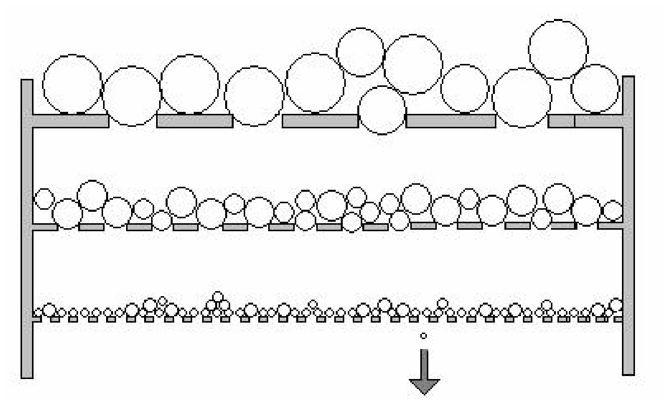
Предлагаемый метод предполагает использовать в качестве входных данных экспертные оценки специалистов по борьбе с терроризмом.

II. ОПИСАНИЕ УРОВНЕЙ ЗАЩИТЫ

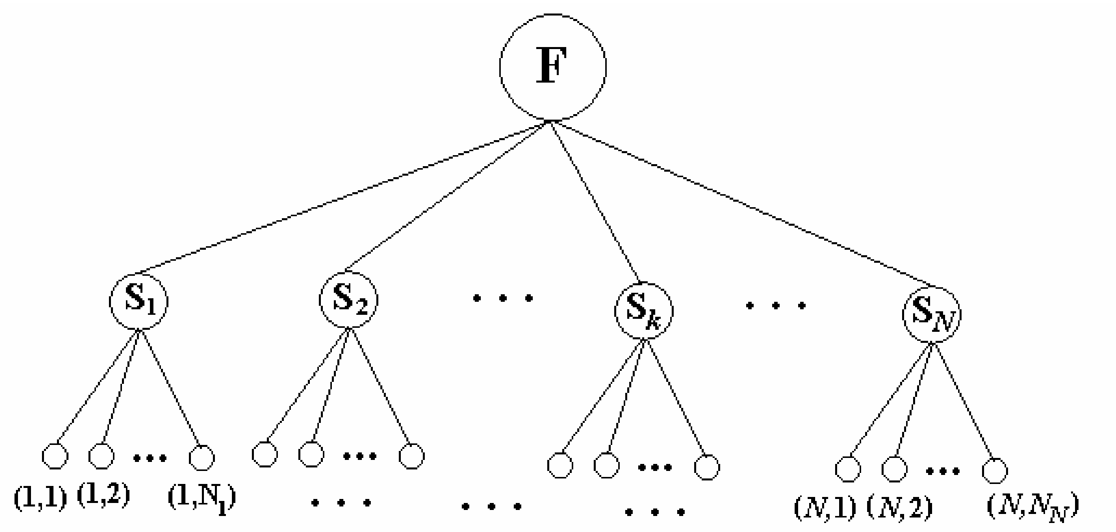
Как было подчеркнуто в Части I, анти-террористические меры могут быть разделены на три относительно независимых уровня, функционирование которых можно условно представить в виде трехуровневого «решета»: чем ниже уровень, тем выше его разрешающая способность».



После подобного просеивания шансы террористам проникнуть на третий уровень (непосредственные потенциальные объекты атаки) становится очень небольшой.



Достаточно адекватной математической структурой, описывающей подобный процесс, может служить так называемая «ветвящаяся система» [*Gnedenko & Ushakov*, 1995].



III. ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

В целях удовства чтения , мы вкратце повторим обозначения приведенные в Части I:

$F_i\ (\varphi_i)$ – субъективная вероятность того, что объект будет защищен против террористической атаки типа i при условии, что на государственном уровне будут затрачены ресурсы φ_i для предотвращения именно этого типа атаки. (Что данный тип защиты может и не быть применимым к каждому из защищаемых объектов. Например, повышенный контроль за покупкой-продажей химикалей, которые могут быть использованы для производства бомб, практически никак не связан с возможным захватом самолета гражданской авиалинии.);

$S_i^{(k)}$ ($\sigma_i^{(k)}$) – субъективная вероятность того, что объект в регионе k будет защищен от атаки типа i при условии, что в данном регионе затрачено $\sigma_i^{(k)}$ ресурсов на защиту от данного типа атак;

(k, j) – обозначение для объекта j в регионе k;

$L_i^{(k,j)}$ ($\lambda_i^{(k,j)}$) – субъективная вероятность того, что объект (j, k) будет защищен от атаки типа i при условии, что именно на защиту данного объекта затрачены средства в объеме $\lambda_i^{(k,j)}$;

$W^{(k,j)}$ – “вес” (или “мера приоритета”) объекта (j, k);

$G_{k,j}$ – множество всех возможных террористических атак против объекта (k,j);

n_k – общее число защищаемых объектов в регионе k;

N - общее число регионов в стране.

IV. МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ С ВЕТВЯЩЕЙСЯ СТРУКТУРОЙ

Как показано в [*Gnedenko & Ushakov*, 1995], если для каждого объекта нижнего уровня ветвящейся системы выбран индивидуальный показатель эффективности (или же обратной величины – ущерба), то полная эффективность системы может быть найдена, как сумма этих индивидуальных показателей. Это следует из одной из основных теорем теории вероятностей: математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий этих случайных величин, независимо от того, зависимы они или нет.

Действительно, введем так называемую индикаторную функцию типа:

$$\delta_{(k,j)} = \begin{cases} 1, \text{ если террористическая атака на объект } (k, j) \text{ совершена,} \\ 0, \text{ противном случае.} \end{cases}$$

Случайные потери для объекта (k, j) равны $\delta_{(k,j)} W^{(k,j)}$, и полное значение случайных потерь равно

$$\sum_{k=1}^{N} \sum_{j=1}^{n_k} \delta_{(k,j)} W^{(k,j)}$$

Математическое ожидание суммы случайных величин определяется как

$w_{\text{Total}}\,\{F_i,\ \forall i;\ S_i^{(k)},\ 1 \le k \le N;\ L_i^{(k,j)},\ 1 \le j \le n_k\} =$

$$E\left\{\sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}\delta_{(k,j)}W^{(k,j)}\right\} = \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}E\left\{\delta_{(k,j)}\right\}W^{(k,j)} = \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}\left(1-P^{(k,j)}\right)W^{(k,j)} = \sum_{k=1}^{N}\sum_{j=1}^{Nk}w^{(k,j)} \tag{1}$$

где $P^{(k,j)} = 1-(1-F^{(k,j)})\cdot(1-S^{(k,j)})\cdot(1-L^{(k,j)})$, и, в свою очередь, эти величины определяются как

$F^{(k,j)} = \min\{F_i, i\in G_{k,j}\}$; $S^{(k,j)} = \min\{S_i, i\in G_{k,j}\}$; $L^{(k,j)} = \min\{L_i\}$.

Иными словами, формула (1) дает нам полное значение средних потерь с учетом «весов» объектов.

В то же время, нетрудно вычислить и полные затраты, C_{Total}, связанные с защитными мерами на всех уровнях:

$$C_{\text{Total}}\{\varphi_i, \forall i; \sigma_i^{(k)}, 1\le k\le N; \lambda_i^{(k,j)}, 1\le j\le n_k\} = \sum_{\forall i}\varphi_i + \sum_{\forall i}\sum_{k=1}^{N}\sigma_i^{(k)} + \sum_{\forall i}\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{n_k}\lambda_i^{(k,j)} \tag{2}$$

Имея целевые функции (1) и (2), можно сформулировать две следующих оптимизационных задачи:

Прямая задача:

Оптимально разместить все имеющиеся ресурсы, чтобы гарантировать МИНИМАЛЬНО возможный ожидаемый ущерб от террористических атак, т.е.

$$\min\{w_{\text{Total}} \mid C_{\text{Total}}\}$$

Обратная задача:

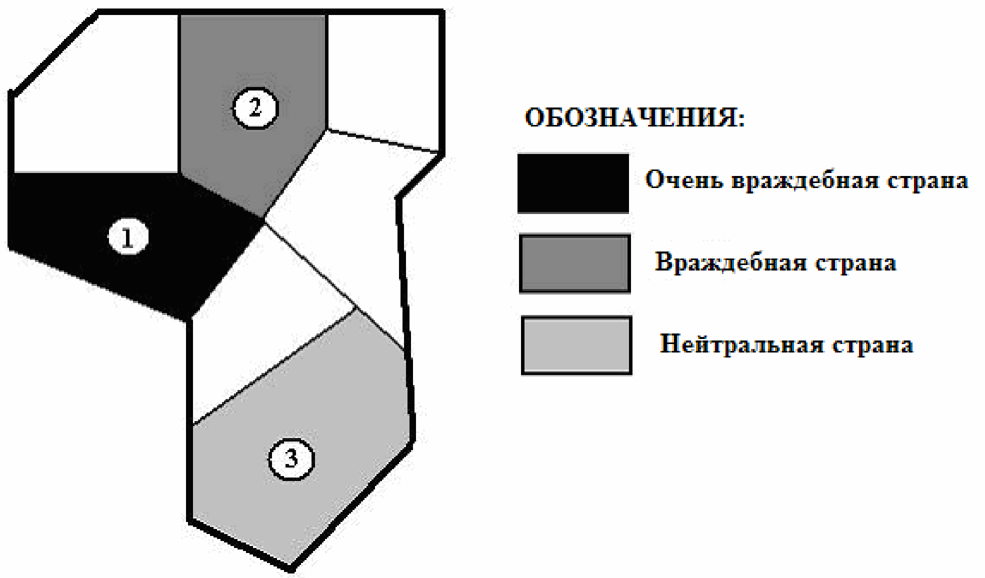
Оптимально разместить все имеющиеся ресурсы, чтобы гарантировать допустимый уровень ожидаемых потерь от террористических атак защищаемых объектов при МИНИМАЛЬНО возможных суммарных затратах, т.е.

$$\min\{C_{\text{Total}} \mid w_{\text{Total}}\}$$

Решение этих проблем с помощью метода наискорейшего спуска демонстрируется ниже на простом иллюстративном примере с вымышленными данными.

V. ПРИМЕР: ЗАЩИТА ПОСОЛЬСТВА

Пусть имеются три посольства в некоторой географической зоне. Посольства характеризуются различными показателями приоритетности («весами») и размещены в странах, характеризующихся различным к отношениям к их стране. Проблема состоит в защите этих посольств от возможных террористических атак. Допустим, что заданы некоторые доступные ресурсы (финансового характера, вооруженная охрана, средства защиты и пр.). Вопрос стоит о том, как наилучшим образом разместить имеющиеся средства для защиты всех посольств одновременно?



Допустим, что эксперт по анти-терроризму сообщил следующие характеристики о трех рассматриваемых посольствах:

Посольство-1:
«Коэффициент важности» (приоритет) = 10; степень защищенности без специальных мероприятий $P_1^{(0)}$ =0.5.

Защищенность	0.9	0.95	0.97	0.99
Затраты (в усл. ед.)	2	4	7	12

Посольство-2:
«Коэффициент важности» (приоритет) = 3; степень защищенности без специальных мероприятий $P_2^{(0)}$=0.8.

Защищенность	0.9	0.95	0.97	0.99
Затраты (в усл. ед.)	1	2	4	8

Посольство-3:
«Коэффициент важности» (приоритет) = 7; степень защищенности без специальных мероприятий $P_3^{(0)}$ =0.9.

Защищенность	0.9	0.95	0.97	0.99
Затраты (в усл. ед.)	0.5	1	2	5

«Коэффициент важности» посольства может зависеть от размера посольства (числа сотрудников) и от политической важности.

Решение:

Вычислим «дискретные градиенты» (относительные приращения защищенности на единицу затрат) для каждого посольства k по формуле:

$$\gamma_k^{(s)} = W_k \frac{P_k^{(s)} - P_k^{(s-1)}}{C_k^{(s)} - C_k^{(s-1)}},$$

где W_k = «коэффициент важности» посольства k,

$P_k^{(s)}$ = уровень безопасности на шаге s процесса повышения защищенности данного посольства,

$C_k^{(s)}$ = затраты, связанные с достижением уровня защищенности на шаге s.

Построим следующую таблицу для нахождения оптимального размещения ресурсов для защиты всех трех посольств от возможных террористических атак.

№ шага	**Значение «градиента» на каждом шагу**		
	Посольство-1	**Посольство -2**	**Посольство -3**
1	$10 \cdot \frac{0.9-0.5}{2} = 2$	$3 \cdot \frac{0.9-0.8}{1} = 0.3$	$7 \cdot \frac{0.95-0.9}{1} = 0.35$
2	$10 \cdot \frac{0.95-0.9}{4-2} = 0.25$	$3 \cdot \frac{0.95-0.9}{2-1} = 0.15$	$7 \cdot \frac{0.97-0.95}{2-1} = 0.14$
3	$10 \cdot \frac{0.97-0.95}{7-4} = 0.067$	$3 \cdot \frac{0.97-0.95}{4-2} = 0.03$	$7 \cdot \frac{0.99-0.97}{5-3} = 0.07$
4	$10 \cdot \frac{0.99-0.97}{12-7} = 0.004$	$3 \cdot \frac{0.99-0.97}{8-4} = 0.0015$	*

Now number all cells of the Table by their decreasing:

№ шага	**Нумерация «градиентов» по убыванию**		
	Посольство-1	**Посольство -2**	**Посольство -3**
1	1	3	2
2	4	5	6
3	8	9	7
4	10	11	*

Приведенные в этой таблице номера показывают, в каком порядке наиболее рационально повышать защищенность посольств. Окончатльные результаты приведены ниже.

Начальные потери от атак на все три посольства равны
$w^{(0)} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(0)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(0)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(0)}) = \cdot 10 \cdot 0.5 + 3 \cdot 0.2 + 7 \cdot 0.1 = 3.8.$

(10) После 1-го шага (улучшается защита только Посольств-1, у которого наибольшее значение относительного приращения функции защищенности) суммарные потери равны
$w^{(1)}{}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(0)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(0)}) = \cdot 10 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.2 + 7 \cdot 0.1 = 1.8,$
а затраченные ресурсы составляют $C^{(1)} = 2$ единицы.

(11) После 2-го шага суммарные потери равны
$w^{(2)}{}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(0)}) = \cdot 10 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.1 + 7 \cdot 0.1 = 1.5$
а затраченные ресурсы составляют $C^{(2)} = 2 + 1 = 3$.

(12) После 3-го шага суммарные потери равны
$w^{(3)}{}_{Total} = W_1 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_2 \cdot (1 - P_1^{(1)}) + W_3 \cdot (1 - P_1^{(1)}) = \cdot 10 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.1 + 7 \cdot 0.05 = 1.15$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(3)} = 2 + 1 + 1 = 4$.

(13) После 4-го шага суммарные потери равны

$w^{(4)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(1)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(1)}) = \cdot 10\cdot 0.05 + 3\cdot 0.1 + 7\cdot 0.05 = 0.9$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(4)} = 2 + 1 + 1 + 2 = 6$.

(14) После 5-го шага суммарные потери равны

$w^{(5)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(1)}) = \cdot 10\cdot 0.05 + 3\cdot 0.05 + 7\cdot 0.05 = 0.75$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(5)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 = 7$.

(15) После 6-го шага суммарные потери равны

$w^{(6)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) = \cdot 10\cdot 0.05 + 3\cdot 0.05 + 7\cdot 0.03 = 0.61$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(6)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 = 8$.

(16) После 7-го шага суммарные потери равны

$w^{(7)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) = \cdot 10\cdot 0.05 + 3\cdot 0.05 + 7\cdot 0.01 = 0.47$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(7)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 = 10$.

(17) После 8-го шага суммарные потери равны

$w^{(8)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(2)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) = \cdot 10\cdot 0.03 + 3\cdot 0.05 + 7\cdot 0.01 = 0.37$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(8)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 = 13$.

(18) После 9-го шага суммарные потери равны

$w^{(9)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) = \cdot 10\cdot 0.03 + 3\cdot 0.03 + 7\cdot 0.01 = 0.31$

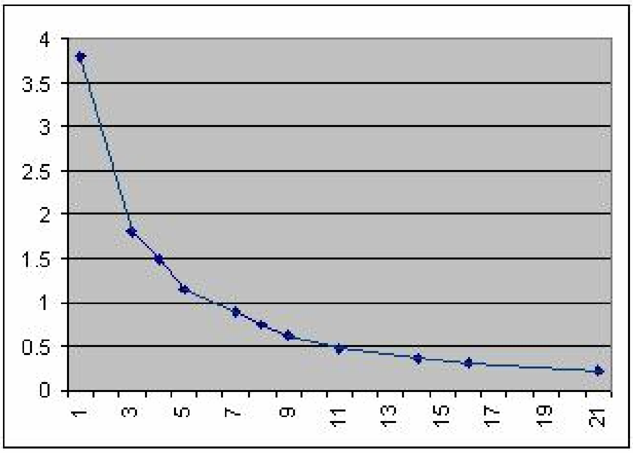
а затраченные ресурсы составляют $C^{(9)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 2 = 15$.

(10) После 10-го шага суммарные потери равны

$w^{(10)}{}_{Total} = W_1\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) + W_2\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) + W_3\cdot(1 - P_1{}^{(3)}) = \cdot 10\cdot 0.01 + 3\cdot 0.03 + 7\cdot 0.01 = 0.21$

а затраченные ресурсы составляют $C^{(10)} = 2 + 1 + 1 + 2 + 1 + 1 + 2 + 3 + 2 + 5 = 20$.

Процесс построения зависимости эффективность-затраты может быь продолжен. Графическое представление этой функции приведено ниже.



Заключение

Данный метод может быть использован для планирования мероприятий по улучшению защиты объектов против террористических атак, оценки эффективности этой защиты и для оптимального (рационального) распределения затрат на защиту объектов. Некоторые идеи такого рода были использованы при моделировании живучести Единой Энергетической системы СССР [*Rudenko & Ushakov*, 1979; *Kozlov et al.*, 1986; *Rudenko & Ushakov*, 1989].

Дальнейшее развитие предложенного метода и анализ различных сценариев анти-террористической борьбы может дать большой эффект. Данный метод легко позволяет включать новые факторы, новые сценарии, а работа в режиме “what-if” позволит найти плюсы и минусы различных стратегий защиты от террористических атак и борьбы с терроризмом с учетом возможностей потенциальных врагов.

Литература

I. Ushakov. “Counter-terrorism: Protection Resources Allocation. Part I. Minimax Criterion”. “Reliability: Theory and Practice” (vol.1, No.2), 2006.

I. Ushakov. “Cost-effective approach to counter-terrorism”. Int’l Journal *Communication in Dependability and Quality Management* (vol.8, No.3),2005.

B. Gnedenko, I. Ushakov “Probabilistic Reliability Engineering”. *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1995.

И.А Ушаков (редакор). Надежность технических систем: Справочник. (Раздел 8,7 «Живучесть сложных систем»). *Радио и связь, Москва,* 1985.

Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков. Надежность систем энергетики. (Под ред. Б.В. Гнеденко.) *Наука, Новосибирск*, 1989.

М.В. Козлов, Ю.Е. Малашенко, В.С. Рогожин, И.А. Ушаков, Т.В. Ушакова. «Моделирование живучести систем энергетики: методология, модель, реализация”. *Вычислительный Центр АН СССР, Москва,* 1986.

Ю.Н. Руденко, И.А. Ушаков. “К вопросу оценки живучести сложных систем энергетики”. *Изв. АН СССР, серия Энергетика и транспорт, №1*, 1979.

РЕФЕРАТИВНЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

наиболее значимых публикаций в отечественной и зарубежной периодике по вопросам оценки надежности продукции, в том числе об опыте предприятий

Владимир Шпер,
к.т.н., академик АПК РФ, Москва, Россия

исследования

Введение: Надежность – качество во времени.

Самое простое и понятное определение того, что такое надежность, фактически дано в заголовке этого раздела. Действительно, надежность – это свойство объекта сохранять качество во времени, где под качеством понимается всё, что удовлетворяет нужды потребителя. Таким образом, очевидно, что надежность – важнейшая характеристика любого объекта, поскольку нам всегда важно, чтобы то, что мы получаем от нашего поставщика, было качественным не только в момент приобретения, но в течение всего срока, когда мы будем этот объект использовать.

В данном обзоре речь пойдет о надежности преимущественно технических объектов от простых элементов и до сложных систем. При подготовке данного материала одним из трудных вопросов, стоявших перед автором, был вопрос о периоде времени, который целесообразно рассмотреть. Ясно, что любое решение по этому вопросу, было бы всегда субъективным, поэтому я решил ограничиться примерно 10-летним периодом для журнальных статей и публикаций в периодической печати, и периодом примерно в 15 лет – для книг, монографий и прочих материалов фундаментального характера. При этом я старался придерживаться указанных ограничений, не считая их абсолютными догмами. Ссылки на некоторые книги и обзоры, не потерявшие на взгляд автора своей актуальности до настоящего момента, я, естественно старался приводить независимо от года их публикации.

Безусловно, данный обзор не является всеохватывающим, хотя бы потому, что, как известно, "нельзя объять необъятное". Тем не менее, автор попытался осветить бóльшую часть вопросов, рассматриваемых в стандартных курсах по теории и практике надежности. За все недостатки данного обзора, в том числе за пропущенные важные работы и не отмеченные имена, автор приносит свои извинения. Все оценки тех или иных работ являются исключительно личным мнением автора. Все замечания и предложения любого характера будут приняты благожелательно, и по возможности включены в последующие публикации, если, конечно, данная работа будет продолжена в том или ином виде.

Т.к. надежность любых объектов закладывается на стадии их разработки и изготовления, то начать этот обзор следовало бы с раздела "Качество". Однако я довольно быстро отказался от этой мысли. Причина очень проста: обзор по проблеме "Качество" в несколько раз превысил бы всю остальную часть. Поэтому все вопросы, связанные с качеством материалов, качеством проектирования, качеством изготовления и т.д. и т.п., остаются за бортом нашего плавания. Для заинтересованных в этих проблемах читателей приведу несколько ссылок [B1-B4]. Особое внимание я бы обратил на работу [B1] - избранные главы из мемуаров Б.И. Губанова "Триумф и трагедия "Энергии". Размышления главного конструктора". На мой взгляд, это замечательный материал о нашем отечественном опыте того, как закладывается надежность при разработке, и как она обеспечивается впоследствии при изготовлении, доводке, испытаниях и т.д.

Сверхкраткая историческая справка.

Надежность как наука появилась, и начала быстро развиваться в середине прошлого века. Основной вклад в развитие этого относительно нового научного направления внесли специалисты США и СССР. В 60-х ÷70-х годах появились первые фундаментальные книги по надежности, многие из которых до сих пор могут быть рекомендованы для основательного знакомства с предметом [1-7]. В 1969 году начал издаваться журнал "Надежность и контроль качества" (далее НКК), который много лет выходил как Приложение к журналу "Стандарты и качество", а сейчас стал самостоятельным журналом, издаваемым под названием "Методы менеджмента качества" (далее ММК). Точнее, ММК - это преемник журнала НКК, изменившийся в соответствии с изменением времени (но об этом позднее). Автор не имеет возможности обсуждать здесь проблемы, связанные с историей надежности, поэтому вынужден отослать читателей к следующим наиболее близким к нашим дням материалам.

В 1988 году в журнале "Вестник машиностроения" был опубликован обзор двух ведущих советских специалистов по надежности: академика Б.В. Гнеденко и д.т.н. И.А. Ушакова [8].

В 1989 году в журнале НКК был опубликован перевод обзора, написанного для одного из авторитетнейших американских научных журнала "Statistical Science" под названием "Обзор советских работ по надежности". Собственно обзор был опубликован во 2-м номере НКК [9], а в 3-м номере были переведены комментарии известнейших зарубежных специалистов и ответы на эти комментарии авторов обзора [10]. Список литературы к работе [9] состоит из 142 наименований. Поскольку публикация такого специального обзора – явление достаточно уникальное, есть смысл остановиться кратко на выводах этой работы, тем более что, с одной стороны, она дает нам достаточно объективную картину состояния работ по надежности в СССР в период до конца 80-х гг., а с другой стороны, мы сможем воспользоваться этими выводами при обсуждении сегодняшней ситуации в российской надежности. Итак, основные выводы авторов таковы [9,10].

Вклад советских ученых в теорию надежности огромен.

Слабой стороной советских работ являются статистическое обоснование моделей и отсутствие проверки моделей на практике. Ряд специалистов не знаком с близкими исследованиями западных специалистов, но в целом, советские исследователи лучше знакомы с западной литературой по теме, чем наоборот. Есть некоторое отставание в области применения байесовских методов в надежности. Есть очень важные результаты в теории ускоренных испытаний.

Стоит подчеркнуть, что данный обзор был ориентирован на анализ математически строгих работ по надежности, и авторы не рассматривали многочисленные работы по прикладным проблемам надежности.

В 2001 году в журнале ММК один из основоположников советской школы надежности И.А. Ушаков опубликовал материалы своего выступления на международной конференции

"Математические методы в надежности", куда он был приглашен в качестве лектора, открывающего пленарное заседание конференции. Доклад называется "Надежность: прошлое, настоящее, будущее", и, насколько мне известно, это последний по времени обзор проблем надежности, опубликованный на русском языке, и сделанный специалистом, уровень компетентности которого в этом вопросе признан всем мировым сообществом [11]. Доклад Ушакова опубликован в 2-х номерах журнала, список литературы содержит 95 наименований, и среди многих интересных мыслей автора, я хотел бы обратить внимание на перечень проблем, ещё только ожидающих по мнению И.А. Ушакова своего решения. Вот они:

- Надежность программного обеспечения;
- Надежность "человеческого фактора";
- Надежность уникальных изделий;
- Надежность глобальных территориальных систем;
- Надежность телекоммуникационных сетей;
- Надежность развивающихся систем;
- Надежность элементов с несколькими состояниями;
- Проблемы моделирования надежности;
- Проблемы оптимизации иерархических систем запасных частей;
- Проблемы систем, не описываемых моделями с дискретными состояниями;
- Проблемы ускоренных испытаний на надежность;
- Проблемы агрегирования данных о надежности.

К этому перечню автора, я бы добавил вытекающую из его статьи обеспокоенность явным падением среднего уровня публикаций по надежности в условиях все большей коммерциализации науки в мире.

Наконец, по случаю юбилея журнала ММК все тот же И.А Ушаков опубликовал свои воспоминания о том, как зарождалась и развивалась надежность в СССР [12]. Близкий по содержанию материал появился совсем недавно в Интернете. Это выступление И.А. Ушакова на Международном симпозиуме по стохастическим моделям в надежности, безопасности и логистике (The International Symposium on Stochastic Models in Reliability, Safety, Security and Logistics = SMRSSL'05). Симпозиум прошел в феврале этого года (2005) в Израиле и был посвящен памяти выдающегося советского надежника Х.Б. Кордонского. Доклад Ушакова – это воспоминания о Б.В. Гнеденко, Х.Б. Кордонском, Я.М. Сорине, Я.Б. Шоре и многих других, кто создавал и развивал теорию и практику надежности во второй половине 20-го века [13].

Основные термины и определения.

Последнее по времени издание терминологического стандарта по надежности появилось в разгар перестройки – в 1989 году [14]. Оно родилось под руководством чл.-корр. АН СССР В.В. Болотина, возглавлявшего в тот момент рабочую группу по подготовке нового терминологического стандарта, созданную при МНТК "Надежность машин". Этот стандарт рождался в ходе многочисленных дискуссий, проходивших в большом коллективе разработчиков, где были собраны представители от самых различных отраслей науки и техники. Как всегда бывает с вопросами терминологии, стандарт представлял определенный компромисс взглядов специалистов из различных областей, поскольку надежность – термин исключительно общий, применимый практически ко всему на свете. Столь же естественно, что время от времени предпринимаются попытки дополнить и/или пересмотреть содержание отдельных терминов. В связи с этим хотелось бы обратить внимание на следующие публикации.

В 1993 г. И.З. Аронов подготовил материал [15], помогающий потребителям установить связь между показателями надежности и гарантийными показателями на изделие – вопрос, который регулярно возникал на этапе согласования терминологического стандарта, и который приобрел на определенном этапе развития РФ большую актуальность, поскольку появился закон, направленный на защиту прав потребителей. Подход, описанный в [15], был предложен Ю.И. Тарасьевым – одним из членов рабочей группы по разработке ГОСТа [14]. Дополнительные разъяснения по вопросу, чем отличаются друг от друга, и как связаны между собой гарантийные показатели и показатели надежности, можно найти в статье [16].

В 1992-1997 гг. в журнале НКК прошла очень вялая дискуссия, вызванная попытками стандартизации моделей отказов. Дискуссия проходила как бы между 119 российским ТК (Техническим Комитетом) "Надежность в технике" [17] и 68 украинским ТК "Надежность техники" [18], а на самом деле, на мой взгляд, между специалистами, ведущими работу этих ТК: Демидовичем Н.О. и Стрельниковым В.П. Анализ позиций обоих авторов показал [19], что под стандартизацией моделей отказов они понимают создание стандарта, который будет регламентировать некоторое число функций распределения (ФР) наработки до отказа в качестве универсальных (стандартных) моделей надежности (МН). Вся разница в позициях авторов [17],[18] состояла в том, что они использовали различные математические формулировки для своих "обобщенных" МН. Мне представляется, что сама идея "универсальной модели отказов" – порочна, и в подобных стандартах нет никакой реальной потребности [19].

На протяжении ряда лет журнал ННК публиковал так называемые спецномера, посвященные проблемам стандартизации в области надежности. Вот их перечень:

НКК, 1993, №3;
НКК, 1994, №9;
НКК, 1995, №9;
НКК, 1997, №1;
НКК, 1998, №9;
НКК, 1999, №9.

В частности, в них были опубликованы состав и структура системы стандартов "Надежность в технике", планы работы по межгосударственной стандартизации, перечни стандартов МЭК ТК 56 "Надежность", выходивших в те годы. К сожалению, начиная с 2000 года, такая информация перестала публиковаться в журнале по неизвестной мне причине. (Обзор международных стандартов в области безопасности см. в журнале ММК, 2001, №9, с.34-37. Авторы: И. Аронов, В. Версан).

Наконец, стоит остановиться на одной из последних по времени попыток обсуждения проблем в области стандартизации терминов по надежности. Это публикация ответственного секретаря ТК 119 Демидовича Н.О. в журнале ММК в конце 2002 года [20]. Эта статья посвящена проблеме гармонизации терминов по надежности – т.е. состыковке терминов, используемых в РФ с терминами, разрабатываемыми ТК 56 МЭК (МЭК – Международная Электротехническая Комиссия, ТК 56 МЭК – ТК по проблеме "Надежность"). Среди прочих обсуждаемых вопросов, в [20] предлагается обсудить определение основополагающего термина

- надежность. В частности, предлагается определить надежность так, как это сделано в соответствующем стандарте МЭК: "Собирательный термин, применяемый для описания свойства готовности и влияющих на него свойств безотказности, ремонтопригодности и обеспеченности технического обслуживания и ремонта" (цит. по [20]). Не вдаваясь здесь в дискуссию, замечу, что

а) как отмечает сам автор статьи, по сути, термины совпадают;

б) в 2002 году на эту статью не последовало ни одного отклика – т.е. впечатление такое, что сегодня в России уже некому обсуждать проблемы терминологии в области надежности.

Не без интересна статья группы авторов, которые попытались обсудить взаимосвязь понятий надежности и безопасности [21]. Однако, по сути эта работа посвящена анализу терминов в области безопасности, причем все эти термины вводятся авторами с позиций расчета вероятностей наступления соответствующих событий, т.е. с позиций надежности.

В заключение этого подраздела привожу перечень действующих основополагающих стандартов по надежности (**www.gosts.ru/products/_nt.html**):

ГОСТ 27.001-95 - Система стандартов "Надежность в технике". Основные положения.
ГОСТ 27.002-89 - Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения.
ГОСТ 27.003-90 - Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности.
ГОСТ 27.004-85 - Надежность в технике. Системы технологические. Термины и определения.
ГОСТ 27.202-83 - Надежность в технике. Технологические системы. Методы оценки надежности по параметрам качества изготовляемой продукции.
ГОСТ 27.203-83 - Надежность в технике. Технологические системы. Общие требования к методам оценки надежности.
ГОСТ 27.204-83 - Надежность в технике. Технологические системы. Технические требования к методам оценки надежности по параметрам производительности.
ГОСТ 27.301-95 - Надежность в технике. Расчет надежности. Основные положения.
ГОСТ 27.310-95 - Надежность в технике. Анализ видов, последствий и критичности отказов. Основные положения.
ГОСТ 27.402-95 - Надежность в технике. Планы испытаний для контроля средней наработки до отказа (на отказ). Часть1. Экспоненциальное распределение.
ГОСТ 27.410-87 - Надежность в технике. Методы контроля показателей надежности и планы контрольных испытаний на надежность.

Все эти стандарты можно заказать по указанному выше адресу, а также
в магазине стандартов - **www.docum.ru/gost.asp?soks=21.020**,
и во ВНИИКИ - **www.vniiki.ru/catalog_v.asp?page=173**

Общие прикладные проблемы надежности

Как уже отмечалось выше, в обзорах, упомянутых в разделе 2, рассматривались преимущественно строгие в математическом отношении работы, где развивались те или иные идеи теории надежности. Параллельно шло развитие так называемой прикладной теории надежности, куда я отношу работы, в которых теми или иными способами решались конкретные задачи надежности в конкретной области техники. Как отмечали в своем обзоре Рухин и Хсиех [9], в этой области в СССР делалось очень много, причем советские инженеры были склонны подходить к решению задач весьма прагматически, и не стремились к математической строгости аппарата. Ясно, что охватить область прикладных работ по надежности сколь ни будь полно в одном обзоре, подготовленном одним автором, просто невозможно. Поэтому присущая этому разделу избирательность полностью обусловлена личным опытом и интересами автора.

В 1985 году вышел фундаментальный справочник по надежности технических систем - [22]. Он был подготовлен международным коллективом авторов, и содержит все необходимые сведения для расчетов надежности систем на различных этапах жизненного цикла, а также сведения, необходимые для проведения различных видов испытаний на надежность. В 1990 г. вышел последний (10-й) том многотомного справочника под названием "Надежность и эффективность в технике [23], издававшегося с 1987 года. Он был подготовлен также большим коллективом авторов, среди которых довольно много пересечений с коллективом справочника [22]. В 1997 г. в журнале НКК в двух номерах был опубликован большой обзор известного в области конструкционной и прочностной надежности специалиста Л.В. Коновалова [24] (этот же обзор был несколько ранее опубликован в журнале "Вестник машиностроения"). Автор обращает внимание на то, что с ростом единичных мощностей и энерговооруженности машин и механизмов, что имеет место практически во всех отраслях промышленности (включая такие ответственные, как АЭС, летательные аппараты, транспортные средства и т.д.), усилилось несоответствие между требованиями к показателям надежности и реальной надежностью машин. Это, по мнению автора, ведет к прямой угрозе безопасности людей и природы. Особо опасно, считает Л.В. Коновалов, стремление к экономии затрат на этапе проектирования и создания надежных единичных изделий.

Далее в этом подразделе обзора я кратко остановлюсь на некоторых книгах по надежности, изданных за последние годы, и предлагаемых 18 ведущими русскоязычными интернет-магазинами. При этом я не привожу ссылок на книги, относящиеся к узким конкретным отраслям, например, "Надежность железнодорожного пути" и т.п.

Самое последнее по времени издание известной книги давно работающего в области надежности специалиста Г.В. Дружинина вышло в 1986 году в Энергоатомиздате [25].

Столь же хорошо известный специалист И.А. Рябинин опубликовал в 2000 году книгу по надежности сложных систем [26]. На мой личный и весьма прикладной взгляд, все книги Рябинина перегружены логико-вероятностными методами анализа, что делает их малопривлекательными для практиков.

В 2001 году в рамках многотомной энциклопедии "Машиностроение" вышел том, посвященный надежности машин [27].

Очень давно работающий в области надежности машин автор – Проников А.С. - выпустил новое улучшенное издание своей книги, посвященной параметрической надежности, т.е. расчету и прогнозированию отказов при заданных моделях старения выходных параметров машин [28].

Учебник по надежности для студентов ВУЗов в 2003 году выпустил В.А Острейковский [29]. Но я бы хотел обратить внимание на другую книгу с участием того же автора, вышедшую в 1993 году, и посвященную методам расчета надежности ядерных энергетических установок [30] (в Интернете она не предлагается). В ней, на мой взгляд, довольно удачно сочетаются аккуратность математического аппарата, практические данные и примеры расчетов, и, кроме того, в отличие от традиционных книг по надежности, в неё включены некоторые относительно новые направления анализа и обеспечения надежности, как то: байесовское оценивание надежности ЯЭУ, непараметрические методы оценивания (бутстреп процедура), и т.п.

Давно занимающийся уточнением планов контроля качества и надежности Н.Е Ярлыков выпустил книгу, посвященную как теоретической базе последовательных планов контроля, так и полученным им результатам, вошедшим в ряд стандартов по испытаниям [31]. С кратким описанием содержания этой книги в изложении самого автора можно ознакомиться по заметке в журнале ММК, 2003, №9, с.62-63.

Наконец, ещё один давно и хорошо известный автор – Г.Н. Черкесов – выпустил в 2005 году усовершенствованный вариант своего пособия по надежности АСУ, только теперь оно стало называться пособием по надежности аппаратно-программных комплексов – [32].

В дополнение к этому весьма небольшому перечню книг ещё несколько, заслуживающих, на мой взгляд, внимания, и отсутствующих в Интернет-магазинах.

Как бы в ответ на отмеченное выше некоторое отставание в области применения байесовских методов в надежности в 1989 году В.П. Савчук выпустил книгу, целиком посвященную данному подходу [33]. Книга, безусловно, ликвидирует определенный пробел в русскоязычной литературе по данной тематике. Достаточно сказать, что список цитируемой автором литературы состоит из 247 наименований. Основной недостаток книги, как мне кажется, следующий: она все-таки рассчитана не на инженера по надежности, а на специалиста по статистическим методам. Тем не менее, и такая направленность важна для развития отечественных работ в области надежности.

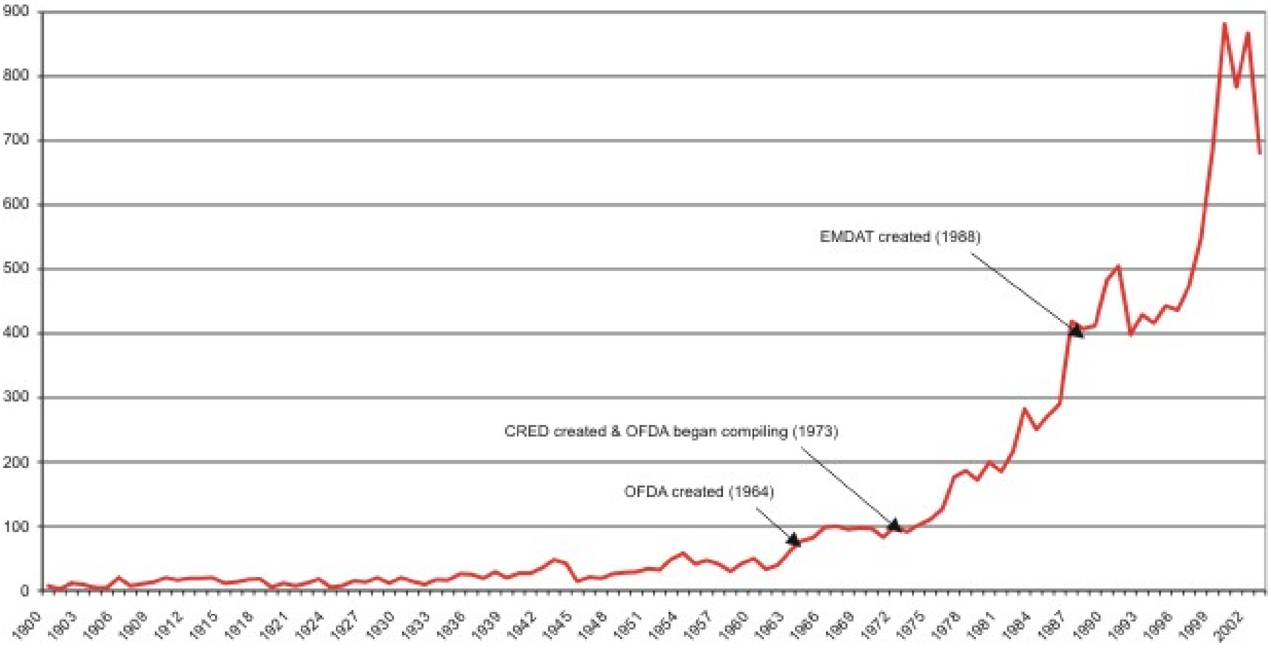
Известный украинский специалист Е.С. Переверзев опубликовал в 1990 году книгу "Надежность и испытания технических систем" [34]. Книга содержит один из самых полных известных мне перечней ФР различных видов. С 26-й по 107-ю страницу в книге [34] перечислено 200 различных ФР, причем для каждой из них приведены функция плотности и кумулятивная функция распределения, а также первый и второй моменты (т.е. среднее и дисперсия). К сожалению, автор не всегда приводит ссылки на источники информации. Тем не менее, в книге довольно много весьма экзотических ФР, которые помимо этого издания можно найти только в малодоступной специальной справочной литературе, и именно поэтому я рекомендую это издание как относительно легко доступный и очень широкий список возможных моделей ФР[5].

Институт проблем машиноведения РАН в 2001 году выпустил коллективную монографию по проблемам теории точности, в которой ряд работ посвящен проблемам надежности [35].

[5] Конечно же, "Справочник по статистическим распределениям" Хастингса, Пикока (М.: Статистика, 1980) дает гораздо большую информацию по каждой из ФР, но там их только 24. С другой стороны, для реальной практики, конечно же, 200 ФР вряд ли нужно, но ведь для конкретного применения никогда заранее не известно, а какое распределение окажется наиболее подходящим.

Наконец, нельзя не отметить, что понятие надежности теснейшим образом связано с понятием безопасности. Ситуация с безопасностью в мире в целом очень хорошо иллюстрируется приведенным ниже графиком, скопированным мною на сайте организации "Международная стратегия для снижения числа бедствий" - **www.unisdr.org/** , где размещено очень много разнообразной, в том числе статистической информации о бедствиях и катастрофах в различных уголках Земли. На рисунке показано, как росло полное число природных и техногенных катастроф в 20-м веке (адрес рисунка: **www.unisdr.org/disaster-statistics/occurrence-trends-century.htm**).

Total number of natural and technological disasters registered in EMDAT 1900 – 2003



Хотя тема безопасности и не является предметом рассмотрения данного обзора, я хотел бы отметить книгу, написанную известным российским специалистом по надежности И.З. Ароновым (с соавторами) "Статистические методы анализа безопасности сложных технических систем" [36]. Особо мне бы хотелось подчеркнуть тот факт, что в книге присутствует глава под названием "Анализ надежности персонала" (Гл.5, с.183-200). Выше, в перечне проблем, ожидающих своего решения, И.А. Ушаков сформулировал проблему надежности человеческого фактора. Гл.5 в книге [36] - один из немногочисленных ответов на этот вызов в русскоязычной литературе последнего времени (см. также [37]). Авторы при проведении вероятностного анализа безопасности выделяют три подзадачи [36], причем все три формулируются именно как задачи надежности:

- оценку показателей надежности персонала при эксплуатации, когда невыполнение или ошибочное выполнение функций приводит к возникновению исходного события (т.е. аварии, неготовности к выполнению заданных функций и т.д.);

- оценку показателей надежности персонала при техническом обслуживании и ремонте элементов, когда невыполнение или ошибочное выполнение функций приводит к неготовности этих элементов при возникновении исходного события;

- оценку показателей надежности персонала при аварии, когда невыполнение или ошибочное выполнение функций приводит усугублению последствий аварии.

Анализ надежности персонала может быть как качественным, так и количественным. В частности, в [36] приведены интересные количественные данные относительно вероятностей некоторых стандартных ошибок персонала. В табл. 1 (табл.5.4 в [36]) показаны значения вероятностей ошибок оператора при выполнении некоторых операций, в табл.2 приведены данные по вероятности безошибочного выполнения сенсорных операций, а в табл.3 – вероятность ошибочных действий квалифицированного персонала в зависимости от времени на принятие решения.

Вообще книга [36] содержит большое число практических данных и примеров расчета, что придает ей дополнительную ценность. (Я ещё вернусь к данным из [36], когда мы доберемся до раздела показателей надежности отдельных элементов и систем).

Таблица 1.

Вероятность ошибки оператора при выполнении различных операций	
Название операции	**Вероятность ошибки**
Восприятие устного сообщения (1-3 слова)	0,0002
Выдача речевого сообщения (1-3 слова)	0,0002
Чтение (1-3 слова)	0,0010
Выполнение записи (1-3 слова)	0,0003
Восприятие свечения сигнальной лампы, транспаранта	0,0035
Восприятие указаний таблички	0,0014
Восприятие показаний стрелочного прибора	0,0072
Восприятие показаний цифрового прибора	0,0012
Нажатие кнопки	0,0025
Нажатие требуемой клавиши	0,0050
Включение тумблера	0,0020
Установка многопозиционного переключателя в требуемое положение	0,0044
Соединение кабелей посредством штепсельных разъемов	0,0032
Разъединение штепсельных разъемов	0,0009
Установка параметра вращением ручки управления	0,0094
То же, вращением штурвала	0,0100
То же, перемещением рычага	0,0150
Выбор переключателя из нескольких различных	0,0001
Напряженная работа, при которой происходит быстрая смена ситуаций	0,2-0,3

Таблица 2.

Вероятность безошибочного выполнения сенсорно-моторных операций			
Параметр органа управления	Вероятность	Параметр органа управления	Вероятность
Диаметр кнопки, мм Миниатюрный Более 12,7	 0,9995 0,9999	Длина ручки управления, мм 152,4-228,6 305-458	 0,9963 0,9967

Вероятность безошибочного выполнения сенсорно-моторных операций			
Параметр органа управления	Вероятность	Параметр органа управления	Вероятность
		533-686	0,9963
Число кнопок: с 1-й по 5-ю с 6-й по 10-ю с 11 по 25-ю	 0,9997 0,9995 0,9990	Пределы перемещения ручки, град.: 5-20 30-40 40-60	 0,9981 0,9975 0,9960

Таблица 3.

Вероятность ошибочного действия	
Время для принятия решения и осуществления действий	Вероятность ошибочных действий квалифицированного персонала
Очень короткое (менее 5 мин)	0,1
Короткое (от 5 до 60 мин)	0,001
Продолжительное (более 1 часа)	0,0003

Обработка данных по надежности (модели надежности).

Чтобы как-то систематизировать информацию в этом разделе обзора, я решил сначала изложить некую общую классификацию моделей надежности. Теоретическая дискуссия на тему, что такое модель надежности (МН), могла бы быть бесконечной, поэтому предлагается подойти к этому вопросу прагматически, т.е. с инженерной точки зрения. Что мы хотим получить в итоге, создавая ту или иную модель? Общий ответ ясен: мы хотим иметь возможность оценивать (прогнозировать) тот или иной показатель надежности (ПН) в зависимости от внешних воздействующих факторов (ВВФ) с достаточной для наших целей точностью. Поэтому предлагается следующее рабочее определение [19]:

Модель надежности – это математическая модель, позволяющая с заданной точностью рассчитывать те или иные ПН и их зависимость от ВВФ.

Ясно, что МН несть числа, и для целей нашего обзора их следует как-то систематизировать. Одна из возможных классификаций МН представлена на рис.2. В рамках этой классификации все МН разбиты на 4 больших класса:

обобщенно-статистические – те МН, в основе которых лежит постулат о существовании некоторого обобщенного параметра или свойства, распределение которого меняется во времени и приводит к отказам объектов. Так возникают модели дрейфа параметров и модели типа нагрузка – прочность;

функциональные – те МН, в основе которых лежат постулаты о существовании ФР отказов и об определенных зависимостях этих функций от ВВФ. Если далее предполагается, что ФР принадлежит к определенному параметрическому семейству, то возникает подкласс параметрических моделей, если такое допущение не используется, то возникают так называемые непараметрические МН;

кинетические – те МН, в основе которых лежат уравнения, описывающие кинетику конкретного процесса деградации (физического, физико-химического, механического и т.д.);

феноменологические (ресурсные) – те МН, в основе которых лежат постулаты о существовании у изделий (объектов) некоторого запаса работоспособности, называемого ресурсом, и об определенной зависимости скорости его расходования от ВВФ. Если далее под ресурсом понимается некая реальная физическая величина или величина, зависящая от реальных физических параметров и характеристик объекта, то я отношу возникающие МН к ресурсно-физическим. Если же рассматривается некий обобщенный параметр, то возникает подкласс вероятностных ресурсных моделей.

Дальнейшее деление некоторых классов показано на рис.2 и не требует специальных пояснений.

Модели дрейфа параметров рассматривались в очень многих книгах по надежности. Из старых нельзя не упомянуть книгу Герцбаха и Кордонского [38], а также книгу Михайлова [39]. Из относительно последних публикаций этот материал есть в уже упоминавшейся книге Переверзева [34].

Модели типа нагрузка-прочность тоже очень популярны в литературе. Одно из наиболее полных и последних по времени изложений этого материала – это книга Капура, Ламберсона, вышедшая в русском переводе в 1980 году [40]. На мой взгляд – это одна из лучших книг по надежности, переведенных на русский язык. Помимо того, что в ней очень подробно рассмотрены МН типа нагрузка-прочность, она очень просто написана, и, благодаря просчитанным до конца примерам, доступна любому инженеру.

Традиционные параметрические МН описаны практически во всех книгах и учебниках. Чтобы не повторяться, отмечу две классические работы, к сожалению, не переведенные на русский [41, 42], где, среди прочего, есть и подробное описание параметрических моделей. Стоит отметить, что в подавляющем большинстве параметрических МН авторы предпочитают иметь дело с функцией интенсивности отказов (ИО), которую принято обозначать буквой λ. Построение МН фактически означает, что либо по экспериментальным данным, либо из теоретических соображений, либо комбинируя эти источники, мы получаем соотношение типа:

$$\text{ИО} \equiv \lambda = f(t, \text{ВВФ}), \quad (1)$$

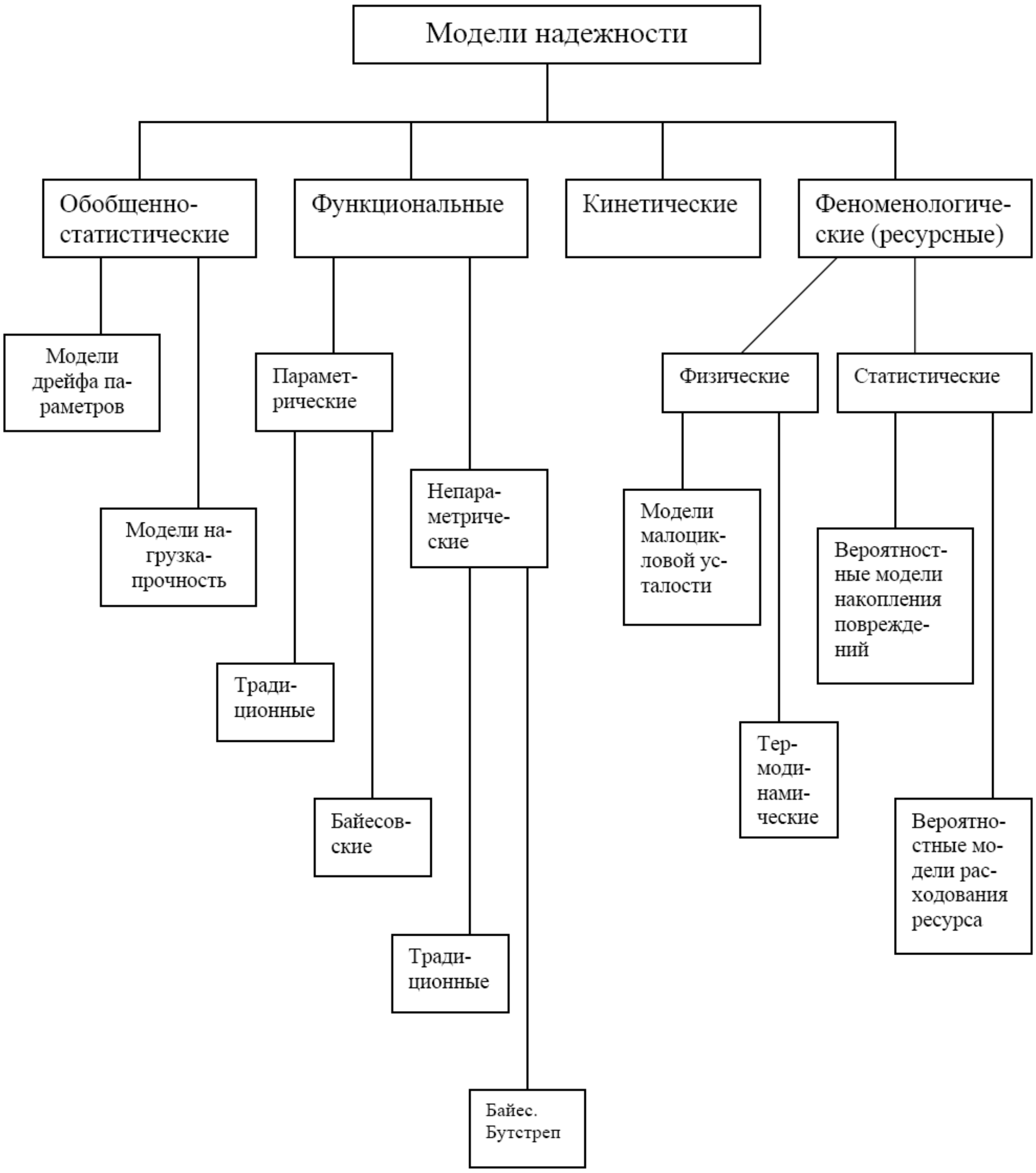
где t – время.

Ниже мы вернемся к соотношению (1), а пока продолжим наш краткий экскурс по МН.

В.И. Гербуз в работе [43] применил параметрический подход для анализа влияния случайной погрешности измерений на исходный уровень надежности изделий.

Как известно, зависимость ИО от времени в общем виде имеет ваннообразный характер, отражающий три характерных этапа жизни большинства объектов (см. рис.3). Первый этап падающей ИО – этап ранней смертности, который в технике принято называть этапом приработки. В середине имеем этап постоянной ИО – этап нормальной эксплуатации. Последний этап, этап возрастания ИО – этап старения (износа). С первых работ по надежности и до сих пор не прекращаются попытки найти математическую модель, с помощью которой было бы удобно описывать все этапы ваннообразной кривой ИО.

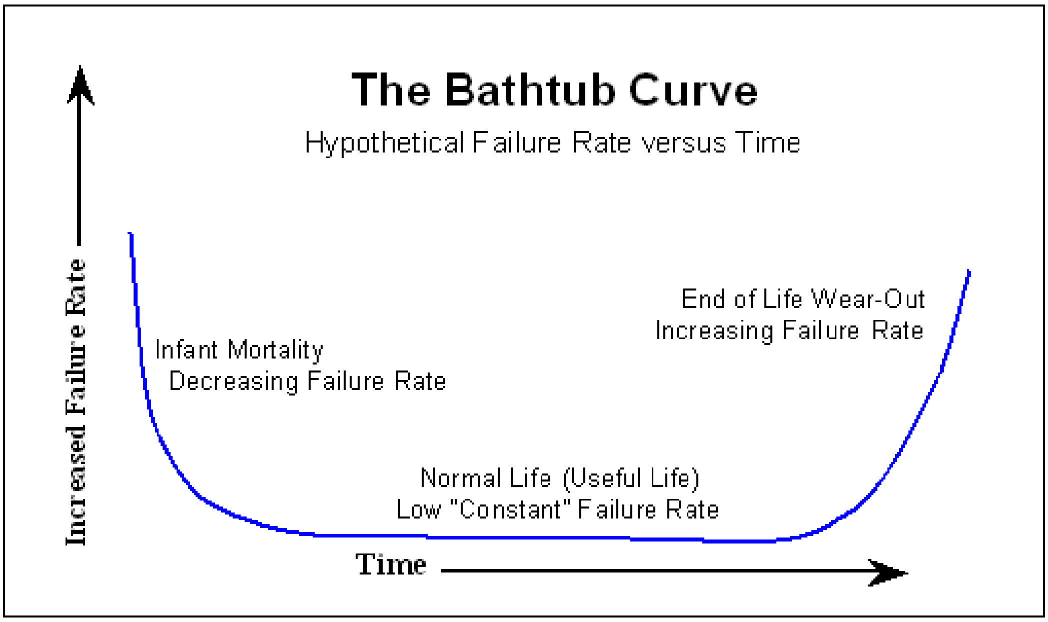
Рис.2. Классификация МН



Интересная модификация распределения Вейбулла с целью описать всю кривую ИО, показанную на рис.2, содержится в одной из недавних публикаций в журнале "IEEE Transactions on Reliability" [44]. Очередная попытка в этом же направлении предпринята С.Я. Гродзенским, одним из очень немногих отечественных специалистов по надежности, кто после перестройки продолжает работать в этой области. В статье [45] он пытается построить МН из смеси экспоненциального и вейбулловского распределений с целью анализа надежности элементов систем управления. К сожалению, не все выводы и заключения статьи [45], на мой взгляд, безупречны, тем не менее, сама попытка представляет безусловный интерес. Надо отметить, что С.Я. Гродзенский не остановился на построении МН, а попытался довести эту работу до логического конца, для чего рассмотрел задачу об оценке ПН по данным эксплуатации в случае применимости модели вышеописанной смеси ФР. При этом он проанализировал эту задачу для так называемых цензурированных испытаний, т.е. таких испытаний, когда не все элементы в процессе испытаний отказали, и часть элементов доработала до конца испытаний без отказов [46, 47]. В итоге автор рекомендует для оценки ПН в случае, когда ФР описывается смесью экспоненциального и вейбулловского распределений, делать сначала так называемый "разведочный" анализ графоаналитическим способом, т.е. с помощью построения ФР на сетке распределения Вейбулла, а уже потом уточнять оценки методом максимального правдоподобия.

Как уже отмечалось выше, байесовский подход к построению МН в России развит не слишком сильно. Кроме книги [33], можно отметить статью В.А. Громацкого в журнале НКК [48]. В ней автор решает задачу оценки нижней доверительной границы для вероятности безотказной работы при испытаниях небольшой по объему выборки в условиях наличия некоторой априорной информации о параметрах исходного распределения. В примере к статье объем выборки составил 20 наблюдений. В зарубежных изданиях недостатка в ссылках не ощущается. Только на сайте Американского общества качества поиск по ключевому слову "Bayesian" дает более 80 ссылок на соответствующие статьи. Приведу парочку показавшихся мне интересными. Статья группы авторов по оптимальной стратегии обслуживания опубликована в журнале "Technometrics" [49]. В [50] предлагается использовать байесовские процедуры для планирования испытаний на надежность, подтверждающих выполнение требований по значению среднего времени между отказами.

Рис.3. Ваннообразная кривая для гипотетической зависимости ИО от времени



По непараметрическим МН стоит отметить две книги отечественных авторов [51,52], причем в обеих речь идет о непараметрических оценках ПН по цензурированным испытаниям. Книга [51] заслуживает дополнительного внимания в связи с тем, что в ней есть отдельная глава (5-я), в которой обсуждается важнейшая проблема – проблема достоверности исходных данных. Очевидно, что никакие математические ухищрения не способны возместить отсутствующую или искаженную первичную информацию об отказах. К сожалению, систематических работ о методах сбора и хранения информации о надежности в периодической печати я не обнаружил. До перестройки такую информацию регулярно собирали головные отраслевые институты и МО (например, Электронстандарт выпускал соответствующие справочники по изделиям электронной техники, аналогичную работу выполнял ЦНИИ-22 и т.д.). После перестройки, насколько я могу судить по собственному опыту, даже те головные институты, какие ещё сохранились и продолжают функционировать, лишились каких либо реальных возможностей систематически собирать данные по надежности. К этому стоит добавить, что и до перестройки значения ПН, приводившиеся в различных справочных изданиях, не заслуживали особого доверия. Дело в том, что эти значения брались, как правило, из технических условий (ТУ) на соответствующее изделие. Но в ТУ это значение, зачастую, попадало не по результатам специальных испытаний или сбора данных об эксплуатационной надежности, а волюнтаристским путем из-за необходимости быть не хуже, чем у зарубежного аналога. Это на самом деле очень большая проблема, и автор данного обзора не видит путей её решения в ближайшем будущем.

В табл.4, взятой из работы [51], воспроизведены типичные значения процента ошибок (как объективных, так и субъективных) в зависимости от типа формы первичного сбора и учета данных. Легко видеть, что эти проценты весьма высоки, что делает задачу анализа первичных данных на их достоверность чрезвычайно актуальной. Некоторые статистические способы выделения недостоверных данных (методы так называемой очистки данных) приведены в [51].В первом и достаточно грубом приближении они сводятся к анализу на наличие выбросов и к проверке случайности цифр в записях. Замечу мимоходом, что на одной из недавних конференций, где присутствовал автор данного обзора, представитель одной из фирм, поставляющих статистические пакеты для обработки данных, сказал, что работа по очистке данных в среднем отнимает до 30% всего времени, затрачиваемого на обработку заданного массива информации.

Таблица 3.

Распределение ошибок по типам первичных форм учета			
Тип информации	Кол-во ошибок от общего числа, %	Тип информации	Кол-во ошибок от общего числа, %
Адресная	10	Кодовая	30
По реквизитам:			
- наименование изделия	2	- код отказа	6
- завод-изготовитель	2	- код причины отказа	18
- место проведения испытаний	3	- код условий испытаний	4
- прочие	3	- прочие	2
Описательная	20	Параметрическая	40
По реквизитам:			
- характер отказа	3	- наработка	18
- причина отказа	9	- ресурс	10
- условия испытаний	6	- срок службы	5
- прочие	2	- время восстановления	7

Ещё одна близкая проблема – объединение информации, полученной по разным выборкам (проверка однородности информации). По этому вопросу весьма полезной для практиков может оказаться работа Ю.Ф. Буртаева, который рекомендует для этой цели использовать критерий Сэвиджа, и который рассчитал критические значения для этого критерия в своей статье [53].

Бутстреп модели слабо представлены в отечественной литературе по надежности последних лет. Тем не менее, нижеследующие публикации, безусловно, заслуживают внимания. Группа авторов во главе с известным российским статистиком Ю.П. Адлером выполнила целый комплекс работ по применению бутстреп-моделирования в задачах надежности. В статье "Бутстреп-моделирование при построении доверительных интервалов по цензурированным выборкам" они описывают применение этого подхода к анализу результатов цензурированных испытаний [54]. Достоинство метода в том, что он не требует априорных предположений о виде ФР. В работе [55] Ю.П. Адлер с соавторами применяют бутстреп для оценки нижней доверительной границы долговечности изделий. В этой и в двух последующих работах той же группы авторов [56,57] предлагается, в частности, использовать данный подход для решения чрезвычайно актуальной для России задачи продления ресурса тех или иных изделий или систем. Как известно, проблема старения действующего оборудования стоит для нашей страны крайне остро. Наихудшая точность прогноза на пятилетний период по данным работы [57] составила около 18%. При этом следует иметь в виду, что речь идет о процедуре, когда группа экспертов в течение некоторого времени проводила регулярное освидетельствование объекта, после чего по их оценкам ресурса и строится соответствующая МН. Прежде, чем перейти к очень большому разделу, связанному с ресурсом изделий и методам его оценки, отмечу ещё одну работу на тему бутстреп-моделирования. Эта статья [58], авторы которой применяют этот метод для анализа безопасности конструкций.

Остановимся теперь на феноменологических/ресурсных МН и их применениях к различным объектам и ситуациям. А.В. Антонов в работе [59] обсуждает возможность прогнозирования ресурса атомных станций. В этой области машиностроения фундаментальными работами по данной проблеме, на мой взгляд, являются книги Болотина В.В. [60] и Острейковского В.А. [61]. Важным акцентом статьи [59] представляется вывод о том, что чисто вероятностные методы анализа недостаточны применительно к атомным станциям, поскольку последствия отказов могут приводить к колоссальному ущербу. В этой ситуации он предлагает прогнозировать ресурс с учетом функции риска, под которым понимается стоимость причиненного ущерба, взвешенная по вероятностям наступления соответствующих событий. Надо заметить, что такое определение того, что такое риск, не согласуется с многочисленными работами по безопасности, поэтому к численным выводам автора работы [59] я бы отнесся с определенной сдержанностью.

Ц.Е. Мирцхулава в работе [62] обсуждает проблемы старения не менее важного для страны объекта – плотин и прочих гидротехнических сооружений. Основная идея этой работы – аналогия между старением плотин и старением людей. Автор предлагает использовать методы, применяемые в демографии для прогнозирования ресурса гидротехнических сооружений. К сожалению, в работе отсутствуют практические данные и прогнозы.

Авторы работы [63] решали другую задачу: прогнозирование ресурса изделий, работающих в условиях ударных нагрузок. Ими получены пессимистические оценки долговечности, не зависящие от вида ФР. Полученные в [63] результаты применялись для оценки срока службы труб парогенераторов. Однако, справедливости ради должен заметить, что, во-первых, в работе используется довольно серьезный математический аппарат, и, во-вторых, чтобы дойти до практического результата оказалось необходимым знание скорости расходования ресурса трубой парогенератора, плюс допущение о линейном характере функции усталости.

Проблема оценки ресурса силовых полупроводниковых приборов в случае, когда известна зависимость определяющих параметров от времени, была рассмотрена в 8-й главе монографии [64]. Там предложен очень простой графоаналитический способ нахождения γ-процентного ресурса силовых выпрямительных диодов.

Более подробно ресурсные МН и полученные с их помощью результаты будут рассмотрены чуть ниже при обсуждении моделей ускоренных испытаний на надежность, поскольку именно там они в основном и используются.

Работ по кинетическим МН, т.е. по анализу конкретных механизмов отказа и оценке ПН с их помощью, в русскоязычной литературе оказалось очень мало. По-видимому, это связано в первую очередь с тем, что для анализа реальных физических процессов деградации необходимо довольно дорогостоящее современное оборудование, которого у российских предприятий, как правило, просто нет. Самое интересное, что мне удалось обнаружить – это брошюра А.Е. Клиота, посвященная механизмам деградации электрорадиоэлементов [65]. В этой работе проведены расчеты механических напряжений, возникающих при прохождении тока в проводах, полупроводниковых приборах, конденсаторах и т.п. Обсуждается физика механизмов деградации, но не собственно ПН. За рубежом физикой отказов занимаются давно, много и вполне успешно. Достаточно обратить внимание на ежегодные конференции по физике надежности, проводимые аж с 1962 года. На странице **http://www.irps.org/** Интернета находится адрес этого симпозиума. Гиперссылки на материалы этих конференций с 1996 по 2004 гг. можно найти на странице **http://www.irps.org/ProcVideoHist.html** .

Наконец, по общим моделям накопления повреждений, самое интересное – это книга [66], вышедшая в издательстве Мир в 1989 году. Как это видно из самого названия, в ней обсуждаются вероятностные МН, причем, что интересно, возникающие в рамках излагаемого авторами подхода ФР, не описываются никакими широко распространенными стандартными моделями. Математическая основа книги [66] - марковские цепи, однако наряду с математическим аппаратом в книге много реальных примеров из разработок НАСА, аэрокосмических и машиностроительных фирм, например, по долговечности шарикоподшипников, по усталостной долговечности сталей, по росту усталостных трещин и т.д. Важным обстоятельством мне представляется тот факт, что описанные в [66] МН обладают большей гибкостью, чем обычно используемые для тех же целей распределение Вейбулла, логнормальное распределение, обратное распределение Гаусса и т.п.

В заключение этого подраздела обзора обсудим важный вопрос из области обработки данных, касающийся подбора вида ФР по эмпирическим данным. Строго говоря, это не совсем задача из области надежности, поскольку её приходится решать при обработке практически любых видов данных. Тем не менее, в области надежности, подбор ФР имеет свои особенности, связанные с характером данных о надежности и их обычной ограниченностью.

В 1999 году в журнале НКК в рамках рубрики "Дискуссия" были опубликованы две статьи по проблеме проверки согласия опытного распределения с теоретическим применительно к задачам надежности [67, 68]. В дальнейшем один из участников этой дискуссии - Б.Ю. Лемешко

- вернулся к этой проблеме, и опубликовал в 2001 году статью с критикой позиции, изложенной в [67], где довольно подробно разъяснил некоторые "тонкости" применения стандартных статистических критериев (Пирсона, Колмогорова, Мизеса) для задач оценивания параметров ФР и проверки гипотез по цензурированным выборкам [69]. В [69] приведена важная табличка (с.35-36), показывающая, какую часть информации мы теряем при оценивании того или иного параметра в результате цензурирования. Автор проделал большую вычислительную работу, в результате которой мы имеем возможность оценить степень потери информации для следующих видов ФР: экспоненциального, Вейбулловского, минимальных и максимальных значений (Гумбеля), нормального и логнормального, Лапласа, Рэлея, логистического, Коши и гамма. Стоит отметить, что ещё более подробные результаты тех же самых расчетов практически в то же самое время были опубликованы в журнале "Заводская лаборатория" [70]. (Я бы рекомендовал регулярно просматривать этот журнал всем, кто занимается обработкой экспериментальных данных. Он отличается высокой степенью аккуратности в применении математического аппарата. В частности, для задач надежности стоит обратить внимание на статьи [71,72]). Результаты расчетов приведены в [70] в виде таблиц 2-7, где дано отношение той информации, какую мы получаем при цензурированных испытаниях к тому, что мы имели бы без цензурирования, т.е. при испытаниях до отказа всех испытуемых элементов[6]. Например, из табл.2 следует, что при испытаниях 100 объектов в случае, когда отказало всего 20% выборки, мы, оценивая параметр экспоненциального распределения, получаем 16,83% ≈ 17% той информации, какую имели бы, если бы продолжали испытания до отказа всех 100 объектов. Что это означает для практики? Это означает, что дисперсия оценки интересующего нас параметра экспоненциального распределения будет больше той, какая соответствует нецензурированным испытаниям, в 1/0,17 ≈ 5,9 раз (стандартная ошибка оценки будет больше примерно в 2,4 раза).

Что касается общих соображений о проверке вида ФР в задачах надежности, то автор остается горячим приверженцем графоаналитического метода, лучше всего описанного в старой, но очень хорошей книге Хана, Шапиро [73] (см., также, [74, 75]).

Надежность элементов.

Поскольку различных элементов бесчисленное количество, то в этом разделе обсуждаются данные по ПН тех элементов, к которым автор имел за прошедший период то или иное отношение.

В гл.8 книги [64] приведено много данных по надежности силовых полупроводниковых приборов - активных элементов всех преобразовательных устройств, без которых невозможно никакое преобразование электроэнергии. Длительность периода приработки (этап падающей ИО на рис.3) для этих элементов силовой электроники составляет от 100 до нескольких тысяч часов, и зависит от степени жесткости режима эксплуатации. ИО в период нормальной эксплуатации лежит в диапазоне от 10^{-7} до 10^{-6}1/час, этап возрастания ИО (т.е. долговечность приборов) начинается при наработках, больших 100000 часов. Все это вполне соответствует аналогичным зарубежным приборам (см. в [64] подробный список литературы к гл.8). Как и абсолютно для всех полупроводниковых приборов ИО в первую очередь зависит от температуры (Т). В случае

[6] Таблицей 1 на практике пользоваться не надо, т.к. там приведены так называемые асимптотические оценки, т.е. оценки при $n \to \infty$.

силовых полупроводниковых приборов эта зависимость имеет вид широко применяемой для всех изделий электронной техники модели Аррениуса:

$$\lambda(T) = \lambda(T_0)\cdot\exp\left(-\frac{E_a}{k}(1/T - 1/T_0)\right), \tag{2}$$

где $\lambda(T)$ и $\lambda(T_0)$ - ИО при температурах T и T_0, соответственно, E_a - константа, называемая энергией активации, k - постоянная Больцмана ($8{,}625\times10^{-5}$ эВ/град). Энергия активации для отечественных приборов лежит в диапазоне 0.3-0.6 эВ. Для зарубежных аналогов этот диапазон чуть выше: 0.5-1.0 эВ.

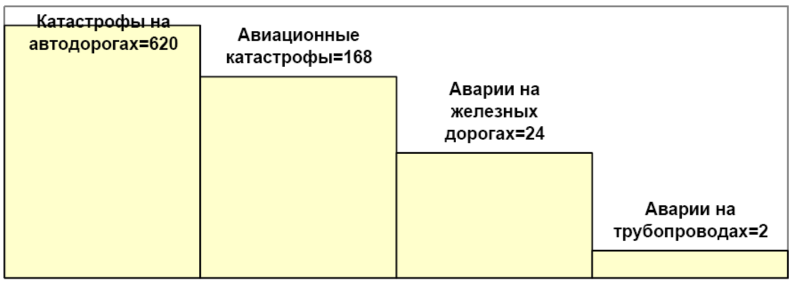
Надо отметить, что зарубежная преобразовательная техника сегодня ориентируется на новое поколение приборов - так называемые IGBT-транзисторы. Их надежность в условиях эксплуатации в первую очередь определяется числом циклов (N_c) температурных перепадов (ΔT), какие они выдерживают[7]. Зависимость числа циклов от ΔT определяется усталостными явлениями в припое, поскольку все вышеупомянутые приборы представляют из себя некий пирог, различные компоненты которого припаиваются друг к другу. Здесь работает хорошо известный всем специалистам по длительной прочности металлов и сплавов закон малоцикловой усталости, в силу чего функциональная зависимость числа циклов от перепада температур дается выражением:

$$N_c = \Phi_c/(\Delta T)^m, \tag{3}$$

где Φ_c и m - константы. В [76] приведены данные, из которых следует, что в зависимости от тока и частоты, циклостойкость IGBT-модулей может меняться в очень широких пределах от миллионов до сотен циклов. Интересная работа по физике отказов силовых диодов, тиристоров и транзисторов опубликована Европейском журнале по силовой электронике [77]. Обзор современных методов анализа отказов и поиска причин их возникновения опубликован в журнале "Quality Digest" [78].

Как я уже отмечал выше, в книге [36] довольно много интересных данных по надежности. В частности, по данным табл.1.6 построена приведенная ниже (рис.4) диаграмма Парето по числу погибших в транспортных авариях в России в 1995 году.

Рис.4. Число погибших в транспортных авариях (Россия, 1995) ([36])

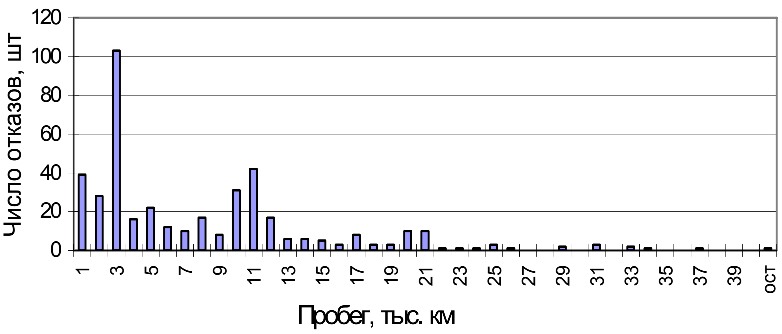


[7] Дело в том, что, когда через прибор идет ток, он нагревается до некоторой температуры $T_{макс}$, а потом во время паузы - он остывает до другой температуры - $T_{мин}$. Разность между $T_{макс}$ и $T_{мин}$ и дает величину температурного перепада ΔT.

Легко видеть, что больше всего людей гибнет у нас на дорогах РФ. Отчасти (но только отчасти!) это связано с проблемами надежности автотранспорта. Интересный материал по надежности иномарок приведен в ссылке [79]. Согласно этому источнику по данным о надежности с 1998 по 2003 гг. лидерами по надежности являются японские автомобили: Honda, Lexus, Mazda, Nissan, Toyota. Однако по данным этого года о надежности автомобилей возрастом до трех лет, первыми идут Lexus, Porsche и Hundai, а Toyota не попала даже в пятерку - [80].

Весьма обширные данные по видам отказов в период гарантийной эксплуатации для отечественных автомашин марки ВАЗ приведены в работе [81] (данные относятся к 1999 году). На рисунке, взятом из работы [81] показано типичное распределение числа отказов для а/м 2110 в зависимости от величины пробега. Из рисунка хорошо виден этап приработки, длящийся примерно до 20000 км пробега.

Рис. 3г Распределение числа отказов для автомобиля ВАЗ-2110 в зависимости от пробега



На втором месте по числу погибших (см. рис.4) идет авиация. То, что с надежностью российской авиации не все в порядке, по-видимому, вполне очевидно. Данных по ПН мне найти не удалось. Однако, определенная информация, имеется.

В статье, посвященной столетию авиации [82], отмечается очень важный момент, не до конца прочувствованный российскими руководителями всех уровней:

**Надежность, так же, как и качество,
очень сильно зависит
от культуры общества и организаций.**

Я не могу выразить это утверждение в виде формулы, но если бы такая формула существовала, то вклад культурной составляющей, возможно, перевешивал бы многие чисто технические проблемы. В частности, в [82] отмечается, что в странах, где приняли систему так называемых "добровольных сообщений", количество аварий снижается. Там, где эта система не принята, количество аварий растет. Дело в том, что боязнь наказаний приводит к сокрытию происшествий, неисправностей, поломок и т.п., если они не повлекли трагического исхода. А если они скрываются, то их причины не ищутся, и значит повышения надежности произойти просто не может, поскольку возможные причины отказов не устраняются. В статье "Выжить удается редко?" [83] отмечается, что выживаемость отечественных вертолетов примерно в два раза хуже, чем у американцев. В результате при каждом падении "вертушки" в среднем погибает 60% находившихся на борту людей, тогда как в Америке эта цифра равна 30%. "О какой надежности можно вести речь, если руководство "Аэрофлота" стремится выпустить самолет в рейс любой ценой" - это цитата из материала, озаглавленного "Аэрофлот" теряет надежность" [84]. В качестве основных причин отмечены низкая заработная плата и тяжелые условия труда, из-за чего растет дефицит технического состава и падает его квалификация. При этом отдельные элементы и/или устройства мы по-прежнему можем делать на уровне зарубежных аналогов и превосходя их. Например, в статье [85] рассказывается об устройстве для регистрации, имеющем наработку на отказ свыше 700000 часов при динамическом коэффициенте готовности 0.998.

Теперь вернемся к электронике, но не сильноточной, о которой говорилось выше, а к слаботочной, т.е. той, на которой основан весь современный высокотехнологический мир. Общую ситуацию в нашей стране по этому вопросу лучше всего, на мой взгляд, отражают материалы под общим названием "Качество продукции радиоэлектронного комплекса России. Научно-практическая конференция в Омске" - [86]. Это краткий отчет о совещании, где тон задавали военные, и где было отмечено, что отечественная элементная база по надежности уступает зарубежной на 1,5-2 порядка. Более того, ряд докладчиков на основе собственного опыта пришли к выводу, что отечественная элементная база даже с приемкой "5" и "9" зачастую уступает зарубежной базе класса "промышленная" во всем диапазоне температурных и механических воздействий. Ещё более грустно, что отечественного кремния, пригодного для нужд современной электроники в России нет и не предвидится. Вот перечень основных причин отказов электрорадиоизделий (из доклада М.И. Критенко):

- схемно-конструктивные недоработки;
- неудачные технические решения;
- неправильное применение электрорадиоизделий (превышение допустимых электрических и температурных воздействий);
- недостатки и нарушения технологического процесса (недопустимые уровни технологических воздействий при монтаже электрорадиоизделий на печатные платы).

Мне кажется, что все вышеперечисленное можно смело отнести к проблемам низкой культуры процесса разработки и постановки на производство, т.е. при наличии реальной, а не бумажной системы качества, соответствующей стандарту ИСО 9001, все перечисленные причины отказов могли бы быть устранены при верификации и валидации соответствующих процедур.

На той же конференции шла речь и новом комплексе военных стандартов по надежности "Климат" и "Мороз" (более подробно об этих стандартах см. в [87]). Отмечалось и то, о чем выше я уже писал: "Практически разрушена централизованная система сбора, учета и анализа отказов электрорадиоизделий как в сфере производства, так и при эксплуатации…"[86].

На том же сайте **www.electronics.ru** есть статья [88], посвященная проблемам расчета надежности при проектировании радиоэлектронной аппаратуры (РЭА). Надежность отечественных элементов предлагается рассчитывать по справочнику, издаваемому "Электронстандартом", надежность зарубежных элементов - по справочнику MIL-HdBk-217F. И отечественный справочник, и справочник MIL-HdBk-217F имеют одну и ту же методологическую основу: расчет ИО по формулам типа (1)-(3) плюс учет реальных условий с помощью набора эмпирических коэффициентов. Надо заметить, что в зарубежной литературе по надежности РЭА, регулярно возникают дискуссии о правомерности коэффициентного метода прогнозирования надежности, заложенного в справочник MIL-HDBK-217. Одна из относительно недавних статей по этому поводу была опубликована в журнале "Quality and Reliability Engineering International" - [89].

Упоминавшийся выше институт "Электронстандарт" имеет свой сайт, на котором можно заказать нужную литературу - **www.elstandart.spb.ru/Core/100/dest_9_1.htm** .

Зарубежных работ по механизмам отказов элементов РЭА просто море. Кроме уже упоминавшихся конференций по физике надежности, достаточно открыть любой номер журнала "Microelectronics and Reliability", и почти любой номер журнала - "IEEE Transactions on Reliability", или "IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing". В частности, отмечу статью [90] из последнего, которая показалась мне весьма важной для решения проблемы надежности внутренних межконтактных соединений - проблемы, актуальной для всех изделий электроники. Из журнала "IEEE Transactions on Reliability" хотелось бы обратить внимание на статью с названием "Практическое встраивание надежности в полупроводниковое производство" [91]. Основная идея статьи очень проста: при современной скорости развития полупроводниковой технологии ждать результатов испытаний на надежность малоперспективно, поэтому надо заниматься надежностью на уровне пластин и создавать базу данных о "встроенной" надежности с априорной информацией, которую можно потом использовать при расчетах надежности.

Теперь рассмотрим некоторое количество информации о компьютерах и их элементах. Большой фирменный материал по оценке надежности накопителей для персональных компьютеров приведен в [92]. Речь идет о дисках фирмы "Seagate", а материал фактически содержит методику расчета надежности в реальных условиях потребителя. Для расчетов предлагается использовать модель Аррениуса (формулу (1)) и ФР Вейбулла. Единственное "но" к этому материалу состоит в том, что параметры распределения Вейбулла предлагается оценивать по результатам реальных испытаний с помощью статистического пакета некоей американской фирмы, каким вряд ли кто из российских пользователей захочет воспользоваться. Но это обстоятельство не является препятствием, поскольку для использования приведенной в [92] методики нужно оценить параметры двухпараметрического распределения Вейбулла, т.е. значения β и θ в формуле (4):

$$F(t) = 1 - \exp(-(t/\theta)^{\beta}), \qquad (4)$$

где β и θ - параметры формы и положения, соответственно. Чтобы это сделать, можно в первом приближении построить эмпирическую ФР на сетке распределения Вейбулла. Техника этого построения лучше всего описана в [40] и [73]. Полученные в [92] значения для наработки на отказ превышают 200000 часов.

В статье [93] приведены достаточно подробные рекомендации по оценке надежности большого числа компьютеров, используемых на том или ином предприятии, а также по оптимизации способов их резервирования.

Гречкин, Сидельников в своей статье [94] обсуждают вопрос о том, так ли уж надежно хранить информацию на надежных накопителях? Суть проблемы вполне тривиальна и связана с количеством используемых компьютеров и временем хранения информации. В [94] показано, что даже если принять среднюю наработку на отказ равной 750000 часов, то при работе на предприятии 20 компьютеров вероятность отказа одного из винчестеров через три года эксплуатации становится большей 50%. А если на нем хранилось что-то очень важное?! Авторы обсуждают, как наилучшим образом выбрать систему резервного копирования.

Данные по надежности карманных компьютеров, продаваемых на российском рынке, приведены в заметке [95]. Наихудшие показатели у компьютеров фирмы Compaq - коэффициент ненадежности равен 27%, наилучшие - у фирмы Palm - 1% (авторы под коэффициентом ненадежности понимают отношение числа отказов за определенный период времени к количеству проданных за тот же период времени устройств).

В.Н. Ручко в статье "Моделирование повреждений в деталях и надежность металлургического оборудования" [96], ссылаясь на уникальность металлургического оборудования и его высокую безотказность, утверждает, что наиболее перспективным путем обеспечения надежности этого оборудования является "создание специальных систем информации о степени повреждения ремонтируемых деталей, не достигших предельного состояния и не имеющих отказов" и использование впоследствии этой информации для управления надежностью оборудования. Мне кажется, что уникальность оборудования вовсе не мешает использовать гигантский материал, накопленный именно в металлургии по проблеме накопления усталостных повреждений, хотя это совсем не противоречит идее использования информации, появляющейся задолго до наступления критического состояния. К достоинствам статьи [96], на мой взгляд, надо отнести большой список использованной в ней литературы (40 наим.). В работе одной из кафедр Бауманки также рассматривается проблема анализа процесса накопления повреждений в инструменте [97]. В работе разработаны методики оценки ПН массовых быстрорежущих осевых инструментов, и предложены методы повышения этих показателей в 2-2.5 раза.

В журнале "Заводская лаборатория", который я выше уже хвалил, есть очень важная постоянная рубрика - "Обмен опытом". В ней довольно часто публикуются материалы, которые стоило бы брать на вооружение другим предприятиям. В частности, применительно к проблемам надежности, хотелось бы обратить внимание на статью [98], в которой на практическом примере показано, как следует применять метод экспертной оценки в ситуации, когда необходимо ранжировать большое число технологических факторов, влияющих на возникновение дефектов в детали сложного профиля (речь идет об отливках ответственного назначения типа "ротор"). Анкеты экспертных оценок по каждой из двух проанализированных деталей включали по 8 видов дефектов и по 21 и 19 факторов, соответственно. Результатом этой работы стало изменение конструкции литниково-питающей системы и корректировка технологии, что позволило получить 100%-ю годность деталей по рентгеновскому просвечиванию, и снизить в 2-3 раза их отсев другими методами.

Естественно, что занимаются проблемами надежности и в электротехнике и энергетике. Вот несколько примеров из опыта этих отраслей. Ю.Н. Самородов проклассифицировал дефекты турбогенераторов, что позволило повысить надежность этих ответственных изделий электроэнергетики [99]. И.С. Минкина с соавторами разработали алгоритм оценки остаточного ресурса, применительно к высоковольтным выключателям [100]. Рамочкин и Лукацкая получили зависимость числа циклов высоковольтного выключателя до отказа от силы протекающего через него тока [101]. Проблема долговечности контактных соединений в энергетике больших мощностей изучалась в работе [102], где на основе диагностических данных была построена физическая модель надежности контактов. В [103] группа авторов обсуждает проблемы эксплуатационной надежности и продления сроков службы оборудования для Сургутской ГРЭС, а в [104] Л.К. Осика излагает общий подход к обеспечению надежности электроснабжения потребителей в современных условиях.

Наконец, в конце этого подраздела немного информации о надежности высоковольтных трансформаторов - очень актуальная тема в свете недавно произошедшего в Москве энергетического кризиса. В июне с.г. в Москве прошел коллоквиум СИГРЭ, на котором среди прочих обсуждались и проблемы надежности мощных трансформаторов. В одном из докладов (авторы: Соколов В., Цурпал С., Дробышевский А. "Проблемы надежности мощных трансформаторов и реакторов. Виды и причины отказов") приведены данные об ИО мощных трансформаторов в зависимости от их наработки. Из рисунков следует, что, например, ИО автотрансформаторов на 500/220 kV примерно постоянна во времени для наработок от нуля и до 30 лет, и колеблется от 0,2 до 0,5%/год. Для трансформаторов на 400MVA, 330kV наблюдается явно выраженный участок приработки длительностью до 3 лет, после чего ИО примерно постоянна, и колеблется от 0,4 до1.5%/год. (Материалы коллоквиума будут вскоре доступны для приобретения. Соответствующая информация должна появиться на сайте ВЭИ им. В.И. Ленина – **www.vei.ru**).

Литература

В1. Губанов Б.И. Триумф и трагедия "Энергии". Размышления главного конструктора – **http://www.buran.ru/htm/18-3.htm**

В2. **Щурин В.К.** Проблема надежности в философском аспекте. - **http://www.orenburg.ru/culture/credo/04_2002/14.html**

В3. **Madu Ch.N.** Reliability and quality interface. – International Journal of Quality & Reliability Management, 1999, #7, pp.691-698.

В4. **Rojas A.R.-F**. Reliability Improvemant vs Quality? An Integrated Approach. – **www.aidic.it/italiano/congressi/esrel2001/webpapersesrel2001/349.pdf**

1. **Ллойд Д.К., Липов М.** Надежность. Организация, исследования, методы, математический аппарат. – М.: Сов. Радио, 1964. – 688с.
2. **Базовский И.** Надежность. Теория и практика. – М.: Мир, 1965. – 376с.
3. **Шор Я.Б**. Статистические методы анализа и контроля качества и надежности. – М.: Сов. Радио, 1962. – 552с.
4. **Справочник** по надежности/Под ред. Левина Б.Р. (в 3-х т.). – М.: Мир, 1969, 1970.
5. **Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д.** Математические методы в теории надежности. – М.: Наука, 1965. – 524с.
6. **Барлоу Р., Прошан Ф.** Математическая теория надежности. – М.: Сов. Радио, 1969. – 488с.
7. **Козлов Б.А., Ушаков И.А**. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. – М.: Сов. Радио, 1975. – 472с.
8. **Гнеденко Б.В., Ушаков И.А.** О некоторых современных проблемах теории и практики надежности. – "Вестник машиностроения", 1988, №12, с.3-9.
9. **Рухин А.Л., Хсиех Х.К**. Обзор советских работ по надежности. – НКК, 1989, "2, с.3-25.
10. **Комментарии** к статье А.Л. Рухина и Х.К. Хсиеха "Обзор советских работ по надежности". – НКК, 1989, №3, с.3-16.

11. **Ушаков И.А.** Надежность: прошлое, настоящее, будущее. – ММК, 2001, №5, с.21-25; №6, с.29-32.
12. **Ушаков И.**А. У истоков. – ММК, 2004, №1, с.
13. http://iliaf.folderhost.com/smrssl05/index.htm
14. **ГОСТ** 27.002-89. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 38с.
15. **Аронов И.З.** Методические рекомендации по установлению сроков гарантии, службы (годности) на товары народного потребления в соответствии с требованиями Закона Российской Федерации "О защите прав потребителей". – В сб. Методические рекомендации по исполнению Закона Российской Федерации "О защите прав потребителей". – М.: АО "Сертификация в бизнесе и торговле", 1993. – С.22-35.
16. **Аронов И.З., Шпер В.Л.** О гарантийных показателях и показателях надежности. – НКК, 1998, №3, с.54-58.
17. **Демидович Н.О**. Стандартизация модели отказов. – НКК, 1994, №9, с. 35-64.
18. **О стандартизации** модели отказов. – НКК, 1997, №3, с.26-40.
19. **Шпер В.Л**. О стандартизации модели отказов. – НКК, 1997, №10, с. 40-48.
20. **Демидович Н.О.** Гармонизация терминологии в области надежности. – ММК, 2002, №10, с.43-47.
21. **Белов В.П. и др**. О понятиях "надежность" и "безопасность" технических систем с позиций разработчиков. – ММК, 2003, №10, с.46-49.
22. **Надежность** технических систем: Справочник. – Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608с.
23. **Надежность** и эффективность в технике: Справочник: В 10т./Ред. Совет: В.С. Авдуевский (пред.) и др. – М.: Машиностроение.
24. **Коновалов Л.В.** Роль и приоритетные направления конструкционной надежности машин при современных тенденциях машиностроения. – НКК, 1997, №5, с.3-17; №6, с.3-18.
25. **Дружинин Г.В.** Надежность автоматизированных производственных систем. 4-е изд., испр.и доп.- М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480с. – www.alib.ru/bs.php4?bs=Lider&id=1150321
26. **Рябинин И.А.** Надежность и безопасность структурно-сложных систем. – М.: Политехника, 2000. – 248с. - http://chaconne.ru/public_html/shop/index.php?id=2081546
27. **Энциклопедия** "Машиностроение". Том IV-3. "Надежность машин". - http://www.mashin.ru/book/bookcontent.php?kodbook=67
28. **Проников А.С.** Параметрическая надежность машин. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 560с. - http://www.ozon.ru/?context=detail&id=1345909
29. **Острейковский В.А.** Теория надежности. – М.: Высшая школа, 2003. – 463с. - http://www.colibri.ru/binfo.asp?cod=139095&prt=359
30. **Антонов А.В., Острейковский В.А.** Оценивание характеристик надежности элементов и систем ЯЭУ комбинированными методами. – М.: Энергоатомиздат, 1993. – 368с.
31. **Ярлыков Н.Е.** Повышение эффективности контроля надежности. – М.: Радио и связь, 2004. – 151с. - http://www.colibri.ru/binfo.asp?cod=143942&prt=359
32. **Черкесов Г.Н.** Надежность аппаратно-программных комплексов. – СПб.: Питер, 2005. – 480с. - http://www.ozon.ru/?context=detail&id=1904328
33. **Савчук В.П.** Байесовские методы статистического оценивания: Надежность технических объектов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 328с.
34. **Переверзев Е.С**. Надежность и испытания технических систем. – Киев, Наук. думка, 1990. – 328с.

35. **Фундаментальные** проблемы теории точности. Коллектив авторов. – СПб, Наука, 2001. – 504с.
36. **Статистические** методы анализа безопасности сложных технических систем: Учебник/Л.Н. Александровская, И.З. Аронов, А.И. Елизаров и др. – М.: Логос, 2001. – 232с.
37. **Аронов И.З., Штерн Л.М.** Оценка надежности персонала в целях анализа безопасности технических систем. – ММК, 2001, №11, с.29-36.
38. **Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б**. Модели отказов. – М.: Сов. Радио, 1966. – 166с.
39. **Михайлов А.В**. Эксплуатационные допуски и надежность в радиоэлектронной аппаратуре. – М.: Сов. Радио, 1970. – 216с.
40. **Капур К., Ламберсон Л.** Надежность и проектирование систем. – М.: Мир, 1980. – 606с.
41. **Mann N.R., Shafer R.E and Singpurwalla N.D.** Methods for Statistical Analysis of Reliability and Lifetime Data. – N.Y., John Wiley & Sons, Inc.,1974.
42. **Lawless J.F.** Statistical Models and Methods for Lifetime Data. - N.Y., John Wiley & Sons, Inc.,1982. – 583P.
43. **Гербуз В.И.** Обеспечение требуемого уровня начальной параметрической надежности изделий. – НКК, 1994, №5, с.47-53.
44. **Lai C.D., Min Xie, Murthy D.N.P**. A modified Weibull distribution. – IEEE Transactions on reliability, 2003, #1, pp.33-37.
45. **Гродзенский С.Я**. Об универсальных распределениях моментов наступления отказов элементов систем управления. – ММК, 2001, №12, с.34-37.
46. **Гродзенский С.Я**. Оценка надежности изделий по данным эксплуатации. – ММК, 2002, №8, с.38-40.
47. **Гродзенский С.Я**. Оценка показателей надежности в случае смеси распределений экспоненциального и Вейбулла. – ММК, 2003, №7, с.43-45.
48. **Громацкий В.А**. Байесовская оценка надежности для нормального распределения с параметрами из сопряженного семейства распределений. – НКК, 1997, №5, с.45-50.
49. **Merrick, J.W., et al**. A Bayesian Semiparametric Analysis of the Reliability and Maintenance of Machine Tools. - Technometrics, 2003, No. 1, pp. 58-69.
50. **Huei-Yaw Ke**. A Bayesian/Classical Approach to Reliability Demonstration. – Quality Engineering, 2000, #12(3), pp.365-370.
51. **Аронов И.З., Бурдасов Е.И**. Оценка надежности по результатам сокращенных испытаний. – М.: Изд-во стандартов, 1987. – 184с.
52. **Скрипник В.М. и др**. Анализ надежности технических систем по цензурированным выборкам. – М.: Радио и связь, 1988. – 184с.
53. **Буртаев Ю.Ф**. Проверка однородности информации о надежности при альтернативе общего вида. – НКК, 1998, №6, с.16-22.
54. **Адлер Ю**.П. и др. Бутстреп-моделирование при построении доверительных интервалов по цензурированным выборкам. – Заводская лаборатория, 1987, №10, с. 90-94.
55. **Адлер Ю**.П. и др. Использование бутстреп-метода при определении нижней доверительной оценки показателя долговечности. – НКК, 1987, №9, с.50-54.
56. **Адлер Ю**.П. и др. Применение бутстреп-метода при комплексном прогнозировании ресурса изделий с учетом экспертных оценок. – НКК, 1988, №8, с.29-33.
57. **Адлер Ю**.П. и др. Прогнозирование экспертных оценок технического состояния с использованием метода бутстреп. – НКК, 1989, №12, с.13-21.
58. **Савчук В.Л., Гайдученко П.А**. Опыт применения метода бутстреп для оценивания коэффициента безопасности при расчете конструкций на прочность. – НКК, 1988, №8, с.3-7.

59. **Антонов А.В**. Об определении индивидуального ресурса изделий атомных станций. – НКК, 1996, №10, с.42-49.
60. **Болотин В.В**. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990. - 380с.
61. **Острейковский В.А**. Старение и прогнозирование ресурса оборудования атомных станций. – М.: Энергоатомиздат, 1994. – 288с.
62. **Мирцхулава Ц**.Е. Об одном подходе прогноза старения и надежности плотин. – ММК, 2000, №6, с.37-40.
63. **Андреев А.Г., Перегуда А.И.** Экспоненциальная оценка показателей долговечности изделия, функционирующего в условиях ударных нагрузок. – ММК, 2004, №12, с.37-41.
64. **Диоды** и тиристоры в преобразовательных установках/М.И. Абрамович и др. – М.: Энергоатомиздат, 1992. – 432с.
65. **Клиот А.Е.** Механизм износа и разрушения электрорадиоэлементов под воздействием приложенного потенциала/В сб. Качество и надежность изделий. – М.: "Знание", 1991, с.53-85.
66. **Богданофф Дж., Козин Ф.** Вероятностные модели накопления повреждений. - М.: Мир, 1989. - 344с.
67. **Демидович Н.О.** Особенности проверки соответствия опытного распределения теоретическому в задачах надежности. – НКК, 1999, №11, с.29-33.
68. **Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н**. О правилах проверки согласия опытного распределения с теоретическим. – НКК, 1999, №11, с.34-43.
69. **Лемешко Б.Ю.** Об оценивании параметров распределений и проверке гипотез по цензурированным выборкам. – НКК, 2001, №4, с.32-38.
70. **Лемешко Б.Ю. и др.** К оцениванию параметров надежности по цензурированным выборкам. – Заводская лаборатория, 2001, №1, с.52-64.
71. **Лемешко Б.Ю.** О распределениях статистики и мощности критерия типа χ^2 Никулина. – Заводская лаборатория, 2001, №3, с.52-58.
72. **Золотухина Л.А.** Доверительные интервалы наименьшей длины для параметров показательного двухпараметрического распределения. - Заводская лаборатория, 2000, №11, с.54-57.
73. **Хан Г., Шапиро С.** Статистические модели в инженерных задачах. – М.: Мир, 1969. – 396с.
74. **Шпер В.Л**. Лучше один раз увидеть, чем много считать. –
75. **Хаушильд В., Мош В**. Статистика для электротехников в приложении к технике высоких напряжений. – Л.: Энергоатомиздат, 1989. – 312с.
76. **Avertin F. et al**. Reliability of IGBT-Modules for Traction Applications. - Power Electronics Europe, 2001, #7, pp.15-19.
77. **Januszewski St. et al**. Semiconductor Device Failures in Power Converter Service Conditions. - EPE Journal, 1998, #3-4, pp.12-17.
78. **Martin P.L.** Analyzing Semiconductor Failure. - **www.qualitydigest.com/dec99/html/semiconductor.html**
79. **Самые** надежные автомобили. - **www.n-t.org/tp/ts/na.htm**
80. **Самые** надежные автомобили 2005 года. - **www.astera.ru/auto/?id=25726**
81. **Зенин С.В., Шпер В.Л**. Применение диаграмм Парето для анализа качества автомашин ВАЗ. – ММК, 2000, №11, с.4-10.
82. **Сто** лет авиации. - **www.rg.ru/2003/12/17/aviaciya.html**
83. **www.rg.ru/2003/08/26/Vyjitudaetsyaredko.html**

84. **Виркунен В.** "Аэрофлот" теряет надежность. Техники авиакомпании предупреждают: качество ремонта самолетов падает. - **www.newizv.ru/news/?id_news=26044&date=2005-06-10**
85. **Шагаев И., Пляскота С. - www.aviation.ru/afherald/7896/pg82.rhtml**
86. **www.electronics.ru/640.html?searchstring=Надежность**
87. **Писарев В. и др.** Система испытаний - основа обеспечения надежности РЭА. - **www.electronics.ru/267.html**
88. **Лунев С., Майоров В**. Расчет надежности в процессе проектирования радиоэлектронных систем. - **www.electronics.ru/430.html**
89. **Wong Kam L**. What is wrong with the existing reliability prediction method? - Quality and Reliability Engineering International,1990, pp.251-257.
90. **Runnels S.R. et al**. Advanced Experimental and Computational Tools for Robust Evaluation of On-Chip Interconnect Reliability. - IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing, 2002, #3, pp.355-365.
91. **Wei-Tin Kary Chen, Ch. Hung-Jia Huang.** Practical "building-in reliability" approaches for semiconductor manufacturing. - IEEE Transactions on Reliability, 2002, #4, pp.469-481.
92. **Оценка** надежности накопителей, установленных в настольных компьютерах и бытовых электронных устройствах. - **www.ixbt.com/storage/reliability.shtml**
93. **Гайлунь В.** Рекомендации по оценке надежности функционирования компьютеров и использованию резервных компьютеров на предприятии. - **www.cio-world.ru/techniques/argument/33594/**
94. **Гречкин А.Н., Сидельников А.И.** Технико-экономическое обоснование системы резервного копирования. - **www.ntfnt.ru/publ/store.htm**
95. **Хавжу Д.** Надежность карманных компьютеров. - **www.hpc.ru/lib/arts/1140/**
96. **Ручко В.Н.** Моделирование повреждени7й в деталях и надежность металлургического оборудования. -
97. **www.techno.edu.ru:16000/db/msg/22348.html**
98. **Крушенко Г.Г. и др.** Анализ дефектности отливок методом экспертных оценок. - Заводская лаборатория, 2000, №5, с.64-66.
99. **Самородов Ю.Н.** Атлас дефектов и неисправностей турбогенераторов. - Электрические станции, 2004, №12, с.50-55.
100. **Минкина И.С и др.** Алгоритм оценки остаточного ресурса выключателя. - Электрические станции, 2004, №12, с. 58-62.
101. **Рамочкин Ю.Г., Лукацкая И.А.** Исследование коммутационного ресурса вакуумных дугогасительных камер с аксиальным магнитным полем. - Электротехника, 2005, №2, с.9-15.
102. **Власов А.Б.** Прогнозирование долговечности контактных соединений по данным тепловизионной диагностики. - Электротехника, 2003, №12, с.27-33.
103. **Резинских В.Ф. и др.** Эксплуатационная надежность и перспективы продления сроков службы тепломеханического оборудования Сургутской ГРЭС-2. - Электрические станции, 2005, №3, с.11-15.
104. **Осика Л.К.** Пути обеспечения надежности электроснабжения потребителей - субъектов оптового и розничного рынков электроэнергии на современном этапе реформирования энергетики. - **www.np-ats.ru/getfile.jsp?fid=177**

(продолжение – в следующем номере журнала)

МЫ ВСЕ ЖИВЁМ НА ОДНОЙ ЖЁЛТОЙ ПОДВОДНОЙ ЛОДКЕ…

(научно-романтическая новелла)

Джон Д. Кеттель и Игорь А. Ушаков

Мы, Джон и Игорь, имели, вероятно, совершенно уникальный опыт научно-технического общения где-то в конце «холодной войны». Мы расскажем Вам о том, как развивались наше знакомство и переплетались наши научные интересы. И мы надеемся, что эта коротенькая новелла послужит сближению между нашими странами (и научно-техническими организациями).

Первоначально мы намеревались написать нечто сугубо научно-техническое. Но для того, что получилось, мы даже не сразу нашли название. Мы надеемся, что Вам хватит терпения прочитать эти очень личные воспоминания и размышления о нашем общем недавнем прошлом. Тот же, кто интересуется больше математической частью нашей работы, может сразу перейти к описанию алгоритма Кеттеля в Приложении 1 и его дальнейшему развитию в Приложении 2.

Часть I.

Джон.

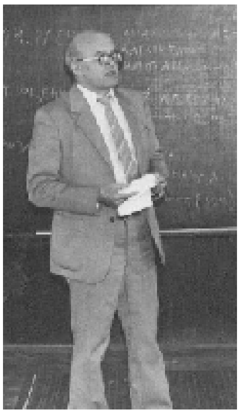
В 1958 Соединенные Штаты Америки в ответ на разработку в Советском Союзе программы МКБР (межконтинентальных баллистических ракет) начали работу над системой BMEWS, the Ballistic Missile Early Warning System, т.е. Системы раннего предупреждения. (BMEWS, надо заметить, является ужасно нелепым сокращением, поскольку произносится так же, как и английское слово “bemuse”, которое означает «увеселение», «забава».) Как и всякая большая система, BMEWS включала в свой состав огромное количество таких подсистем, как источники питания, собственно радар, некие вычислительные устройства, необходимые для обработки локационных сигналов (в те дни ЭВМ пребывали еще в младенческом возрасте). Моя компания Kettelle & Wagner[8] (K&W) получила контракт на разработку методологии оптимального распределения ресурсов между резервными элементами в системе.

Как раз незадолго до того я присутствовал на лекции Ричарда Беллмана, который рассказывал про свои, тогда еще совсем новые, концепции динамического программирования. Этот подход показался мне удачным для решения той проблемы, которая стояла перед нами. И хотя проект BMEWS был ужасно секретный, в 1962 году мне разрешили опубликовать статью по оптимальному резервированию [1]. Краткое изложение идеи моего алгоритма можно найти и в Приложении №1.

[8] Даниел Вагнер (1925-1997), известный американский специалист по исследованию операций. ORSA (Американское общество по исследованию операций) установило в его честь Приз за лучшее приложение методов исследования операций в практику.

Игорь.

В начале 60-х я работал в Советском Союзе в одном из закрытых НИИ, который разрабатывал систему дистанционного управления МКБР, то бишь теми самыми баллистическими ракетами с ядерными боеголовками. Это было горячее время «холодной войны», когда во время Карибского кризиса обоим – и Джону Кеннеди, и Никите Хрущеву хватило разума избежать Третьей Мировой Войны...



К слову, советские баллистические ракеты были нацелены не только на Америку и Западную Европу: Китай («лучший друг Советского Союза») был также не забыт вниманием…

Одна из моих задач состояла в обеспечении системы запасными элементами, что было для меня совершенно новой тематикой. Пришлось перерыть гору литературы, и, наконец в американском журнале “Operations Research” («Исследование операций») я нашел статью Дж. Д. Кеттеля «Оптимальное распределение средств для повышения надежности» [1].

Я увидел, что в статье дается точное решение очень сложной задачи распределения ресурсов и предлагается понятный и даже, можно сказать, элегантный вычислительный алгоритм. Сознаюсь, что наши попытки использовать напрямую динамическое программирование Ричарда Беллмана [2] оказались безуспешными. Напомню, что у нас в те времена компьютеры практически не использовались в повседневной инженерной практике, а метод Беллмана был совершенно непригоден для «ручного счета». Найденный алгоритм было бы слишком долго называть «модифицированный алгоритм динамического программирования», поэтому я пустил в научно-технический обиход новое название – «Алгоритм Кеттеля».

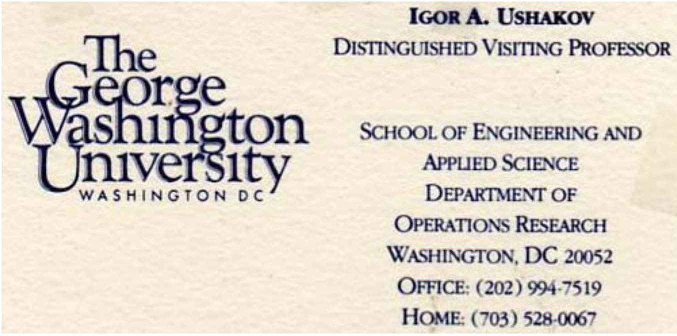
Я перевел статью и поместил ее в сборник переводов под названием «Оптимальные задачи надежности» [3]. Название сборника выглядит немного глуповато: я имел в виду «оптимизационные проблемы», но редактор издательства изменил название на «более благозвучное»: «Оптимальные задачи»! Конечно же, это была моя ошибка, проверяя гранки книги, не обратить внимания на титульный лист!

С тех пор в русской литературе по надежности все использовали для алгоритма название «Алгоритм Кеттеля». (Как я обнаружил впоследствии, алгоритм не носил такого имени в стране, где он был разработан!)

Со временем, компьютеры, наконец, стали рабочим инструментом инженеров, и я решил модифицировать Алгоритм Кеттеля. Это была очень простенькая, и честно говоря, незначительная доработка [3], хотя процедура и оказалась удобной: я назвал ее «Универсальная производящая функция» [4, 5]. Оказалось, что эта методология привела к ряду интенсивных исследований и практических приложений: мои коллеги и друзья из Израиля Григорий Левитин и Анатолий Лиснянский со своими коллегами проделали гигантскую работу [6, 7, 8]. Исчерпывающая библиография по развитию Универсальной производящей функции может быть найдена в [9].

Краткое описание модифицированного Алгоритма Кеттеля (Универсальной производящей функции) представлено в Приложении 2.

Часть II.


The George Washington University
WASHINGTON DC
IGOR A. USHAKOV
DISTINGUISHED VISITING PROFESSOR
SCHOOL OF ENGINEERING AND
APPLIED SCIENCE
DEPARTMENT OF
OPERATIONS RESEARCH
WASHINGTON, DC 20052
OFFICE: (202) 994-7519
HOME: (703) 528-0067

Игорь

В 1989 меня пригласили на один семестр почитать лекции в Университет Джорджа Вашингтона. Университет прислал мне приглашение и просил дать официальное формальное согласие, после получения которого они пришлют мне официальный контракт, который я должен подписать и послать им, на что они должны прислать мне официальное подтверждение о заключении контракта... Я понимал, что подобная «туда-сюда» бюрократическая переписка будет длиться до второго пришествия (учитывая медленную почту и непременную проверку каждого письма из-за границы). Поэтому я решил поехать в Вашингтон сам и подписать все бумаги прямо там. Мой друг, который служил Научным секретарем у Академика-секретаря Академии наук, помог оформить мне срочную загранкомандировку: он организовал мне трехдневную поездку в Америку, но за билеты и проживание я должен был платить сам …

Я прилетел в Вашингтон, где мой старинный друг Роберт Макол (которого многие знают по его прекрасной книге [10]) встретил меня в аэропорту и предложил остановиться у него дома. Это было очень кстати, поскольку у меня не было и ломаного американского гроша!

На следующий день я пошел в университет пешком через весь город, в 30-градусную жару и при почти 100% влажности (отсутствие денег – действительно, зло!). Кстати, когда Боб вечером увидел мой мокрый пиджак, когда я вернулся, то, узнав в чем дело, был страшно обижен на меня, что я ему ничего не сказал, выдал мне сотню долларов со словами, что не истраченные деньги я могу вернуть ему перед отъездом...

Можете себе представить, как долго я объяснял своим американским коллегам в университете, что я хотел бы получить приглашение на год с оплатой за семестр, потому что в противном случае у меня нет шансов взять с собой жену... Оно не могли понять, почему советский специалист, если он едет заграницу меньше, чем на 9 месяцев, он не может взять свою жену с собой! Пришлось рассказать им о некоторых физиологических особенностях женского организма …

Наконец, я подписал все бумаги, вернулся в Москву, и через два месяца мы с женой уже летели в Америку! Кстати, поскольку не было билета Москва-Нью-Йорк - Вашингтон, нам пришлось лететь прелюбопытнейшим маршрутом (и за неплохие деньги!): Москва – Шеннон – Гавана – Мехико – Сан-Франциско – Нью-Йорк - Вашингтон! (К счастью, в агентстве аэрофлота у меня была знакомая...) Во всяком случае, до начала учебного года мы оказались в Вашингтоне …

После первого семестра, мне предложили продлить контракт еще на полгода. Сами понимаете, отказаться я был не в силах. А затем к моему удивлению меня попросили остаться еще на год ….

Когда уже подходил к концу второй год моего пребывания в Вашингтоне, я вдруг «почувствовал сердце» – трудно было без двух-трех остановок подняться на второй этаж.

Хирург-кардиолог Университетского госпиталя, к которому я пришел на консультацию, сказал, что надо делать операцию на сердце... Операция прошла удачно, как вы видите, иначе не писать бы мне этой статьи. После операции тот же хирург сказал, что мне неплохо бы было побыть под его наблюдением... Я был просто в панике: как я могу остаться в стране без денег и без работы? И тут опять мой друг Боб Макол помог мне.

Так вышло, что во время моего первого визита в Вашингтон, когда я остановился у Маколов, после собеседования в Университете, я оставил в комнате, где я жил, все свои препринты, которые я приволок для подтверждения своей профессиональной пригодности (но никто их и не смотрел!). В одном из них была ссылка на статью Кеттеля! Боб сохранил этот препринт и подарил его своему старинному другу Джону Кеттелю, демонстрируя, насколько тот популярен в Советском Союзе.

Когда Боб понял, в каком я нахожусь положении, он позвонил своему другу и …

Джон.

Я помню, как однажды Боб Макол позвонил мне и рассказал, что его русский друг, Игорь Ушаков, улетая на родину, оставил несколько препринтов со ссылками на мою статью. Это меня заинтриговало ….

Я обнаружил, что в России алгоритм, который я изобрел, носит мое имя!

Потом года через два Боб опять позвонил мне и спросил, не хочу ли я встретиться с автором статьи, где упоминался мой алгоритм. Я, конечно, был этому рад: так мы встретились с Игорем. Его контракт с Университетом Джорджа Вашингтона заканчивался, и я предложил ему работу в моей компании Ketron, Inc...

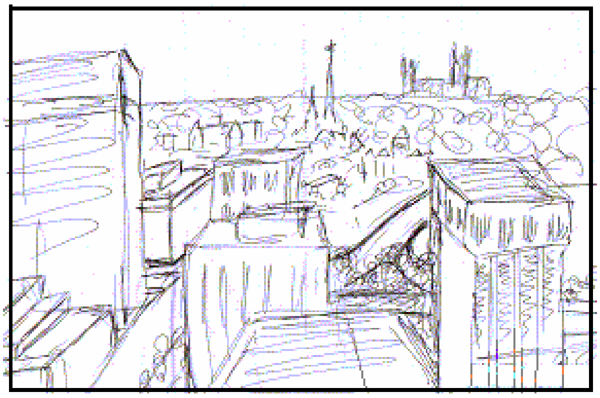
Часть III.

Джон.

Вскоре мы пришли к идее о создании Института «Кетрон-Москва», который Игорь возглавил в качестве директора. Моя цель была привлечь талантливых русских математиков и программистов, чтобы помочь своей компании, а целью Игоря – насколько я понимал – была помощь своим друзьям и бывшим коллегам выжить в той экстремально тяжелой обстановке, которая сложилась в Советском Союзе.

Игорь.

Я хорошо помню свой самый первый день в Кетроне … Мой офис был по соседству с офисом президента – Джона Кеттеля. Он представил меня всем сотрудникам своей компании. Секретарша Джона стала по совместительству и моей. Офис был прекрасный – особенно вид из окна, где на



горизонте возвышался Вашингтонский Кафедральный Собор...
Я начал работу. У Джона были грандиозные планы: как привлечь русских программистов и прикладных математиков для работы здесь, в Америке... Я был полон энтузиазма!

Секретарша Джона, Дженис принесла мне кипу бумаг, которые я представил в фирму при оформлении. Среди них я обнаружил... несколько ее отчетов в ФБР о моих разговорах с моими русскими коллегами, копии моих емейлов и т.п. Конечно, для меня это не было чем-то новым: КГБ или ФБР – велика ли разница?

Дженис была очень милая девушка, поэтому я потихонечку принес ей все эти бумаги со словами, что в Советском Союзе за такой «прокол» ее бы сурово наказали. Но мы сохраним секрет об этой ошибке между нами. С того момента Дженис стала моим хорошим другом и помощником (а с моим английским мне это было очень нужно)…

К несчастью, эта работа длилась недолго. Компания обанкротилась (хороший пример случайных событий при капитализме), но с помощью Джона мне удалось найти новую работу. Он рекомендовал меня своему бывшему сотруднику, который стал Вице-президентом по науке гигантской американской телефонной компании MCI.

Так с помощью Джона Кеттеля я выжил в США…

Часть IV.

Игорь.

Наша совместная работа завершилась. Но наша дружба еще больше окрепла. Мы ездили в гости к Кеттелям, они навещали нас.

Однажды в День Независимости 4-го июля мы навестили Кеттелей и даже приняли участие в импровизированном «военном параде». Джон раздал всем «деревянные ружья». (На фото: мой сын Слава, гостивший тогда у нас, Джон и его друг, советник Британского посольства, живший по соседству.)

А однажды мы с Джоном случайно встретились на приеме «бывших выпускников» хирургического отделения кардиологического госпиталя при Университете Джорджа Вашингтона.

Так случилось, что один и тот же хирург делал операции и мне, и Джону. И фамилия у этого японского парня была по-русски ласковая: звали его Алиона...

Часть V.

Джон.

Недавно Игорь позвонил мне и пригласил участвовать Форуме Гнеденко. Борис Гнеденко очень хорошо известен в научных кругах Америки, кроме того, я встречал профессора Гнеденко, когда он навещал Игоря в США и посетил нашу фирму. Поэтому я решил принять участие в работе Форума настолько, насколько мне позволит мое бренное тело.

Вскоре Игорь предложил мне написать совместную статью о развитии Алгоритма Кеттеля, что, я надеюсь, будет осуществлено.

Игорь также предложил написать совместно эту историю как пример замечательного научного сотрудничества, убедив меня, что она может оказаться интересной не только специалистам по надежности. Я думаю, что он прав. В самом конце «холодной войны» мы с ним думали, что нам удастся вовлечь российские таланты в работу над интереснейшими прикладными математическими проектами, которые встали перед «западными корпорациями» (а на самом деле и перед всем миром). К сожалению, наши планы не осуществились...

С «надеждой, что весна вечно жива в груди человека[9]", я бы с радостью вернулся к тому проекту сейчас. Версия такого проекта в новом звучании такова:

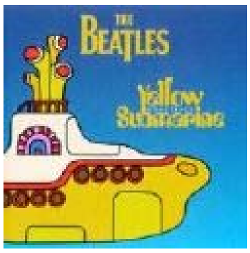
- Составление перечня правительственных и корпоративных проблем в США, России и других странах. Я готов поработать над американской частью перечня и представлю результаты на Форум, чтобы и другие «покачали» свои соображения.
- Соответствующая подборка идей из области прикладной математики (и исследования операций) включает и проблемы, интересующие меня лично:
    - Новый путь переговоров с использованием «компьютерной третьей партии». Это может быть использовано, например, при межправительственных переговорах или при покупке недвижимости.
    - Эффективность производства. Большая часть прикладных математических проектов – в частности, в области исследования операций – финансируется частными компаниями, поскольку это помогает им выжить в конкурентной борьбе и «сделать деньги». При этом в США действует антимонопольный закон. В результате удручающе мало делается для повышения эффективности производства в целом. Логично рассуждая, возникают идеи «коммунистического толка», либо заимствование опыта других стран.

Я бы с радостью принял участие в работе над такими проектами.

Игорь.

Несколько дней назад я позвонил Джону Кеттелю и предложил ему присоединиться к Форуму Гнеденко. Он принял предложение, и, более того, мы решили написать совместную статью об Алгоритме Кеттеля.

И неожиданно, мне пришла мысль, что живу я в том самом Сан-Диего, где более 50 лет назад Джон служил в ВМФ США офицером на подводной лодке!.. Почему я об этом подумал? Кто знает... Может быть, потому что я, сидя в уютной квартирке, слушаю мою любимую песню Биттлов «Желтая подводная лодка»?



[9]Строка из классической поэмы Эрнста Лоуренса Тэйера "Casey at the Bat".

И еще я подумал: как нам всем повезло, что никакой сумасшедший в то ужасное время конфронтации между нашими странами не нажал кнопки пуска баллистической ракеты с ядерной боеголовкой!..

Приложение 1: Описание алгоритма Кеттеля

Допустим, мы рассматриваем подводную лодку, которая должна выполнить определенную операцию длительности t, не заходя на базу. Электронное оборудование на борту подлодки представляет собой последовательное соединение n различных функциональных блоков. При отказе основного блока осуществляется замена его запасным, при этом считается, что система функционирует без нарушения работоспособности. Поскольку объем склада для хранения ограничен, требуется найти оптимальное число запасных блоков, суммарный объем которых не превышал бы этот заданный объём, обеспечивая при этом максимальную надежность оборудования. Ради простоты, допустим, что суммарный объем, занимаемый блоками равен сумме объемов отдельных блоков. (Это допущение делается во избежание необходимости параллельного решения задачи об оптимальной упаковке. В конце концов, можно предположить, что блоки имеют различную стоимость, а ограничение наложено на суммарную стоимость всех запасных блоков.)

Прежде чем сформулировать задачу в общих чертах, введем следующие обозначения:

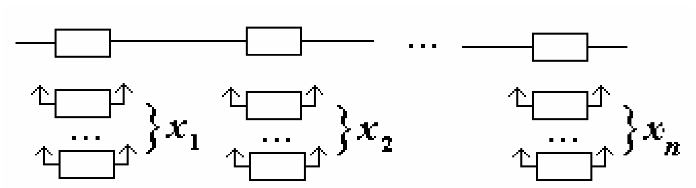
n – число функциональных блоков различных типов в составе системы,

x_k – число запасных блоков типа k,

$R_k(x_k)$ – вероятность безотказной работы основного блока типа k в течение заданного периода времени t при условии наличия x_k запасных блоков,

v_k – объем одного блока типа k. (При сделанных предположениях, суммарный объем x_k запасных блоков равен $x_k\, v_k$).

Необходимо найти такой вектор $X=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, который максимизировал бы вероятность безотказной работы электронного оборудования подводной лодки за время выполнения операции длительности t.



В математических обозначениях эта задача может быть сформулирована следующим образом:

$$\max_X \left\{ \prod_{1\le k\le n} R_k(x_k) \mid \sum_{1\le k\le n} v_k x_k \le C_{LIMIT} \right\}$$

где C_{LIMIT} – ограничение на суммарный объём запасных блоков (объем складского помещения).

Продемонстрируем работу алгоритма на простом примере системы из четырех последовательно соединенных блоков.

Шаг 1. Для каждого основного блока системы для каждого числа запасных блоков x_k, запишем вероятность $R_k(x_k)$ и суммарный объем $v_k\, x_k$.

Таблица 1.

	Число запасных блоков	0	1	2	3	…
	Вероятность безотказной работы	$R_1(0)$	$R_1(1)$	$R_1(2)$	$R_1(3)$	…
Блок 1	Суммарный объем запасных блоков	0	v_1	$2v_1$	$3v_1$	…
	Вероятность безотказной работы	$R_2(0)$	$R_1(1)$	$R_2(2)$	$R_2(3)$	…
Блок 2	Суммарный объем запасных блоков	0	v_2	$2v_2$	$3v_2$	…
	Вероятность безотказной работы	$R_3(0)$	$R_3(1)$	$R_3(2)$	$R_3(3)$	…
Блок 3	Суммарный объем запасных блоков	0	v_3	$2v_3$	$3v_3$	…
	Вероятность безотказной работы	$R_4(0)$	$R_4(1)$	$R_4(2)$	$R_4(3)$	…
Блок 4	Суммарный объем запасных блоков	0	v_4	$2v_4$	$3v_4$	…

Шаг 2a. “Объединим” блоки 1 и 2 следующим образом

Таблица 2.

	Блок 1					
Блок 2		0	1	2	3	…
	0	$R_1(0)R_2(0)$	$R_1(1)R_2(0)$	$R_1(2)R_2(0)$	$R_1(3)R_2(0)$	…
		0	v_1	$2\ v_1$	$3\ v_1$	
	1	$R_1(0)R_2(1)$	$R_1(1)R_2(1)$	$R_1(2)R_2(1)$	$R_1(3)R_2(1)$	…
		v_2	v_1+v_2	$2\ v_1+v_2$	$3\ v_1+v_2$	
	2	$R_1(0)R_2(2)$	$R_1(1)R_2(2)$	$R_1(2)R_2(2)$	$R_1(3)R_2(2)$	…
		$2v_2$	v_1+2v_2	$2\ v_1+2v_2$	$3\ v_1+2v_2$	
	3	$R_1(0)R_2(3)$	$R_1(1)R_2(3)$	$R_1(2)R_2(3)$	$R_1(3)R_2(3)$	…
		$3\ v_2$	$v_1+3\ v_2$	$2\ v_1+3\ v_2$	$3\ v_1+3\ v_2$	
	…	…	…	…	…	…

Шаг 2b. “Объединим” блоки 3 и 4 следующим образом

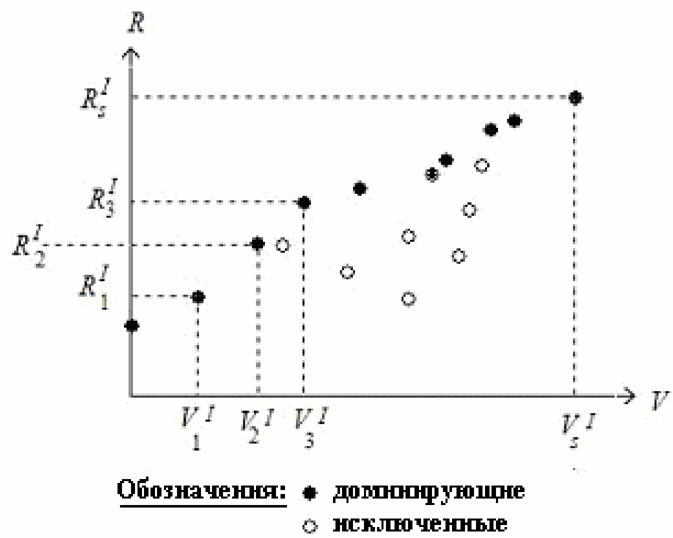
Таблица 3.

	Блок 3					
Блок 4		0	1	2	3	…
	0	$R_3(0)R_4(0)$	$R_3(1)R_4(0)$	$R_3(2)R_4(0)$	$R_3(3)R_4(0)$	…
		0	v_3	$2\ v_3$	$3\ v_3$	
	1	$R_3(0)R_4(1)$	$R_3(1)R_4(1)$	$R_3(2)R_4(1)$	$R_3(3)R_4(1)$	…
		v_4	v_3+v_4	$2\ v_3+v_4$	$3\ v_3+v_4$	
	2	$R_3(0)R_4(2)$	$R_3(1)R_4(2)$	$R_3(2)R_4(2)$	$R_3(3)R_4(2)$	…
		$2v_4$	v_3+2v_4	$2\ v_3+2v_4$	$3\ v_3+2v_4$	
	3	$R_3(0)R_4(3)$	$R_3(1)R_4(3)$	$R_3(2)R_4(3)$	$R_3(3)R_4(3)$	…
		$3\ v_4$	$v_3+3\ v_4$	$2\ v_3+3v_4$	$3\ v_3+3\ v_4$	
	…	…	…	…	…	…

Шаг 3a. Все пары $\{R_1(x_1)*R_2(x_2);\ v_1x_1+\ v_2x_2\}$ упорядочим по возрастанию суммарного объема запасных блоков и затем исключим все пары, которые при одинаковой или меньшей

вероятности имеют большие объёмы. В результате получим последовательность вида: $\{R_1^I, V_1^I\}, \{R_2^I, V_2^I\}, ..., \{R_j^I, V_j^I\}...$

Эта последовательность называется *доминирующей последовательностью*. По сути дела, это множество Парето. Конечно, для каждого члена такой доминирующей последовательности из Таблицы 2 легко находится, какое число запасных блоков x_1 и x_2 должно быть выбрано, чтобы образовать пару $\{R_j^I, V_j^I\}$. Результат такого "объединения", позволяющего построить доминирующую последовательность, может быть представлен в виде следующего графика:



Шаг 3b. Аналогичная процедура повторяется для Таблицы 3. Все пары $\{R_3(x_3)*R_4(x_4);\ v_3x_3+v_4x_4\}$ упорядочиваются, как и ранее, затем производятся аналогичные исключения, и в результате получается доминирующая последовательность вида: $\{R_1^{II}, V_1^{II}\}, \{R_2^{II}, V_2^{II}\}, ..., \{R_j^{II}, V_j^{II}\}...$

Шаг 4. Построим заключительную Таблицу 4.

Таблица 4.

		Первая доминирующая последовательность			
Вторая доминирующая последовательность		1	2	3	…
	1	$R_1^I R_1^{II}$	$R_2^I R_1^{II}$	$R_3^I R_1^{II}$	…
		$V_1^I + V_1^{II}$	$V_2^I + V_1^{II}$	$V_3^I + V_1^{II}$	
	2	$R_1^I R_2^{II}$	$R_2^I R_2^{II}$	$R_3^I R_2^{II}$	…
		$V_1^I + V_2^{II}$	$V_2^I + V_2^{II}$	$V_3^I + V_2^{II}$	
	3	$R_1^I R_3^{II}$	$R_2^I R_3^{II}$	$R_3^I R_3^{II}$	…
		$V_1^I + V_3^{II}$	$V_2^I + V_3^{II}$	$V_3^I + V_3^{II}$	
	…	…	…	…	…

Шаг 5.

Теперь с заключительной Таблицей 4 осуществим процедуру, аналогичную предыдущей. Берём все пары

$$\{R_1^I \cdot R_1^{II}, V_1^I + V_1^{II}\}, \{R_1^I \cdot R_2^{II}, V_1^I + V_2^{II}\}, \{R_2^I \cdot R_1^{II}, V_2^I + V_1^{II}\}, ..., \{R_j^I \cdot R_k^{II}, V_j^I + V_k^{II}\}, ...$$

упорядочиваем их по величине суммарного объема запасных блоков, исключим соответствующие пары, как и ранее, и сформируем финальную доминирующую последовательность: $\{R^*_1, V^*_1\}, \{R^*_2, V^*_2\}, ..., \{R^*_j, V^*_j\}...$

Решение. Находится такой номер k, для которого $V^*_k \le V_{LIMIT} < V^*_{k+1}$. По паре $\{R^*_k, V^*_k\}$, являющейся решением, находятся составляющие ее пары $\{R_i^I, V_i^I\}$ и $\{R_j^{II}, V_j^{II}\}$. В свою очередь, на основании $\{R_i^I, V_i^I\}$ находим сформировавшую эту пару два исходных варианта $\{R_1(x_1), v_1 x_1\}$ и $\{R_2(x_2), v_2 x_2\}$, т.е. оказываются найденными x_1 и x_2, а на основании $\{R_j^{II}, V_j^{II}\}$ находим исходные $\{R_3(x_3), v_3 x_3\}$ и $\{R_4(x_4), v_4 x_4\}$, т.е. оказываются найденными и величины x_3 и x_4.

Приложение 2: Модификация алгоритма Кеттеля с помощью использования Универсальной Производящей Функции (УПФ)

Если внимательно посмотреть на алгоритм Кеттеля, можно обнаружить, что мы имеем дело с парами чисел, над которыми выполняются следующие простые операции: величины R умножаются, а величины V складываются. Это наблюдение неизбежно наталкивает на мысль: не использовать ли для подобной процедуры производящую функцию? В самом деле, Таблицы 2 и 3 очень удобны для вычислений вручную, однако для компьютера приводимая ниже процедура “более понятна” и, кроме того, более удобна для программирования.

Итак, выражение

$$f^I(x) = (R_1(0)z^0 + R_1(1)z^{v_1} + R_1(2)z^{2v_1} + ...) \cdot (R_2(0)z^0 + R_2(1)z^{v_2} + R_2(2)z^{2v_2} + ...).$$

по сути дела, эквивалентно Таблице 2. Однако, используя УПФ можно записать сразу же выражение для финального полинома для последовательной системы, состоящей из n различных блоков:

$$f_{FINAL}(x) = \prod_{1 \le j \le n} (R_j(0)z^0 + R_j(1)z^{v_j} + R_j(2)z^{2v_j} + ...)$$

В отличие от стандартной процедуры умножения полиномов, мы избежим приведения подобных членов, иначе говоря, все члены $f_{FINAL}(x)$ с равными степенями x сохраняются в их первозданном виде. Для решения задачи нахождения максимального значения вероятности при ограничении на суммарный объем, $R(V_{\text{LIMIT}})$, нам необходимо произвести “фильтрацию” полученных членов многочлена $f_{FINAL}(x)$, как это делалось и в Алгоритме Кеттеля. Каждый член неприведенного полинома $f_{FINAL}(x)$ преобразуем в пары того же вида, что и в Алгоритме Кеттеля. Если кого-нибудь все же коробит от линейного сложения объемов, давайте впредь рассматривать стоимости блоков (сохранив прежние обозначения v и V), а уж стоимости-то складывать вполне естественно.

Упорядочим полученные «Кеттелевы пары» по возрастанию суммарной стоимости запасных блоков, V:

$$\left[R_1^{FIN}, V_1^{FIN}\right], \left[R_2^{FIN}, V_2^{FIN}\right], \left[R_3^{FIN}, V_3^{FIN}\right], \ldots, \left[R_j^{FIN}, V_j^{FIN}\right], \ldots$$

т.е. $V_j^{FIN} \le V_{j+1}^{FIN}$ для каждого j. Теперь, в этом упорядоченном наборе, исключим те пары, для которых выполняется условие $R_j^{FIN} \le R_{j-1}^{FIN}$.

Таким образом, доминирующая последовательность легко построена. Однако, алгоритм Кеттеля предоставляет также и способ, как найти соответствующий вектор $X^{OPT} = \{x_1^{OPT}, x_2^{OPT}, \ldots, x_n^{OPT}\}$. А при использовании УПФ, мы полностью потеряли ход решения: оно «обезличено»!

Чтобы избежать этого, модифицируем немного предложенный алгоритм, введя следующие, возможно, и искусственные, но очень полезные соотношения и обозначения.

Используем военную терминологию античных римлян: *легион* – некое соединение высшего уровня, *когорта* – унифицированная составная часть легиона все когорты имеют одинаковую структуры), наконец, *манипула* – основная боевая единица. Используем эти военные понятия «в мирных целях». Манипулой (M) назовем любой исходный «атомарный» параметр блока системы, например, вероятность безотказного функционирования (надежность) блока, его стоимость, число запасных блоков данного типа, и т.д. Когортой (C) назовем полный набор таких различных параметров блока, т.е. когорта – это совокупная характеристика элемента. В нашем случае, когорта представлена триплетом $C_j(k) = [M_{j1}, M_{j2}, M_{j3}]$, где M_{j1} – надёжность j-го блока при условии, что имеется k запасных, т.е. $R_j(k)$, M_{j2} – суммарная стоимость k запасных частей, т.е. kv_j, и M_{j3} – число запасных блоков для данного случая, т.е. $x_j(k)$]. Заметим, что фактически каждый $x_j(k)=k$, однако, мы используем такое специальное обозначение, чтобы отслеживать принадлежность данного параметра к исходной к начальной когорте.

Легион в нашем случае – это совокупность когорт, т.е. совокупность параметров, характеризующих рассматриваемую последовательную систему. (Конечно, структура системы не обязана быть последовательной, просто сохранены прежние допущения.) Итак, легион в формальных терминах записывается как:

$$L_j = (C_{j1}, C_{j2}, C_{j3}, \ldots, C_{jk}, \ldots\} =$$

$$=\{[R_j(0), 0, x_j(0)], [R_j(1), v_j, x_j(1)], [R_j(2), 2v_j, x_j(2)], \ldots, [R_j(k), kv_j, x_j(k)]\ldots\}.$$

Теперь введем понятие «*взаимодействия*» легионов (обозначим эту операцию $\otimes^{LEG}$), рассмотрев сначала взаимодействие всего двух легионов. Под «взаимодействием» легионов будем понимать операцию, аналогичную Декартову произведению: каждая когорта первого

легиона «взаимодействует» с каждой из когорт второго легиона. Операцию «взаимодействия» когорт обозначим $\otimes^{COH}$.)
Иначе говоря, «взаимодействие» двух легионов порождает новый легион:

$$L^* = L_1 \otimes^{LEG} L_2 = \begin{Bmatrix} C_{11} \otimes^{COH} C_{21}, & C_{12} \otimes^{COH} C_{21}, & C_{13} \otimes^{COH} C_{21}, & \ldots \\ C_{11} \otimes^{COH} C_{22}, & C_{12} \otimes^{COH} C_{22}, & C_{13} \otimes^{COH} C_{22}, & \ldots \\ C_{11} \otimes^{COH} C_{23}, & C_{12} \otimes^{COH} C_{23}, & C_{13} \otimes^{COH} C_{23}, & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{Bmatrix}$$

Легко заметить, что это просто иная форма Таблицы 4, приведённой Джоном Кеттелем в Приложении 1. Новые обозначения, новые слова, но, конечно, самая идея та же.

В результате такого «взаимодействия» двух легионов, мы получили новый легион, включающий взаимодействующие когорты.

Как же «взаимодействуют» когорты?

«Взаимодействие» когорт C_{jk} и C_{il} можно записать, как

$$C_{jk} \otimes^{COH} C_{il} = [R_j(k), kv_j, x_j(k)] \otimes^{COH} [R_i(l), lv_i, x_i(l)] =$$

$$[R_j(k) \otimes^{(R)} R_i(l),\ kv_j \otimes^{(V)} lv_i,\ x_j(k) \otimes^{(X)} x_i(l)] = [R_{ji}^*, V_{ji}^*, x_{ji}^*],$$

т.е. в результате «взаимодействия» двух когорт получается новая когорта с «взаимодействующими» одноименными манипулами.

Каждая из манипул «взаимодействует» с одноименной манипулой другой когорты по своим индивидуальным правилам. В данном случае $\otimes^R$ - «взаимодействие» вероятностей (простое умножение), $\otimes^V$ - «взаимодействие» стоимостей (простое сложение), но «взаимодействие» $\otimes^X$ позволяет накапливать информацию об использовании запасных блоков того или иного типа. (Вот здесь-то и понадобилось обозначение $x_j(k)$ вместо просто k, так как индекс j указывает, к какой когорте, т.е. к какому типу блока, относится данное число запасных блоков.)

В результате получаем:

$$R_{ji}^* = R_j(k) \otimes^R R_i(l) = R_j(k) \times R_i(l),$$

$$V_{ji}^* = kv_j \otimes^V lv_i = kv_j + lv_i,$$

$$x_{ji}^* = x_j(k) \otimes^X x_i(l) = \{x_j(k), x_i(l)\}.$$

Очевидно, такая манипуляция может быть выполнена с произвольным числом одновременно «взаимодействующих» легионов. При этом в сформированной на базе результирующего легиона доминирующей последовательности, одним из атрибутов будет именно значение вектора $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, соответствующего данному решению.

УПФ удобна не только для решения задач оптимального резервирования, она позволяет упростить анализ и других аналогичных задач. Например, для последовательно соединенных участков трубопровода при анализе пропускной способности, может быть введено «взаимодействие манипул» типа

$$Z^* = z_1 \otimes^Z z_2 \otimes^Z \ldots \otimes^Z z_n = \min \{ z_1, z_{2, \ldots,}\, z_n \},$$

в то время, как для параллельных участков трубопровода

$$Y^* = y_1 \otimes^y y_2 \otimes^y \ldots \otimes^y y_n = z_1 + z_2 + _{\ldots} + z_n,$$

т.е. возникает возможность анализировать и системы с сетевой структурой.

Для определения суммарной ошибки, возможно иногда учитывать «взаимодействие» вида

$$W^* = w_1 \otimes^w w_2 \otimes^w \ldots \otimes^w w_n = \sqrt{w_1^2 + w_2^2 + \ldots + w_n^2}\,,$$

и так далее.

исследования

<u>Список литературы:</u>

1. **J.D. Kettele, Jr.** Least-coast allocation of reliability investment. *Operations Research*, vol. 10, 1962.
2. **R.E. Bellman, S.E. Dreyfus**. Dynamic programming and reliability of multicomponent devices. *Operations Research*, vol. 6, 1958.
3. **И.А. Ушаков** (ред.) Оптимальные задачи надежности (сб. переводов). Москва, *Стандарты*, 1968.
4. **И.А. Ушаков**. Универсальная производящая функция. *Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика*, 1986, №3.
5. **И.А. Ушаков**. Производящий оператор. Сообщения по прикладной математике. *Вычислительный центр АН СССР*, Москва, 1986.
6. **G. Levitin, A. Lisnianski**. A new approach to solving problems of multistate system reliability optimization. *Quality and Reliability Engineering International*, vol.47, 2001
7. **G. Levitin, A. Lisnianski, H.Ben-Haim, D.Elmakis**. Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems. *IEEE Transactions on Reliability* vol. 47, 1998
8. **G. Levitin**. A universal generating function approach for analysis of multi-state systems with dependent elements. *Reliability Engineering & System Safety,* vol. 84, 2004.
9. **G. Levitin**. *The Universal Generating Function in Reliability Analysis and Optimization*. Springer, 2005.
10. Г.Х. Гуд, Р.Э. Макол. Системотехника: Введение в проектирование больших систем. Пер. с англ. Москва, *Советское радио*, 1962.

МОИ ВСТРЕЧИ С ГНЕДЕНКО

Давид Кокс,
Оксфорд, Великобритания

Впервые я услышал имя профессора Гнеденко в связи с его поистине красивейшей работой в области теории экстремальных значений.

Р. Фишер и Л. Типпетт исследовали и описали предельное распределение в самой общей форме, в то время как работа профессора Гнеденко объединила в себе вербальное описание проблемы и математическую точность. Примерно десять, или чуть более лет спустя, приблизительно в 1970 году, Гнеденко приезжал в Англию, посетил первый Университет в г. Ньюкасл-апон-Тайн, что на севере страны. В город он прибыл морем, а до Лондона добирался поездом и мы договорились, что я встречу его на железнодорожной станции. Поскольку мы никогда не встречались до этого, я сказал, что у меня в руке будет номер Журнала Королевского Статистического Общества, разумеется, серия Б. Мне показалось тогда, что это по какой-то причине очень позабавило его.

Я вспоминаю, что встречал его в комнате приемов Империал Колледжа, и, это было чревато в то время по политическим соображениям. Помню как он тогда беспокоился побыстрее добраться до близлежащего советского посольства. После выполнения всех формальностей, он успокоился и стал более раскрепощенным. Он провёл два великолепных семинара, один о законах больших чисел и ещё один – прикладного плана, название которого я не сейчас уже не помню, кажется по теории очередей или теории надежности. Вспоминаю, как однажды вечером, на обеде у меня дома в присутствии немногих близких друзей, он свободно говорил на самые разные темы, о произведениях Агаты Кристи, например. Он активно участвовал в диалогах и на другие темы, даже, если его словарный запас был недостаточен для «полноценного» разговора; это не было помехой. Он говорил, как мне показалось, с небольшим австралийским акцентом – он побывал в Австралии незадолго до нашей встречи.

Я встречал его ещё пару раз после этого визита, последний раз – в Москве, он принимал тогда гостей из Великобритании, прибывших на встрече Ташкентского Общества Бернулли, на довольно щедром банкете в каком-то официальном здании.

He was regarded with affection and respect by those of us who met him on these occasions. The respect was partly for his massive early contributions to the subject and also for the remarkable way he kept very productive in research long after retirement.

К нему относились с неподдельным уважением все, с кем он встречался в тот раз. Уважение было отчасти данью его огромных заслуг в прошлом, но также и данью той выдающейся работоспособности, которую он сохранил на очень высоком уровне и после выхода на пенсию.

июнь 2006

КАК ЖЕ ЛЕГКО БЫЛО С НИМ РАБОТАТЬ …
(воспоминания о Б.В.Гнеденко)

Юлия Конокотина,
Москва, Россия

ВОСПОМИНАНИЯ

Я редактировала журнал "Надежность и контроль качества" в 1970-1989 гг. Борис Владимирович Гнеденко участвовал в создании этого журнала в 1969 г. и в разные годы был и членом редколлегии и главным его редактором.

С очередным номером и текущими материалами я приезжала к нему домой, часто вместе с И.А.Ушаковым, так как, по началу, слегка робела: ученый с мировым именем, загруженный уймой работы, уже немолод, обременен недугами. Но как же легко с ним было работать! Добродушное отношение к людям - самая удивительная его черта. Часто я присутствовала при его телефонных разговорах. Звонили со всего Союза, и каждый разговор он неизменно начинал словами:"Я рад вас слышать /имярек/!" И ни тени недовольства во время разговора, только заинтересованность и готовность помочь.

Конечно, его доброжелательность и учтивость распространялись и на меня. Поэтому моя деловая поездка была всегда удовольствием. Если мое участие в работе не требовалось, я не оставалась без внимания: могла и репродукции посмотреть, и новые книги-журналы полистать, и даже иногда записи классической музыки послушать. Казалось, кабинет его вмещал все лучшие достижения мировой культуры.

Борис Владимирович был удивительным рассказчиком. Иногда, завершив наши журнальные дела, ему хотелось вспомнить что-то из своей жизни. О чем бы не шла речь - о бытовых или служебных делах - он умел быть интересным: в деталях, в оригинальности оценок. В рассказах о служебных ситуациях всегда присутствовала доля юмора, как бы насмешки над трудностями.

Вот эпизод, над которым он смеялся несколько десятилетий спустя. Когда он работал на Украине, случился очередной психоз с тотальной украниаацией. Все читали лекции на украинском кроме Гнеденко. Вызвали в партком для объяснений.

Он объяснил: "Я читаю на языке, на котором разговаривал Ленин."

Больше его не беспокоили.

Я была на его чествовании в связи с 75-летием в МГУ. Лекционная аудитория была заполнена коллегами разных возрастов и, отчасти, студентами. Официальные приветствия сопровождались рассказом юбиляра о своем жизненном пути, причем каждый эпизод был связан как-то с автором приветствий. И ведь надо же суметь в течение нескольких часов удержать аудиторию в напряженном внимании! Не было и тени скуки, потому что слушали не просто заслуженного ученого, а совершенно современного яркого человека с уникальным жизненным опытом. И с удивительней, сценической речью, разговорная речь - это особое искусство. Им Борис Владимирович владел абсолютно. И в этом состояло, в частности, его обаяние.

Я думаю, что чувство почтения, которое возникало при общении с Борисом Владимировичем, осталось у всех, кому посчастливилось с ним работать.

NOTE

ПРИМЕЧАНИЯ

ISSN 1932-2321

http://www.gnedenko-forum.com/Journal/index.htm