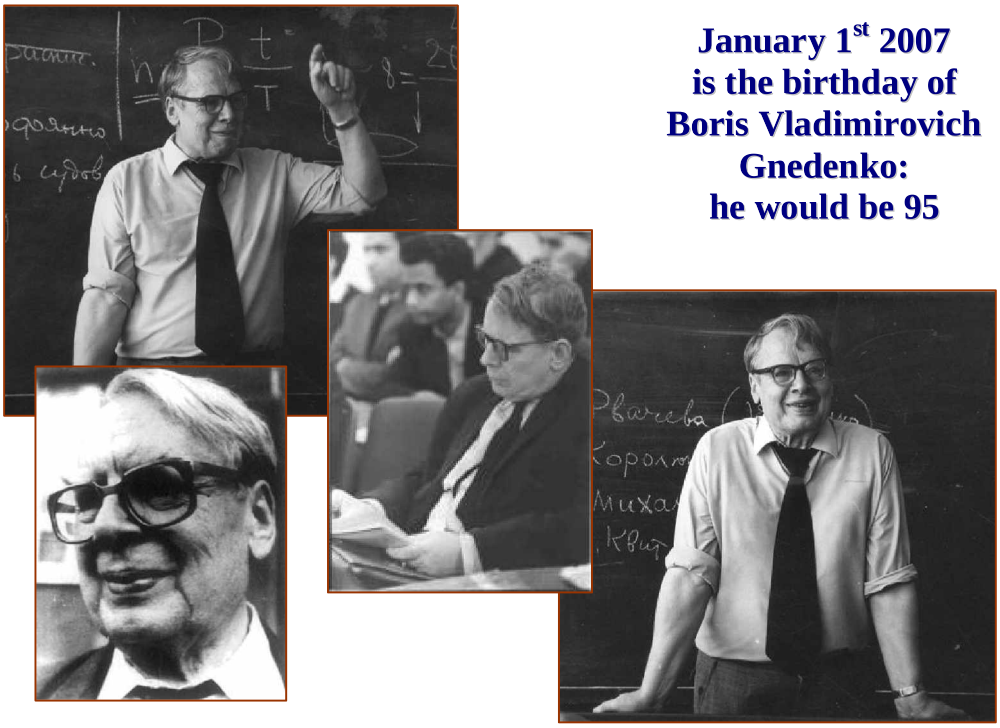
Reliability: Theory & Applications
ISSN 1932-2321

4

Journal of International Group on Reliability

RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS

No. 4 (Vol. 1)
December 2006



January 1st 2007 is the birthday of Boris Vladimirovich Gnedenko: he would be 95

San Diego
2006

ISSN 1932-2321

Journal of International Group on Reliability

RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS

No. 4 (Vol. 1)
December 2006

ISSN 1932-2321

San Diego
2006

ISSN 1932-2321

http://www.gnedenko-forum.com/Journal/index.htm

LIST OF CONTENTS

list of contents

Editorial

EDITOR-IN-CHIEF: DEAR FRIENDS!....................8

CHRONOLOGY OF PUBLICATIONS OF GNEDENKO'S BOOKS
(COMPLETE BIBLIOGRAPHY IS ON GNEDENKO'S PAGE AT PANTEON
SECTION OF THE SITE) 9

V.S. Koroliuk, I.N. Kovalenko, M.I. Yadrenko , D.B. Gnedenko
BRIEF NOTE ABOUT LIFE AND SCIENTIFIC APPROACHES BY B.V. GNEDENKO
(IN COMMEMORATION OF THE 95TH ANNIVERSARY OF THE BIRTH)....................15

Study

Matteo Gaeta, Michael Konovalov, Sergey Shorgin
DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS AND METHODS OF TASK
DISTRIBUTION IN DISTRIBUTED COMPUTING SYSTEM 16

Ciro d'Apice, Rosanna Manzo, Sergey Shorgin
SOME BAYESIAN QUEUEING AND RELIABILITY MODELS 22

Vitalii A. Gasanenko
LIMIT RARING PROCESSES AND RAREFACTION
OF TWO INTERACTED RENEWAL PROCESSES 30

Memoirs

Igor Ushakov
THURST OF LIFE: TWO GNEDENKO'S VISITS TO THE UNITED STATES 44

editorial

e-Journal ***Reliability: Theory & Applications*** publishes papers, reviews, memoirs, and bibliographical materials on Reliability, Quality Control, Safety, Survivability and Maintenance.

Theoretical papers have to contain new problems, finger practical applications and should not be overloaded with clumsy formal solutions.

Priority is given to descriptions of case studies.

General requirements: papers have to be presented in English in MSWord format; desirably to be supplied with Russian version, since (at least now) most of readers are Russians.

The total volume of the paper (with illustrations) has to be not more than 15 pages (Times New Roman TTF - 12 pt - 1,5 intervals).

Publication in this e-Journal is equal to publication in other International scientific journals.

Papers directed by Members of the Editorial Boards are accepted without referring.

The Editor has the right to change the paper title and make editorial corrections.

The authors keep all rights and after the publication can use their materials (re-publish it or present at conferences).

Send your papers to

the Editor-in-Chief ,
Igor Ushakov
iushakov2000@yahoo.com

or

the Scientific Secretary,
Alexander Bochkov
a_bochkov@yahoo.com

editorial

Dear friends!

January 1st 2007 is the birthday of Boris Vladimirovich Gnedenko: he would be 95...

You look at the No.4 of our journal, where you find many materials dedicated to this date. Our journal exists already a year, it is acting and developing! We have a registration number of the Library of Congress (USA). We are planning to issue the first “paper version” of the journal with collection of some papers.

When a year ago it was decided to begin with an e-journal in the frame of the Gnedenko Forum, we did not expect that it would be developing so successfully. The first issues were compiled with invited papers, however, now we have a stable flow of papers even from non-members of the Forum.

So, the journal – passing through a difficult time of stabilization – is developing, widening authors’ team and, as we can judge from e-messages, the papers found response among readers.

The Gnedenko Forum itself is almost two years old, we have over 70 members of this “informal club” and 5 collective members. The Forum represents Europe, Asia, North America, Africa and Australia with New Zeland!

How happy and proud was I when my friends send me thank-you-messages for an opportunity to find old friends through the Gnedenko Forum! Probably, there is a lack of activity and dynamic. We accept all your wishes concerning improvement of the form and content of the Forum that bears the name of the man who for many of us was teacher, friend and colleague.

The Gnedenko Forum is the place where friends meet each others, where people contact with their colleagues with whom they work many years ago... And we have to continue our collaboration, we have to bring into our life those ideals that Boris Vladimirovich Gnedenko had been bearing. And who as not him unites us around his name again, as many years ago.

Our site is always open for you and your colleagues. Involve new members in our Forum. Send us your papers. Send us information about new books, events, seminars and conferences.

Be active and the Gnedenko Forum will return a hundredfold to you.

All the best to all of you!

Igor Ushakov

CHRONOLOGY OF PUBLICATIONS OF GNEDENKO'S BOOKS

(COMPLETE BIBLIOGRAPHY IS ON GNEDENKO'S PAGE AT PANTEON SECTION OF THE SITE)

1946

- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ*.
- Очерки по истории математики в России. *Москва, ГИТТЛ*.

1947

- Как математика изучает случайные явления. *Москва, Изд. АН УССР*.

1949

- Предельные распределения для сумм независимых случайных величин (совм. с А.Н.Колмогоровым). *Москва, ГИТТЛ*.
- Курс теорії імовірностей. *Киев, Радянська школа*.

1950

- Курс теории вероятностей. *Москва, ГИТТЛ*.
- Курс теорії імовірностей. *Киев, Радянська школа*.
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 2-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ*.

1951

- Fuggetlen valosznusegi valtozok osszegeinek hatareloszlassi (совм. С А.Н. Колмогоровым). *Budapest, Akademiai Kiado*.

1952

- Элементарное введение в теорию вероятностей, 3-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ*.
- Elementy rachunku pravdopodobienstwa (совм. с А.Я. Хинчиным). *Warsawa, Panstwowe wydawnictwo naukowe*.

1953

- Introducere elementara in calculul probabilitatilor (совм. с А.Я. Хинчиным). *Bucuresti, Editure Tehnica*.

1954

- Курс теории вероятностей, 2-ое изд. *Москва, ГИТТЛ*.
- Limit Distributions for the Sums of Independent Random Variables (совм. с А.Н. Колмогоровым). *Addison-Wesley*.
- Bevezetes a valoszinugszamitasba (совм. с А.Я. Хинчиным). *Budapest, Müvelt nép Konivkiado*.
- Elementarny wstep do rachunku prawdopodobienstwa (совм. с А.Я. Хинчиным). *Warszawa, PWN*.

editorial

- Elementarni uvod do theorie pravdepodobnosti (совм. с А.Я. Хинчиным). *Praga, Statni naklad. technike liter*.

1955

- Курс теории вероятностей. *Пекин*.
- Предельные распределения для сумм независимых слагаемых (совм. с А.Н.Колмогоровым). *Пекин*.
- Elementare Einfurung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я. Хинчиным). *Berlin, Deut. Verlag der Wissen*.

1956

- Курс теории вероятностей, 2-е изд. *Пекин*.

1957

- Курс теории вероятностей. *Япония*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Berlin, Akademie-Verlag*.
- Rozklady graniczne sum zmiennych losowych niezaleznych (совм. с А.Н. Колмогоровым). *PWN, Warszawa*.
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 4-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ*.

1958

- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я.Хинчиным). *Пекин*.

1959

- Лекции по теории массового обслуживания. *Киев, КВИРТУ*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitstheorie, 2-е изд. *Berlin, Academy Verlag*.
- Granzverteilungen von Summen unabhengiger Zufallsgrossen (совм. с А.Н. Колмогоровым). *Berlin, Academie Verlag*.

1960

- Introduction a la theorie des probabilites (совм. с А.Я.Хинчиным). *Paris, Dunod*.

1961

- Элементы программирования (совместно с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Москва, Физматгиз*.
- Курс теории вероятностей, 3-е изд. *Москва, Физматгиз*.
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 5-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИФМЛ*.
- An Elementary introduction to the theorie of probability (совм. с А.Я.Хинчиным)., *Freeman and Co*.
- Эхтимоллар незариясидан бошлангич маьлумотлар (совм. с А.Я.Хинчиным). *Ташкент*.

1962

- The theory of probability. *New York, Chelsea*.
- Курс теории вероятностей. *Hanoi*.

- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3-е изд. *Berlin, Academie-Verlag*.
- An elementary introduction to the theory of probability (совм. с А.Я.Хинчиным). *New York, Dover Publications.*

1963

- Елементарно въведение в теорията на вероятностите (совм. с А.Я.Хинчиным). *София, Техника*.
- Elementarny wstѐp do rachunku prawdopodobienstwa (совм. с А.Я. Хинчиным). *Warszawa, PWN*.
- Teoria de las probabilidades (совм. с А.Я. Хинчиным). *Buenos-Aires*.
- Лекции по теории массового обслуживания (совм. с И.Н.Коваленко). *Киев, КВИРТУ*.
- Элементы программирования, 2-е изд. (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Москва, Физматгиз*.

1964

- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, Наука*.
- Elementen der programmirung (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Leipzig, Teubner*.
- Bevezetes a programozasba (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Budapest*.

1965

- Курс теории вероятностей, изд. 4-е. *Москва, Наука*.
- Математические методы в теории надежности (совм. с Ю.К. Беляевым и А.Д. Соловьевым). *Москва, Наука*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, изд. 3-е. *Berlin, Academie-Verlag*.

1966

- The theory of probability. *New York, Chelsea*.
- Введение в теорию массового обслуживания (совм. с И.Н.Коваленко). *Москва, Наука*.

1968

- Limit Distributions for the Sums of Independent Random Variables, 2-е изд. (совм. с А.Н. Колмогоровым). *Addison-Wesley*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, , изд. 4-е. *Berlin, Academie-Verlag*.
- Osnovi teorije vjerojatnosti (совм.с А.Я. Хинчиным). *Zagreb, Technicka kniga*.
- Introduccion a la teoria de las probabilidades (совм. с А.Я. Хинчиным). *Barcelona, Montaner y Simon*.
- Metode matematice in teoria sigurantei (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *Bucuresti*.
- Metody matematiczne w teorii nezavodnosci (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *Warszawa*.
- Introduction to Queuing theorie (совм. с И.Н.Коваленко). *Jerusalem*.
- Mathematische Methoden der Zuverlässigkeitstheorie (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *Berlin, Academie-Verlag*.

1969

- Курс теории вероятностей, изд. 5-е. *Москва, Наука*.
- The theory of probability, на английском языке. Москва, Мир.
- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я.Хинчиным). *Токио*.

- Элементарное введение в теорию вероятностей, на арабском языке (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, Мир*.
- Mathematical methods of reliability theory (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *New York, Academic Press*.
- Elements de programmation sur ordinateurs (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Paris, Dunod*.

1970

- Элементарное введение в теорию вероятностей, изд. 7-е (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, Наука*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, изд. 7-е. *Berlin, Academie-Verlag*.
- A megbizhatōsāgelmelet matematikai modszerei (совм. с Ю.К.Беляевым и А.Д.Соловьевым). *Budapest, Müszaki könyvkiadó*.

1971

- Einfuhrung in die Bedienungstheorie (совм. с И.Н.Коваленко). *Berlin, Academie-Verlag*.
- Математические методы в теории надежности (совм. с Ю.К.Беляевым и А.Д.Соловьевым). *Япония*.
- Wstep do teorii obslugi masowej (совм. с И.Н. Коваленко). *Warszawa, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe*.
- Курс теории вероятностей. *Япония*.
- Лекции по теории суммирования случайного числа независимых величин. *Warszaw*.

1973

- Приоритетные системы обслуживания (совм. с Э.А. Даниеляном, Б.Н. Димитровым и др.) *Москва, МГУ*.
- Elementare Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я.Хинчиным). *Berlin*.

1976

- Элементарное введение в теорию вероятностей, 8-е изд. (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, Наука*.

1978

- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 8-е изд. *Berlin, Academy Verlag*.
- Teoria della probabilita. Roma, Traduzione dal Ruso.

1979

- Elementare Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я.Хинчиным). *Berlin, Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften*.
- Теория на вероятностите (совм. с А.А. Гешевым). *Пловдив*.

1980

- Математика в современном мире. *Москва, Просвещение*.

1981 год

- Математическое образование в вузах. *Москва, Высшая школа*.

editorial

1982

- Элементарное введение в теорию вероятностей, , 9-е изд. (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, Наука*.
- Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. *Москва, Просвещение*.

1983

- Elementare Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я. Хинчиным). *Berlin, VEB Deutcher Verlag der Wissenschften*.
- Вопросы математической теории надежности (под ред. Б.В. Гнеденко, коллектив авторов). *Москва, Сов.Радио*.

1984

- Теория на вероятностите и математическа статистика (совм. с А.А. Гешевым). *София, Наука и изкуство*.
- Matematika siuolaikiniame pasaulyje (Математика в современном мире). *Kaunas, Sviesa*.

1985

- Математика и контроль качества продукции, на монгольском языке. *Улан-Батор, Улсын Хэвлэпийн Газар*.
- Математика и математическое образование в современном мире. *Москва, Просвещение*.

1986

- Формиране на мироглед у учениците при обучинието по математика. *София*.

1987

- Введение в теорию массового обслуживания, 2-е изд. (совм. с И.Н. Коваленко). *Москва, Наука*.

1988

- Курс теории вероятностей, изд. 6-е. *Москва, Наука*.
- The theory of probability, изд. 6-е. *Москва, Мир*.

1989

- The Theory of Probability. New York, Chelsea.
- Курс теории вероятностей, на арабском языке. *Египет*.
- Introduction to Queueing Theory, изд. 6-е. (совм. с И.Н. Коваленко). *Boston, Birkhäuser*.

1990

- Теория вероятностей (совм. с И.Н. Коваленко). *Киев, Вища школа*.

1991

- Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitstheorie. *Berlin, Academy Verlag*.
- Введение в специальность математика . *Москва, Наука*.

1992

- Probability Theory (совм. с О.Б. Шейниным). *Boston, Birkhäuser*.

editorial

1993

- Елементарни увод у теорију вероватноhe (совм. с А.Я. Хинчиным). *Београд*.

1995

- Probabilistic Reliability Engineering (совм. с И.А. Ушаковым). *New York, John Wiley&Sons.*

1996

- Random summation: limit theorems and applications (совм. с В.Ю. Королевым). *New York, CRC Press*.
- Theoria de las Probabilidades. *Madrid, Rubinos*.

1997

- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitstheorie. *Frankfurt, Verlag Harri Deutsch*.

1998

- Theory of Probability, , изд. 6-е. *New York, Gordon and Breach Science Publishers*.

1999

- The Theory of Probability and the Elements of Statistics. New York, Chelsea.
- Statistical Reliability Engineering (совм. с И.В. Павловым и И.А. Ушаковым). *New York, John Wiley&Sons.*

2001

- Курс теории вероятностей, 7-е изд. *Москва, Эдиториал УРСС.*
- Очерк по истории теории вероятностей. *Москва, Эдиториал УРСС.*

2003

- Элементарное введение в теорию вероятностей, 10-ое изд. (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, Эдиториал УРСС*.
- Беседы о математике, математиках и механико-математическом факультете. *Москва, МГУ*.

2004

- Курс теории вероятностей, 8-е изд. *Москва, Эдиториал УРСС.*

2005

- Введение в теорию массового обслуживания, 3-е изд. (совм. с И.Н.Коваленко). *Москва, Ком-Книга*.
- Очерки по истории математики в России, 2-е изд. *Москва, Ком-Книга*.

2006

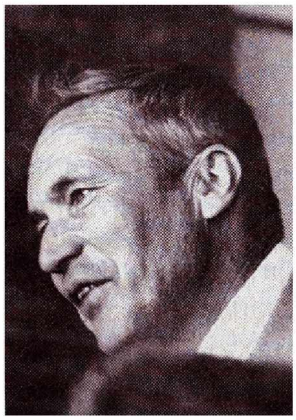
- Математика и жизнь, 3-е изд. *Москва, Ком-Книга*.

BRIEF NOTE ABOUT LIFE AND SCIENTIFIC APPROACHES BY B.V. GNEDENKO
(in commemoration of the 95th anniversary of the birth)

V.S. Koroliuk, I.N. Kovalenko,
M.I. Yadrenko, D.B. Gnedenko

Complete text is given in Russian version of the Journal.

Boris Vladimirovich Gnedenko was born on January 1st 1912 in Simbirsk (Russian city on Volga River). In 1918 he enter school. As he wrote in his memoirs: "Everything was normal except arithmetic: I did not like it at all. I loved poetry". At 15 he tried to enter Saratov's University but was rejected due to young age. Then he wrote a letter to Minister of Education and had got a personal permission to attend the University.



Andrei Nikolaevich Kolmogorov

In 1934 B.V.G. became a postgraduate at Moscow State University where his advisors were famous mathematicians Andrei Nikolaevich Kolmogorov and Alexander Yakovlevich Khinchin.

Alexander Yakovlevich Khinchin

In 1937 B.V.G. was arrested by NKVD (former name for KGB) as "a member of anti-Soviet group led by Kolmogorov". Despite of tortures he categorically rejected to sign a paper against his teacher and due to lack of evidence was released.

In 1938 B.V.G. became Assistant Professor of Moscow State University. In 1945 he was elected as a correspondent member of the Ukrainian Academy of Sciences and in 3 years he became Academician. In 1960 he moved to Moscow where he had been leading Department of Probability Theory in Moscow University and had arranged special seminar for engineers on reliability and queuing theory, the Moscow Consulting Center, Journal "Reliability and Quality Control. In co-authorship with Yu.K. Belyaev and A.D. Soloviev he had written fundamental book "Mathematical Methods in Reliability Theory" that became one of the best monograph on the theme for decades.

B.V.G. died December 27 1995.

DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELS AND METHODS OF TASK DISTRIBUTION IN DISTRIBUTED COMPUTING SYSTEM[1]

Matteo Gaeta
Department of Information Engineering and Applied Mathematics of the University of Salerno, Italy

Michael Konovalov
Institute of Informatics Problems, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Sergey Shorgin
Institute of Informatics Problems, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract

The article deals with certain aspects of Grid and Grid modeling. Grid is a distributed software-hardware environment based on new computation and job flow management structure, principally. For analyzing the problems related to the logics of user-resource interaction, there has been developed a general model scheme. Within that scheme the authors consider the models that allow the formulation of concrete mathematical tasks. The ways of solving the assigned tasks are discussed as well.

study

1. Grid concept and review

Today the world's scientific community considers Grid technologies as the most perspective computing model that is able to use geographically distributed resources. Grid is a software-hardware environment that provides reliable, stable, occurring everywhere and inexpensive access to high performance computing resources [1]. It is a distributed software-hardware environment with principally new computing organization and knowledge/data flow management. Grid concepts have given birth to a new model of organization of different forms of data processing (computing) by suggesting the technologies of remote access to resources of different types regardless of their positioning within the global network environment. Hence, by using Grid technology it became possible to execute software units on one or several computers simultaneously; data storages with structurized (data bases) and non-structurized (files) information, data sources (data transmitters, instruments, observations) and program-driven devices are being made accessible everywhere. Grid name can be explained by some analogy with electric power network (power grid) the latter providing universal access to electric energy [2].

The purpose of creating the Grid was integration of a certain number of spatial distributed resources in order to provide possibility of accomplishing a wide class of applications on any aggregated combination of these resources regardless of their location

Grid implementation is an infrastructure consisting of resources located in different places, telecommunication networks connecting these resources (networking resources) and consistent along the whole infrastructure software (middleware) for supporting remote operations and accomplishing controlling and management functions over operational environment. Grid is created for bringing the

[1] This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant 05-07-90103

resources in general use. The resources owners and the users act in conformity with certain definite rules of providing/using the resources form a virtual organization.

Grid is the collective computing environment where each of the resources has its owner, and access to resources is cleared in time-and-space divided mode for numerous members of the virtual organization. The virtual organization can be created dynamically and has a limited lifetime.

In that way, following [3], one can define Grid as a spatial distributed operating environment with flexible, secure and well-coordinated resources distribution for accomplishing applications in virtual organizations created dynamically.

The ideas of the Grid were brought together by scientific community. Research and development of Grid at the initial stage were focused on supporting high throughput scientific-technological computing tasks. As a result, a number of protocols have been suggested. These included communication and secure authorization protocols as well as […] protocol for accessing the remote computing, file and information resources. The set of protocols is sufficient for running and controlling tasks as well as delivering input and output files. The protocols were supported by means of realization of host system Globus Toolkit [4]. Globus Toolkit (GT) and a number of software products developed on its basis have formed a software component of several large Grids, including DataGrid [5] and GriPhyn [6]. The applications for processing the results of experiments in nuclear physics were installed on these Grids. Integration of distributed resources became of utmost importance and proved to be extremely useful for processing large data volumes and solving massive computational problems.

The main provisions of Grid software architecture standard proposed in [7] (OGSA - Open Grid Service Architecture) follow the object-oriented model and consider the Grid service as a key object. By means of service remote call methods the application receives a definite servicing type. In that way, unification of different functions such as access to computing and storage resources, to databases and any software data processing is accomplished.

Architecture of the Grid-services solves a problem of distributed environment – interoperability problem by means of standardization of the way of service interfaces description. In this regard OGSA is based on the Web-services standards [8].

Beginning from the version 2.0 Globus Toolkit became a de-facto Grid standard accepted by scientific community as well as by the leading players of IT industry [9]. Because GT from the very beginning have been carrying a status of open software, by the present moment considerable experience of its application in large-scale projects have been accumulated. By using the GT tools different groups of specialists have developed additional services for file replication, authentification, task management, etc. In 2003 the first version of toolkit based on OGSA architecture, namely Globus Toolkit 3.0 was launched.

- Problems of Grid implementation and development require to solve a number of tasks, which solving is impossible without using mathematical methods. It is possible to make out the following directions of investigations in this field:
- Formalization of construction of GRID structure as a whole;
- Planning of flows in the network graph with the purpose to grant to an user both terminal and network resources;
- Forecasting of a situation (congestion of resources, time of performance of the tasks, etc.);
- Formalization of processes of search and granting of resources with the purpose of development of appropriate protocols;
- Adaptive resources management.

2. Modeling of tasks distribution in distributed resources network

In this article, we shall deal with the last direction and consider certain aspects of operation of the systems consisting of pre-assigned number of distributed computing resources and separate users, remoted from the resources, that access them in order to accomplish the newly arising tasks.

Let's extract the key factors dealing with the logics of "user-resource" interaction organization from the problem of complex computing realization on distributed resources.

At the same time we do not touch the issues of software, technical and any other support of such interaction. Principal attention should be given to preparation (parallel processing) of service task and to selection of concrete resources for carrying out computing. For making analysis of these problems a general model scheme should be worked out. Within the scheme different models allowing formulation of concrete mathematical tasks can be considered. The ways of solving the assigned tasks can be discussed as well.

2.1. Conceptual model development

The main purpose of the model is to provide a general logical scheme that could describe the key directions within the problem of collective use of distributed computing resources such as the analysis and optimization of the processes of tasks distribution and accomplishment.

The model must be designed in such a way that the main problems amenable to mathematical formalization and deal with calculation of characteristics interaction of "user-resource" type, scheduling these processes and executing instant management over them can be stated within it. The model must take into account the following factors:

- A system that is being modeled consists of the following components: 1) Computing resources 2) Resource users 3) Telecommunication network for exchanging information between resources and users.

- Resources are understood as any technical means and facilities that are capable to provide the users with processor time and access to main storage and read-only memory, software systems and databases. Depending on the situation, the resource role can be played by different objects from PC to powerful territory distributed computing complexes.

- Resource users can be regarded as different arbitrary users from physical persons to intergovernmental organizations.

- Connecting telecommunication network can be different depending on the situation; it may be one or several local or global networks, their usage making possible to provide interaction between the system participants under consideration.

- All the system components are not static and their characteristics change during the period that is shorter than characteristic modeling time.

- All the participants of the system under consideration are independent from each other and their vital activities not necessarily come to accomplishment of certain functions within the system under consideration.

- The main system participants can form sub-systems. It is dynamic aggregation that can reflect physical peculiarities of the objects under consideration as well as ones of "virtual" nature.

- A system as a whole, its main participants such as the resources and users, sub-systems that are built from separate components – all these carry the features of purposeful behavior. The purpose of the system's functioning, in the broadest sense, consists of the most advantageous and full utilization of resources for maximal accomplishment of user's queries.

- The above-mentioned factors must be reflected in the model, preferably, in formalized, algorithmically precise form. But at the same time, because of the breadth of problems related to the processes of collective usage of computing resources, the model can admit non-formal, verbal descriptions along with purely analytical units and the usage of a formal body of mathematics.

2.2. Stating certain mathematical and algorithmic problems

2.2.1. A problem of optimal task partitioning. This problem statement was initiated by application works carried out by Computing Center of the Moscow State University, Russia [10] and must reflect the following qualitative features of a real object.

A resource user must accomplish a single task by using the services of several computing resources. The task in question cannot be fulfilled completely during the appropriate user time on any of the available resources. The user must divide the task into parts and access different resources by forwarding them in task fragments. Reduction of the volume of forwarded portions lowers the risk of undesirable, depending on the resource condition, interruption of the task fulfillment. However, too small portions may be disadvantageous due to their very large number resulting in unjustified additional time losses. Selection of “partitioning diameter” (during planning stage, or in the process of task accomplishment) is the subject of optimization task.

2.2.2. A static problem of task distribution among computing resources. This problem statement corresponds to conception of functioning of the upper level of Grid system management (the level of resource broker). Its mathematical base is a discrete-combinatory problem of assignment.

The problem consists of finding the optimal schedule of task distribution among computing resources at the stage previous to direct accomplishment of these tasks.

Limitations of the model are the current or forecasted characteristics of the nodes of information and computing network that are determined at the lower level of management system (the level of local Grid system resource manager). These characteristics can be, for instance, the number of processors, memory capacity, local schedule of task accomplishment, etc. Optimization criterion must contain the factors reflecting the user’s budgetary capabilities and aspiration of the resource supplier for maximizing his profits.

2.2.3. A dynamic problem of resource selection management. This problem statement corresponds to conception of functioning of the lower level of Grid system management (the level of local manager). Its mathematical base is a theory of Markov sequences control.

The problem consists of selecting a strategy of resource selection during direct accomplishment of the tasks. This strategy should use as a base the schedule of task distribution that was worked out at the upper level of management system and adjust the schedule in real time proceeding from observation of the process’s current states.

For solving the problem statements listed above, there should be worked out the methods and algorithms of their solution. A computer model of double-layer system of interaction between resource suppliers and users should be built. A software system must implement the following models and algorithms:

- Algorithm of assignments problem solving as applied to a problem of creating the optimal (static) schedule of resource distribution at the highest level of management system.

- The process that simulates accomplishment of tasks from different users on distributed computing resources.

- Algorithm of resource selection adaptive management at the low level of managing system that was integrated into simulation model of task accomplishment process.

2.2.4. A problem of selecting efficient task servicing discipline. While allocating their resources for public usage, the owners are interested in the most efficient use of their resources. Usually, while solving the problem of resource distribution, it is implied that the effectiveness functions are the system's augmented throughput, or decreased tasks execution time. However, it is necessary to keep in mind that the significance of tasks accomplishment increases with approach of the term of applied task accomplishment. Therefore, it is necessary to study the service disciplines, where the decisions regarding task accomplishment priority and allocation of the parts of resources depend on the current state.

A queueing system is considered here, where the calls are characterized by a number of parameters that influence servicing duration. In particular, each call is characterized by data volume that decreases in the course of servicing. Instantly the system can service only one query.

For the system under consideration one must use service disciplines with time-sharing. Among the simplest algorithms of that type is Round Robin, where all the calls are served in the order of their arrival according to time quantum cycle after cycle. But it would be natural to assume that there should exist algorithms with more complex, but more efficient servicing schemes. Under such algorithms the servicing efficiency criterion is considered to be not only the maximal data processing speed of a server but also responsiveness of the user's interest.

It is intended to use algorithms where servicing priority is given to queries that were sitting in the system for the longest time. In the beginning, all the queries are serviced during one time quantum. If a query was not served completely during that period, then it is moved to the next group where more time quanta are allocated for servicing of the queries, etc. There are very many variants of servicing discipline selection. For studying different query servicing algorithms and choosing the most efficient servicing schemes, it is necessary to develop the emulation model that can be used for tackling different variants and selecting the values of corresponding parameters.

Conclusion

Grid is a distributed software-hardware environment with new organization of computing and task/data flow management principally. When Grid infrastructure is created, the problem of efficient resources' use organization arises. Within this problem one can point out the necessity of developing a general model of the processes of tasks distribution among computing resources of distributed computing system and creating the methods and algorithms for solving particular optimization problems. Among them are the problems of controlling the volumes of forwarded tasks, optimal selection of appropriate resources on the stage of task preparation and accomplishment, determining the efficient disciplines of task servicing, etc. At present, authors actively work in this direction. The relevant R&D results will be published in the next articles.

Bibliography

1. http://www.gridclub.ru/library/publication.2004-11-29.5830756248/publ_file .
2. http://www.parallel.ru/info/education/msu_grid-intro.doc .
3. Foster I., Kesselman C., Tuecke S., “The Anatomy of the Grid: Enabling Scalable Virtual Organizations”, in International Journal of High Performance Computing Applications, 15 (3). 200-222. 2001. http://www.globus.org/research/papers/anatomy.pdf .
4. http://www.globus.org .
5. http://www.eu-datagrid.org .
6. http://www.griphyn.org .
7. Foster I., Kesselman C., J. Nick, Tuecke S., “The Physiology of the Grid: An Open Grid Services Architecture for Distributed Systems Integration” http://www.globus.org/research/papers/ogsa.pdf .
8. S. Graham, S. Simeonov, T. Boubez, G. Daniels, D. Davis, Y. Nakamura, R. Neyama, Building Web Services with Java: Making Sense of XML, SOAP, WSDL, and UDDI, 2001.
9. http://www.globus.org/developer/news/20011112a.html .
10. http://x-com.parallel.ru .

SOME BAYESIAN QUEUEING AND RELIABILITY MODELS[2]

Ciro d'Apice
Department of Information Engineering and Applied Mathematics of the University of Salerno, Italy

Rosanna Manzo
Department of Information Engineering and Applied Mathematics of the University of Salerno, Italy

Sergey Shorgin
Institute of Informatics Problems, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

Abstract

The Bayesian approach for certain tasks of queueing systems theory and reliability theory is introduced. The method provides the randomization of system characteristics with regard of a priori distributions of input parameters. This approach could be used, for instance, for calculating average values and for construction of confidential intervals applicable for performance and reliability characteristics of large groups of systems or devices.

study

1. Introduction and main assumptions

Theory of queueing systems is a well-developed mathematical discipline. Based on it a substantial number of positive R&D results have been generated. The results obtained in studying queueing systems and networks proved to be of significant profundity and importance from mathematical and practical points of view. In fact queueing systems and networks are able to model a broad class of real systems, info-telecommunication systems and networks being in the first place. In order to reflect real processes in a more adequate way, the present development of queueing theory is being carried out mostly with a focus on studying more complex service disciplines, input flows and service time distributions with more and more complicated probabilistic characteristics.

One of the directions of generalization of problem formulations is the complication of probabilistic structure of one or more queueing systems input parameters. Instead of considering traditional input flows, the researchers study Cox flows, self-similar flows, Markovian and semi-Markovian flows, etc. Similar generalizations are made regarding service times distributions. To some extent, these generalizations can be interpreted as the randomization result of these or those parameters of more "simple" flows and service times distributions. Thus, Cox process is obtained as a result of special randomization of Poisson flow intensity, etc.

[2] This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant 05-07-90103

All these generalized modern formulations assume that stochastic method of randomization "affects" the parameters of a system precisely during its functioning, meaning that we primarily know the kind of the system we are "dealing with", even when the system is rather complicated and then we study characteristics of this particular "primarily fixed" system. However, in real life often the system under study is specified in some sense vaguely, or inaccurately. For example, even when we deal with the simplest systems of M|G|1 type, we may not know a priori the input flow parameter λ and the service parameters μ and σ^2. Such situations can occur studying the whole class of queueing systems when the only known characteristics are the input flow types the service distribution and the service discipline, but at the same time the concrete parameters of these flows and distributions, generally speaking, vary for different queueing systems of a given class. A researcher does not know a priori the queueing system belonging to the given class he is dealing with. For example, such situation can take place testing a series of uniformed commutation or transmission devices manufactured by the same company. Spread in some of their performances can be explained by natural technological deviations during manufacturing process. In this particular case, since the unknown characteristics are the "initial" parameters of the flows and service times, a natural thing could be the use of a randomized approach according to whch the values λ, μ and σ^2 become the elements of a probabilistic space, but in general, one can speak about probabilistic space with uniformed queueing systems being its elements. In this situation it is quite natural that the calculated characteristics of such randomized queueing system are randomization of similar characteristics of "usual" queueing system of similar type taking into account a priori distribution of queueing system input parameters.

So, in the same example concerning a M|G|1 queueing system there arise the tasks of "common" characteristics randomization of such systems with regard for a priori input parameters distributions. In other words, we can make assumption about exponential, uniform or any other distribution of one or several values λ, μ or σ^2 (that become random variables under such approach), about their dependence or independence, etc. The obtained results could be used, for instance, to calculate "in general" average values and to construct confidential intervals applicable for these or those characteristics of the queueing system class under consideration. Naturally, such approach queueing models development can be called Bayesian and it was formulated for the first time in [1].

The Bayesian approach can be used also in problems of reliability estimation. As it is known (see [2]), the availability factor of the restorable device in a stationary mode can be calculated using the formula

$$k = \frac{\lambda^{-1}}{\lambda^{-1} + \mu^{-1}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

where λ^{-1} is the average operating time between failures, and μ^{-1} is the average restoration time. If we accept the hypothesis stated above that the device under consideration is randomly selected from some set of similar devices whose average reliability characteristics vary, then according to the reasonings presented above, values λ and μ could be considered as random. Hence, under these assumption the availability factor *k* is random, too, and its distribution depends on distributions of values λ, μ. The obtained results in this field could be used, for instance, for calculating "in general" average values and for the construction of confidential intervals for reliability characteristics of the overall set of investigated devices.

2. The Bayesian approach to queuing systems.

In order to explain the essence of the task formulation we present the following example. Let us consider a situation when an observer deals with rather large series of queueing systems M|M|1|0 that differ only in service distribution parameter. In particular, these can be certain devices, commutators, routers or any other servicing tools. It is known in advance that their functioning can be modelled by a system belonging to the above-described type., i.e these systems have identical service discipline, types of input flow and of service times distribution.

This example assumes that the input flow characteristics are also identical for all the systems of a given series; only numerical characteristics of **service** are different (i.e. the parameters of exponential distribution).

Dispersion in characteristics of service is due to technological (design) reasons and the main aspect of the problem statement is the fact that the researcher does not know what the real value of service parameter of the system belonging to a given series under study that was selected by him at random. The only thing that he knows is “a priori” distribution of this parameter (since the series is supposed to be large, one can consider stochastic phenomena in relation with that series and introduce probabilistic distributions). The researcher is interested in finding out service characteristics for a series as a whole (or characteristics of the system “selected at random”). Obviously, along with traditional factors of stochasticity that occur in queueing systems (stochasticity of input flow and service processes), there appears one more factor of stochasticity related **to randomized selection of the system under study**.

Let us assume that the service parameter μ of the systems under study can take only two values: μ_1 and μ_2 with probability p_1 and p_2, respectively. In “physical terms” it means that among the system series under study (routers, machine tools, etc.) only two “varieties” of servicing devices occur. Devices belonging to the first variety provide the service with parameters μ_1, while devices of the second variety provide the service with parameter μ_2. Then the loading factor of the system “selected at random” becomes the random variable that takes the values λ/μ_1 with probability p_1 and λ/μ_2 with probability p_2. The steady-state probability of blocking the “selected” system due to the interference of the random factor of selecting a concrete system becomes “random” itself and takes the values $\lambda/(\lambda+\mu_1)$ with probability p_1 (it is the probability that a system belonging to the first variety has “fallen into the researcher’s hands”) and $\lambda/(\lambda+\mu_2)$ with probability p_2 (meaning that a system of the second variety “has fallen into the researcher’s hands”). It is natural that the “averaged” blocking probability of such “Bayesian” queueing system is equal to $p_1\lambda/(\lambda+\mu_1)+p_2\lambda/(\lambda+\mu_2)$.

As we can see, there is no need to use the methods of queueing theory for studying the Bayesian queueing systems. Bayesian system is “randomization” of a certain “ordinary” queueing system, meaning that the Bayesian queueing system characteristics can be calculated by means of randomizing subsequent averaging (by a priori distribution of the parameter or parameters) of the “ordinary” queueing system characteristics that have been calculated earlier by using the methods of queueing theory. In other words, the mathematical part of the job comes to this particular randomization and averaging. At the same time, it is an expedient from both technological and conceptual points of view to accomplish randomization of stationary characteristics of “ordinary” queueing systems and obtain the steady-state characteristics of Bayesian queueing systems.

We would like to point out one more substantial model that can be described mathematically with the help of Bayesian queueing system. Let's assume that a researcher considers not a series of systems with quantitative parameters that change with the time. For example, there exists a servicing device, one of its elements being replaced by another one at the moments that we do not know beforehand, then being replaced by the third one, etc. Such a system can be the frontier post at the airport, where an officer on duty is relieved from time to time at the moments not known by the observers (passengers). The only things an observer knows are the probability that he will have "come upon" a certain concrete frontier officer and an average time of passport checking by each frontier.

Under such approach the system structure and service discipline do not change with the time while only quantitative parameter of distribution of service changes (e.g. intensity). The input flow parameter can change in a similar way. There is no information about the moment when changes occur. The researcher is aware only of **distribution** of the values of "changeable", random parameters he "comes across" while examining the system at a "random" moment of time.

Since it is assumed that the researcher does not have any information about the moments of the system "reorganization", and even about distribution of these moments, it is impossible to describe transient processes within such kind of a system. Therefore, it is possible to carry out analysis (and subsequent randomization) of only **steady-state** distributions of the queueing system under analysis. In order to give meaning to this problem statement, it is necessary to make an assumption that the system changes quite "rarely" so that at each interval of constancy of the parameters, the queueing system "had time" to reach steady-state condition. Of course, the results of such analysis will be rough because steady-state condition, strictly speaking, cannot be reached in real life.

3. Simple models of " Bayesian" queueing systems

Below two more simplest models of "Bayesian" queueing systems are presented in order to provide further elucidation of specific character of the problems that emerge under such an approach and of the obtained obtained results.

Uniform distribution of λ and μ : loading factor

Let us consider an arbitrary queueing system with input flow intensity λ and service intensity μ. The loading of such system is equal to $\rho = \lambda / \mu$. As it is generally known, the availability of steady-state mode of the system under consideration depends on the value ρ which apperas in many formulae that describe characteristics of different queueing systems. Hence, the study of the value ρ should be considered within the frames Bayesian theory of queueing systems.

The variety of possible and interesting distributions of variables λ and μ for their joint applications is rather wide. We consider one of the simplest but at the same time very common in practice cases when the values λ and μ are independent and uniformly distributed on some certain pre-determined segments. Such model is good for describing situations when some legitimate interval of values have been assigned for both values λ and μ (or for any of them), but the real value λ or/and μ can vary within such limits.

Assume that the random variable λ has a uniform distribution on the segment $[a_\lambda, b_\lambda]$, the random variable μ has a uniform distribution on $[a_\mu, b_\mu]$, with $0 \le a_\lambda \le b_\lambda$, $0 \le a_\mu \le b_\mu$.

In this case, the cumulative function of the random variable $\rho = \lambda / \mu$ distribution can be written down as follows:

$$P\{\rho < x\} = \iint_{\lambda/\mu < x} \frac{1}{b_\lambda - a_\lambda} \frac{1}{b_\mu - a_\mu} d\lambda d\mu$$

Subsequent calculations depend essentially on relation between the values a_λ / a_μ and b_λ / b_μ. Let us suppose for the sake of definiteness that $a_\lambda / a_\mu \le b_\lambda / b_\mu$. Then:

provided $x \le a_\lambda / b_\mu$

$$P\{\rho < x\} = 0,$$

provided $a_\lambda / b_\mu \le x \le a_\lambda / a_\mu$

$$P\{\rho < x\} = K \frac{(b_\mu x - a_\lambda)^2}{2x},$$

provided $a_\lambda / a_\mu \le x \le b_\lambda / b_\mu$

$$P\{\rho < x\} = K\left(\frac{a_\mu + b_\mu}{2} x - a_\lambda\right)(b_\mu - a_\mu),$$

provided $b_\lambda / b_\mu \le x \le b_\lambda / a_\mu$

$$P\{\rho < x\} = 1 - K \frac{(b_\lambda - a_\mu x)^2}{2x},$$

provided $x \ge b_\lambda / a_\mu$

$$P\{\rho < x\} = 1,$$

when

$$K = \frac{1}{(b_\mu - a_\mu)(b_\lambda - a_\lambda)}.$$

Let us derive the density of random variable ρ:

provided $x \le a_\lambda / b_\mu$

$$f_\rho(x) = 0,$$

provided $a_\lambda / b_\mu \le x \le a_\lambda / a_\mu$

$$f_\rho(x) = K\left(\frac{b_\mu^2}{2} - \frac{a_\lambda^2}{2x^2}\right),$$

provided $a_\lambda / a_\mu \le x \le b_\lambda / b_\mu$

$$f_\rho(x) = K\left(\frac{b_\mu^2 - a_\mu^2}{2}\right),$$

provided $b_\lambda / b_\mu \le x \le b_\lambda / a_\mu$

$$f_\rho(x) = K\left(\frac{b_\lambda^2}{2x^2} - \frac{a_\mu^2}{2}\right),$$

provided $x \ge b_\lambda / a_\mu$

$$f_\rho(x) = 0.$$

Through accomplished elementary calculations, we derive the average value and the second moment of random variable ρ, that are respectively equal to:

$$\mathbf{E}\,\rho = \frac{b_\lambda + a_\lambda}{2(b_\mu - a_\mu)} \ln \frac{b_\mu}{a_\mu},$$

$$\mathbf{E}\,\rho^2 = \frac{a_\lambda^2 + a_\lambda b_\lambda + b_\lambda^2}{3 a_\mu b_\mu}.$$

It is evident that if $b_\lambda - a_\lambda \to 0$ and $b_\mu - a_\mu \to 0$, i.e. contracting the range of the random variable λ to some fixed point λ_0, and the range of the random variable μ to some fixed point μ_0, the value $\mathbf{E}\,\rho$, as it should be, tends to λ_0 / μ_0, and the value $\mathrm{E}\,\rho^2$ tends to λ_0^2 / μ_0^2.

Moreover, we note that the dependence of the average value of ρ on distribution λ is reduced to dependence on the mathematical expectation λ. At the same time, dependence of $\mathbf{E}\,\rho$ on parameters of distribution μ has a more complex look.

In the case $a_\lambda / a_\mu \ge b_\lambda / b_\mu$, the formulae for calculating the cummulative and density functions of the random variable ρ are similar. The mathematical expectation and the second moment of the random variable ρ in this particular case coincide with the values that have been calculated previously.

Based on the obtained results, it would be easy to calculate other necessary characteristics of value ρ.

It is worthwhile to observe that the examined model allows to study an important situation when $\lambda < \mu$ has the probability 1. In this case $\rho < 1$, which is the condition of ergodicity of the systems having one servicing device. By virtue of postulated independence of random values λ and μ, and the condition for $\lambda < \mu$ is satisfied only if the condition $0 \le a_\lambda \le b_\lambda \le a_\mu \le b_\mu$ holds.

Exponential λ and μ distribution: loading factor, probability of losses in the system M|M|1|0 and avalaibility factor

Let us consider another probabilistic model for the values λ and μ. In a situation when there is no a priori information about their mean values, it we can consider as a “first approximation” a model where λ and μ are exponentially distributed with known averages, *1/l* and *1/m* respecticely). Assumption about λ and μ has been retained.

So, the cummulative function of the random variable λ distribution is equal to $1-\exp(-lu)$ and the cummulative function of the random variable μ distribution is equal to $1-\exp(-mu)$. As we did in the previous section, le us first of all consider $\rho = \lambda/\mu$. Obviously, for $x \geq 0$ we get

$$P\{\rho < x\} = P\{\lambda < \mu x\} = \int_0^\infty P\{\lambda < xy\} dP\{\mu < y\} = \int_0^\infty [1-\exp(-lxy)] m \exp(-my) dy =$$

$$= \frac{lx}{m+lx}$$

Hence, it follows in particular that the random variable ρ in this case does not have any moments of the first and higher orders, as distinct from the situation described in the previous section. However, some other characteristics of Bayesian queueing systems, depending on random variable $\rho = \lambda/\mu$, can have finite moments. Let us consider, for example, the queueing system of M|M|1|0 type. The probability that a signal has been received by the system will not be lost in a steady-state mode is equal to $\pi = 1/(1+\rho)$ according to Erlangian formulae. As for the Bayesian problem statement, this probability becomes “random” by itself. Let us consider the distribution of the random variable π under the conditions of the model under study.

Provided $0 \leq y \leq 1$

$$P\{\pi < y\} = P\{\rho > (1-y)/y\} = \frac{my}{my + l(1-y)}$$

Correspondingly, the random variable π density is equal to $\frac{ml}{[my + l(1-y)]^2}$, while the averaged probability that the call is not lost looks as follows

$$\mathbf{E}\pi = \int_0^1 \frac{mly}{[my + l(1-y)]^2} dy = \frac{ml}{(m-l)^2}\left(\ln\frac{m}{l} + \frac{l}{m} - 1\right).$$

It would be easy to calculate also the second moment of the random variable π as well as its other characteristics. Let us note hat for *m=l*

$\mathbf{E}\pi$ = *1/2*.

The **v**alue

$$\pi = 1/(1+\rho) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

is equal to value of the avalaibility factor k (see above). Hence, the distribution of the random avalaibility factor in case of exponentially distributed λ and μ is presented above as the distribution of random value π.

4. Conclusions

The results presented in this article, related to Bayesian approach for queueing systems' and reliability problems, are very preliminary, or "trial" ones. It is obvious that further advancement will require consideration of such a priori distributions of the values λ, μ and other traditional queueing systems as well restorable devices input parameters that can be of practical interest. The distributions of the variables that characterize the functioning of different system types can be calculated after they have been randomized taking into account of the given a priori distributions.

Reference

1. S.Ya. Shorgin. On Bayesian queueing models. The 2nd Scientific Session of the Institute of Informatics Problems of the Russian Academy of Sciences: Reports theses – Moscow, IPI RAN, 2005, pp.120-121 (in Russian).
2. B.A. Kozlov, I.A. Ushakov, Reliability Handbook, Holt, Rinehart & Winston (1970).

LIMIT RARING PROCESSES AND RAREFACTION OF TWO INTERACTED RENEWAL PROCESSES

This research was supported (in part) by the Ministry
of Education and Science of Ukraine, project No 01.07/103

Vitalii A. Gasanenko
gs@imath.kiev.ua or gsn@ckc.com.ua

Institute of Mathematics, National Academy of Science of Ukraine,
Tereshchenkivska 3, 252601, Kiev, Ukraine}

Keywords:raring processes, mixing coefficient, generating function, renewall processes.

Abstract: This paper deals with study of the sufficient condition of approximation of raring process with mixing by renewal process. We consider use the proved results to practice problem too.

study

The limit theorems for raring processes were obtained by many .authors with use the different technics [1-8] . In the article [1] it was constructed the first model of Bernoullis' rarefaction of renewal process and it was obtained the elegant proof of approximation of such processes by Poisson process. The problem of necessary and sufficient conditions of such approximation was solved in the articles [3, 5]. The general procedures of construction a raring processes from initial processes were considered in works [2, 4, 6, 7, 8, 9]. The authors of articles [2,7, 9, 13] obtained new results for concrete apllied models with help the proved theorems of raring processes.

This article is to some degree a continuation of [9]. In section 1 it is proved the limit theorem. This proof is self-depended. It does not apply results of other offers. In section 2 it is considered the application of obtained results to concrete models.

If we have a strictly increasing almost sure sequence of positive random values $\{\tau_i, i \geq 0\}$, $\tau_{i+1} > \tau_i$, $i \geq 0$ then we can define random flow of points-events on the time axes. The moment appearance of i-th event coincides with time τ_i. Any underflow this flow is named raring flow. Thus i- th event in raring flow has number $\beta(i)$ in initial flow (it is clear that $\beta(i) \geq i$). At the beginning we shall study the sequence $\beta(i)$, $i \geq 0$ and then we shall construct this sequence for concrete model of raring process.

1. Limit theorem.

Let us consider the sequence of discrete random values

$$\xi(t),\ t \in \{0,1,2,\dots\},\quad \xi(t) \in \{1,2,\dots\}.$$

We are going to investigate distribution the following sequence

$$\beta(1) = \xi(0),\quad \beta(m+1) = \beta(m) + \xi(\beta(m)),\quad m \ge 1.$$

For this purpose, we introduce the following objects

$$v(t) = \max\{m \ge 1 : \beta(m) \le t\},\qquad \alpha(k) = \sup_{x \ge 0} \sup_{A \in F_{\le x},\, B \in F_{\ge x+k}} |P(B/A) - P(B)|,$$

here $F_{\le x} = \sigma(\xi(s), s \le x)$, $F_{\ge x} = \sigma(\xi(s), s \ge x)$.

Statement. *The following inequality holds for any* $x > 0$

$$P(\beta(m) < x) = \max_{t \le x} P(\xi(t) < \frac{x}{m})([x]+1).$$

Proof. We have by definition of $\beta(m)$

$$\{\beta(m) < x\} \subseteq \bigcup_{i=1}^{[x]+1} \left\{\xi(i) < \frac{x}{m}\right\}$$

from latter one proof follows.

Now we will proof the limit theorem for random values $\beta(m)$ in case when process $\xi(t)$ depends on parameter n. The dependence on n means , in this case, that sequence processes $\xi_n(t)$ must convergence to infinity (in some sense) at fixed t under $n \to \infty$. Such situation occurs in practice problem very often. The parameter n is index for all values which are defined by $\xi_n(t)$. For example, the values $v(t)$ transform to $v_n(t)$.

Let $\underset{n\to\infty}{\Rightarrow}$ denotes weak convergence of random values or distribution functions. Let $N(t)$ is equal to number of renewals on the interval $[0,T]$ of renewal process $\left\{\sum_{k=1}^{i} \eta_k,\ i \ge 1\right\}$. This process has the following property $P(\eta_1 \le x) = R_1(x)$, $P(\eta_i \le x) = R_2(x)$, $i \ge 2$. Here $R_1(\cdot)$, $R_2(\cdot)$ are a distribution function.

Theorem 1. *If sequence of numbers* $c_n \to \infty$ *exists such that the following conditions hold :*

1) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\xi_n(0)c_n^{-1} \le x\right) = R_1(x);$

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{a\le\delta\le t} \left| P\left(\xi_n([c_n\delta])c_n^{-1} \le y\right) - R_2(y)\right| = 0;$

δ *-- any positive number,* $t<\infty$*, functions* $R_i(y)$ *are continuous distribution functions for* $y>0$*;*

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \alpha_n(c_n)c_n = 0,$

then $v_n(c_n t) \underset{n\to\infty}{\Rightarrow} N(t)$ *for every fixed* t.

Proof. We denote by $\beta_k(m)$, $m\ge 1$ the sequence which is defined by the sequence $\beta(m)$ under condition $\xi(0)=k$. That is $P(\beta_k(m)=s) = P(\beta_k(m)=s/\xi(0)=k)$.

Further $v(k,t) = \max\{m\ge 1 : \beta_k(m) < t\}$.

We define the following sequence of random values $\nu_k(m)$:

$$\nu_k(0)\equiv 0,\ \nu_k(1)=\xi(k),\ \ \nu_k(m+1)=\nu_k(m)+\xi(\nu_k(m)),\ m\ge 1.$$

Further let $V_k(t) = \max\{m\ge 1 : \nu_k(m)\le t\}$.

Now we introduce the sequence of random integer numbers $\beta_{l,k}(m)$, $m\ge 1$, which have the following distribution function

$$P\left(\beta_{l,k}(m)=s\right) = P\left(\beta(m)=s/\xi(0)=l,\xi(l)=k\right) = P\left\{\nu_{l+k}(m)=s-l-k/\ \xi(0)=l,\xi(l)=k\right\}.$$

We will denote by $v_{l,k}(t) = \max\{m\ge 2 : \beta_{l,k}(m)\le t\}$.

By the definition of $v(t)$ and $v(l,t)$ we have stochastic equalities (right and left parts have the same distribution function)

$$v(t) = \sum_{l=1}^{[t]} I\left(\xi(0)=l\right)\left(v(l,t)+1\right),\quad v(l,t) = \sum_{k=1}^{[t-l]} I\left(\xi(l)=k/\xi(0)=l\right)\left(v_{l,k}(t)+1\right),$$

here the function $I(\cdot)$ is indicator function of sets.

Applying indicator identity

$$s^{I(\cdot)x} = 1 + I(\cdot)\left(s^x - 1\right),$$

we get

$$M\, s^{\nu(t)} = 1 + \sum_{l=1}^{[t]} M\, I\,(\xi(0)=l)\left(s^{\nu(l,t)+1} - 1\right),$$

$$M\, s^{\nu(l,t)} = 1 + \sum_{k=1}^{[t-l]} M\, I\,(\xi(l)=k/\xi(0)=l\,)\left(s^{\nu_{l,k}(t)+1} - 1\right),$$

here $s \in (0,1)$.

If the $\xi\,(t)$ depends on the parameter n, then latter equalities have the following forms.

Put

$$M\, s^{\nu_n(c_n t)} = g_n(c_n\, t, s), \qquad M\, s^{V_{n,k}(c_n t)} = f_{n,k}\,(c_n\, t, s)\,.$$

Further

$$g_n(c_n t,\, s) = 1 - P(\xi_n(0) \le t) + s\, \sum_{l=1}^{[t]} M\, I(\xi_n(0)=l)\; s^{\nu_n(l,\, c_n t)} \quad ,$$

$$M\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} = 1 - P(\xi_{\,n}(l) \le c_n t\,/\,\xi_n(0)=l) + s \sum_{k=1}^{[\,c_n t - l\,]} M\, I(\xi_n(l)=k\,/\,\xi_n(0)=l\,)\, s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)}\; . \qquad (1)$$

We will divide the sums in the right parts equalities (1) into two sums:

$$\sum_{1}^{[\,c_n \delta\,]} + \sum_{[\,c_n\,\delta\,]+1}^{[\,c_n\, t\,]} \qquad (2)$$

The first sum we can make less than given number. This follows from the conditions 1,2 and continuous of functions $R_i(\cdot)$ in zero.

The second sum consists of the expectations of two random factors. These factors are bounded by one and measured with respect to σ -algebras $F_{\le x}$, $F_{\ge x + c_n \delta}$ respectively. The latter one enables us to change every summand of second part of (2) by factor of expectations of the given random values with error less than $2\alpha_{_m}(c_n\,\delta\,)$ (look for example (20.29)[10]):

We have the following estimates under $l \ge c_n\, \delta$

$$|\; MI(\xi_n(0)=l)\; s^{\nu_n(l,\, c_n t)} \; - \; MI(\xi_n(0)=l)\;\; M\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} \;| \le \; 2\alpha_n(c_n\,\delta),$$

$$M\, s^{\nu_n(l,\,c_n t)} = \sum_{d=0}^{[c_n t]-l} s^d \ \Big(P\big(\nu_{n,l}(d) \le c_n\, t - l, \nu_{n,l}(d+1) > c_n\, t - l \,/ \xi_n(0) = l\big) \pm$$

$$\pm\, P\big(\nu_{n,l}(d) \le c_n\, t - l, \nu_{n,l}(d+1) > c_n\, t - l\,\big)\Big) = M\, s^{V_{n,l}(c_n t - l)} + \pi_{n},$$

here $|\pi_n| \le K\alpha_n(c_n\delta), \quad K < \infty$.

$$\big|P\big(\xi_n(l) \le c_n t \,/\, \xi_n(0) = l\big) - P\big(\xi_n(l) \le c_n t\,\big)\big| \le \alpha_n(c_n\delta)\,.$$

Further we have estimates in case $k \ge c_n\delta$:

$$|MI\big(\xi_n(l) = k \,/\, \xi_n(0) = l\big) s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)} - MI\big(\xi_n(l) = k \,/\, \xi_n(0) = l\big) M\, s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)}\ | \le 2\,\alpha_n(c_n\delta)\,;$$

$$|M\, s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)} - M\ s^{V_{n,l+k}(c_n t - l - k)}| \le K_1\alpha_n(c_n\delta), \quad K_1 < \infty\,.$$

Now we can rewrite of (1) in the following form

$$g_n(c_n t, s) = 1 - P\big(\xi_n(0) \le c_n t\big) + a_{n,1}(\delta) + b_{n,1} + s \sum_{l=[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} P\big(\xi_n(0) = l\big)\ f_{n,l}(c_n t - l, s),$$

$$f_{n,l}(c_n t - l) =$$

$$1 - P\big(\xi_n(l) \le c_n t\,\big) + a_{n,2}(\delta) + b_{n,2} + s \sum_{k=[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} P\big(\xi_n(l) = k\,\big)\, f_{n,l+k}(c_n t - l - k, s), \quad l \ge [c_n\delta],$$

here

$$|b_{n,i}| \le k_i\,\alpha_n(c_n\delta), k_i < \infty, i = 1,2; \quad a_{n,1}(\delta) \le P\big(0 < \xi_n(0) \le c_n\delta\big),$$

$$a_{n,2}(\delta) \le \sup_{q \ge [c_n\delta]} P\big(0 < \xi_n(q) \le c_n\delta\big).$$

Further we introduce a sequence of independence random values with the same distribution function $\{\eta_k(n, \delta), \ k \ge 1\}$ under fixed δ. The distribution function is defined by the following equality

$$P\big(\eta_1(n,\delta) \ \le x\big) = P\big(\xi_n(c_n\delta) \le x\big).$$

We will denote

$$S_m(n,\delta)=\sum_{k=1}^{m}\eta_k(n,\delta),\qquad D_{n,\delta}(t)=\sup_{m\ge 1}\{m:S_m(n,\delta)\le t\}.$$

$$M\,s^{D_{n,\delta}(t)}=\sum_{d=0}^{\infty}s^d\,P\big(D_{n,\delta}(t)=d\big)=:F_{n,\delta}(t,s)$$

We will estimate of difference of $f_{n,l}(c_n t-l,s),\, l\ge c_n\delta$ and $F_{n,\delta}(c_n t-l,s)$. The definition leads to

$$f_{n,l}(c_n t-l,s)=\sum_{d=0}^{[c_n t-l]}s^d\,P\big(\nu_{n,l}(d)\le c_n t-l,\nu_{n,l}(d+1)>c_n t-l\big).$$

Further we get for $d=0$ by condition 2

$$P\big(\xi_n(l)\ge c_n t-l\big)\pm P\big(\xi_n(c_n\delta)\ge c_n t-l\big)=\theta_n+P\big(\xi_n(c_n\delta)\ge c_n t-l\big).$$

Here and after the designation θ_n means that we have some sequence of numbers such that it convergences to zero under $n\to\infty$ and the following condition holds

$$|\theta_n|\le 2\sup_{y\le t}\sup_{\delta\le\Delta\le t}|P\big(\xi_n([c_n\Delta])c_n^{-1}<y\big)-R_2(y)|\,.$$

We have for $d=1$: $P\big(\nu_{n,l}(1)\le c_n t-l,\nu_{n,l}(2)>c_n t-l\big)=$

$$=\sum_{k=1}^{[c_n t-l]}P\big(\xi_n(l)=k,\ \xi_n(k+l)>c_n t-l-k\big)=$$

$$=a_{n,\delta}+r_{n,1,\delta}+\sum_{k=[c_n\delta]}^{[c_n t-l]}P\big(\xi_n(l)=k\big)P\big(\xi_n(k+l)>c_n t-l-k\big)=$$

$$=a_{n,\delta}+r_{n,1,\delta}+\theta_n+\sum_{k=[c_n\delta]}^{[c_n t-l]}P\big(\xi_n(l)=k\big)P\big(\eta_2(n,\delta)>c_n t-l-k\big)=$$

$$=a_{n,\delta}+r_{n,1,\delta}+\theta_n+P\big(D_{n,\delta}(c_n t-l)=1\big)-$$

$$-\sum_{k=[c_n\delta]}^{[c_n t-l]}\sum_{s=[c_n\delta]}^{k}\Big(P\big(\xi_n(l)=s\big)-P\big(\eta_1(n,\delta)=s\big)\Big)\,P\big(\eta_2(n,\delta)=c_n t-l-k\big)=\qquad(3)$$

$$=P\big(D_{n,\delta}(c_n t-l)=1\big)+\pi_{n,1}\,.$$

Here

$$|\pi_{n,1}|\le 2\big(a_{n,\delta}+\alpha_n(c_n\delta)+\theta_n\big),\quad a_{n,\delta}=\max_{i=1,2}\big(a_{n,i}\big)\quad |r_{1,n,\delta}|=2\,\alpha_n(c_n\delta)\,.$$

We used the Abel's transformation ([12], Chapter XI , Sec.383), for sum of pair factors of (3). Similar considerations apply to the case $d=2$. Thus applying (3) we get

$$P\big(\nu_{n,l}(2)\le c_n t-l,\nu_{n,l}(3)>c_n t-l\big)=a_{n,\delta}+r_{n,2}+$$

$$+\sum_{k=[c_n\delta]}^{[c_nt-l]} P(\xi_n(l)=k)\ P\left(\nu_{n,l+k}(1)\le c_nt-l-k, \nu_{n,l+k}(2)>c_nt-l-k\right)=$$

$$= a_{n,\delta}+r_{n,2,\delta}+\theta_n+\pi_{n,1,\delta}+P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l)=2\right)-$$

$$-\sum_{k=[c_n\delta]}^{[c_nt-l]}\sum_{s=[c_n\delta]}^{k}\left(P(\xi_n(l)=s)-P(\eta_1(n,\delta)=s)\right)\left(P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l-k-1)=1\right)-P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l-k)=1\right)\right)=$$

$$=P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l)=2\right)+\pi_{n,2}.$$

For the latter one we used the Abel's transformation too and the following equality which is checked easy.

$$P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l-k-1)=1\right)-P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l-k)=1\right)=$$

$$=P\left(S_2(n,\delta)=[c_nt]-l-k\right)+P\left(\eta_1(n,\delta)=[c_nt]-l-k\right).$$

The implicit introduced sequences have obvious sense and the following estimates take place $|r_{n,2,\delta}|\le 2\alpha_n(c_n\delta)$, $|\pi_{n,2}|\le 4\left(a_{n,\delta}+\alpha_n(c_n\delta)+\theta_n\right)$. It is no difficult to show with help induction that we have for $d=p$ the following formulas

$$P\left(\nu_{n,l}(p)\le c_nt-l, \nu_{n,l}(p+1)>c_nt-l\right)=$$

$$=P\left(D_{n,\delta}(c_nt-l)=p\right)+\pi_{n,p},\quad |\pi_{n,p}|\le 2p\left(a_{n,\delta}+\alpha_n(c_n\delta)+\theta_n\right).$$

Thus we obtained next representations for fixed $s\in(0,1)$

$$f_{n,l}(c_nt-l,s)=F_{n,\delta}(c_nt-l,s)+L_{n,\delta},\quad |L_{n,\delta}|\le L\left(a_{n,\delta}+\alpha_n(c_n\delta)+o_n(1)\right),\quad L<\infty.$$

$$g_n(c_nt,s)=1-P\left(\xi_n(0)\le c_nt\right)+K_{n,\delta}+s\sum_{l=[c_n\delta]+1}^{[c_nt]}P\left(\xi_n(0)=l\right)F_{n,\delta}(c_nt-l,s),$$

$$F_{n,\delta}(c_nt-l,s)=1-P\left(\xi_n(c_n\delta)\le c_nt-l\right)+Z_{n,\delta}+$$

$$+s\sum_{l=[c_n\delta]+1}^{[c_nt]}P\left(\xi_n(c_n\delta)=k\right)F_{n,\delta}(c_nt-l-k,s),\quad l\ge[c_n\delta].$$

Here the constructions of $K_{n,\delta}$ and $Z_{n,\delta}$ lead to the following relations

$$\lim_{n\to\infty}K_{n,\delta}=l_1K_\delta;\quad \lim_{n\to\infty}Z_{n,\delta}=l_2Z_\delta;\quad \max(l_1,l_2)\le\infty,$$

and $|K_\delta| \le 2\left(R_1(\delta) - R_1(0)\right)$, $|Z_\delta| \le 2\left(R_2(\delta) - R_2(0)\right)$.

Combining construction of $F_{n,\delta}(c_n t, s)$, condition 2 and continuity of convolution we conclude that the following limit exists

$$\lim_{\delta \to 0} \lim_{n \to \infty} F_{n,\delta}(c_n t, s) = F(t, s)$$

as this limit is unique solution the following equation

$$F(t, s) = 1 + R_2(t) + s\, R_2(\cdot) * F(t, s), \qquad (4)$$

here symbol $*$ denotes of convolution of two functions.

The sequence of generating functions $g_n(c_n t, s)$ has limit too

$$\lim_{\delta \to 0} \lim_{n \to \infty} g_n(c_n t, s) = g(t, s)$$

This limit is solution of the following equation

$$g(t, s) = 1 + R_1(t) + s\, R_2(\cdot) * F(t, s).$$

The latter one and (4) lead to proof of theorem.

Remark 1. We consider the extension of theorem 1. It consists in definition more weakly the mixing coefficient than $\alpha(\cdot)$.

Suppose that sequence c_n, $n \ge 1$ from theorem1 is defined. Now we take any sequence r_n, $n \ge 1$, which satisfies the following condition $r_n \to \infty$, $r_n = o(c_n)$ under $n \to \infty$.

Further we construct truncated process:

$$\overline{\xi_n}(t) = \begin{cases} \xi_n(t), & \xi_n(t) \le c_n - r_n, \\ c_n - r_n, & \xi_n(t) \ge c_n - r_n. \end{cases}$$

and construct the σ - algebra $F_{\le x}(r_n) = \sigma\left(\overline{\xi_n}(t), t \le x\right)$ too.

Now we define new mixing coefficient

$$\alpha_n(r_n, c_n) = \sup_{x \ge 0} \quad \sup\left\{ |P(B/A) - P(B)| : A \in F_{\le x}(r_n),\ B \in F_{\ge x + c_n} \right\}.$$

Thus this coefficient is constructed only on those events from $F_{\le x}$ on which the process $\xi_n(t)$ is less of value $c_n - r_n$ under $t \le x$. Such coefficient is useful in those cases when time dependence of researched events is controlled by values of process $\xi_n(t)$. For example, if the event $\{\xi_n(x)=k\}$ restricts of investigation of such events by interval $[0, x+k]$.

Now we divide second sum of (2) in this way:

$$\sum_{[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} = \sum_{[c_n\delta]+1}^{[(c_n-r_n)t]} + \sum_{[(c_n-r_n)t]+1}^{[c_n t]} . \qquad (5)$$

We can do second sum from (5) less any given value due to continuity of $R_i(\cdot)$.

Further we apply the transformation from the proof of theorem 1 to first sum with use coefficient $\alpha_n(r_n, c_n)$.

Thus we can replace the condition 3 of theorem 1 the following condition

3' it exists such sequence $r_n,\, n\ge 1$*:* $r_n \to \infty,\ r_n = o(c_n)$ *under* $n\to\infty$ *that*

$$c_n \alpha_n(r_n, c_n) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} 0 .$$

Remark 2.*If the sequence* $\{\tau_i, i\ge 0\}$ *be such that*

$$\lim_{i\to\infty} i^{-1}\tau_i = \mu^{-1}, \quad a.s.,\ \mu = const.,$$

then we get the following convergence under conditions theorem 1

$$P\left(\tau_{\beta_n(i)} \le x c_n\right) \underset{n\to\infty}{\Rightarrow} R_1 * R_2^{*(i-1)}(x\mu) .$$

It follows from the known theorems of transfer (look, for example [11]).

2. Interaction of two renewal processes.

The model of raring process which is considered below is result interaction two renewal processes. This model was offered in [13] as the mathematical model of practice problem.

Let us denote by Z and H two renewal processes : $Z=\{\varsigma_i, i\ge 1\}$, $H=\{\eta_i, i\ge 1\}$.

We define stochastic characteristics of Z, H :

$$\tau_i = \sum_{l=1}^{i}\eta_l, \quad \vartheta_i = \sum_{l=1}^{i}\varsigma_l, \quad i=1,2,\ldots \ ; \quad N_1(t)=\sup\{n: \tau_n < t\}, \quad N_2(t)=\sup\{n: \vartheta < t\},$$

$$\gamma_1^+(t)=\tau_{N_1(t)+1} - t, \quad \gamma_2^+(t)=\vartheta_{N_2(t)+1} - t, \quad t>0 .$$

The moments of time τ_i, ϑ_i, $i \ge 1$ are named renewal points processes H and Z respectively.

If we have a renewal points of the process Z in interval $(\tau_{n-1}, \tau_n]$ then we will say that the renewal point τ_n is marked by process Z. The process H marks a renewal points of process Z analogy.

Let us denote by $T_0'' = 0, T_1'', \ldots$ renewal points of H which were marked by Z and $T_1', T_2', \ldots$ renewal points of Z which were marked by H. It is clear that the following inequalities $T_0'' = 0 < T_1' \le T_1'' \le T_2' \le \ldots$ take place. It is shown in [4] that sequence random values

$$V_n = T_n' - T_{n-1}'', \quad U_n = T_n'' - T_n', \quad n = 1, 2, \ldots,$$

be Markov's chain. This chain is defined by transition probabilities

$$P(V_1 < x) = P(\varsigma_1 < x), \quad P(U_n < x / V_n = y), \quad P(V_{n+1} < x / U_n = y), \quad n = 1, 2, \ldots.$$

It is easy to see that for investigation V_n, U_n it is necessary simultaneously to observe two raring processes:

$$T'' = \{T_0'' = 0, T_1'', T_2'' - T_1'', \ldots\} \quad T' = \{T_1', T_2' - T_1', \ldots\}.$$

We will investigate these raring processes separately. We will use that the processes T'', T' are raring processes respect to processes H, Z respectively.

We take, for example, T''. The T'', as underflow of H, defines the following indicators

$$\chi(i) = \begin{cases} 1, & \text{if } i-th \text{ renewal point of } H \text{ belongs to } T'', \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$$\xi(l) = \inf\{j \ge 1 : \chi(l+j) = 1\}, \quad l \ge 0.$$

Thus $\beta(i) = \beta(i-1) + \xi(\beta(i-1))$, $i \ge 1$ be number of the i-th event from H which belongs to T''. The moment $\tau_{\beta(i)}$ is moment of appearance this event. We shall suppose that processes H and Z depend on a parameter $n, n \to \infty$ such that $H_n = \{\eta_{n,i}, i \ge 1\}$, $Z_n = \{\varsigma_{n,i}, i \ge 1\}$. Now the characteristics these processes have forms: $\tau_{n,i}$, $\vartheta_{n,i}$, $i = 1, 2, \ldots$, $\gamma^+_{n,k}(t)$, $k = 1, 2$.

Theorem 2. *If the following conditions:*

1) there are a positive numbers $c_n \to \infty$ and distribution function $G(x), x \ge 0$ guaranteeing the following limit

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{t\geq 0} \left| P\left(\gamma^{+}_{n,2}(t) < \tau_{n,[nx]}\right) - G(x) \right| = 0,$$

here x *is continuous point of* $G(x)$*;*

2) $\lim\limits_{n\to\infty} c_n^{-1}\tau_{n,c_n} = \mu, \quad \mu = const.$.

hold then $P\left(\tau_{\beta_n(k)} < xc_n\right) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} G^{*k}\left(\dfrac{x}{\mu}\right)$.

Proof. We will check all conditions of Theorem 1 for process $\xi_n(l)$. We calculate the probability $P(\xi(l) = m)$:

$$P(\xi(l) = 1) = P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1}\right).$$

$$P(\xi(l) = 2) = P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) \geq \eta_{l+1}, \gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \eta_{l+2}\right) =$$

$$= P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \eta_{l+2}\right) - P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1}\right).$$

$$\dots$$

$$P(\xi(l) = k) = P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \dots + \eta_{l+k}\right) - P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \dots + \eta_{l+k-1}\right).$$

Thus

$$P(\xi(l) \leq m) = \sum_{k=1}^{m} P(\xi(l) = k) = P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \dots + \eta_{l+m}\right). \qquad (6)$$

The latter one and condition 1 lead to the following convergence

$$P(\xi_n(l) < c_n x) = \int_0^\infty P\left(\gamma^{+}_{n,2}(t) < \tau_{n,[c_n x]}\right) P\left(\tau_{n,l} \in dt\right) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} G(x), \quad l = 0, 1, 2, \dots .$$

here $x > 0$ is continuous point of $G(x)$.

We have the following equality when it is considered that (6) holds

$$P\left(\xi(l+r) \leq s / \xi(l) \leq m\right) - P\left(\xi(l+r) \leq s\right) = 0, \quad \text{if} \quad m < r.$$

Now we have for any sequences of numbers r_n such that $r_n \to \infty$, $r_n < c_n$, $n \geq 0$ $\alpha_n(r_n, c_n) = 0, \quad n \geq 0$.

Thus all conditions of theorem 1 hold respect to process $\xi_n(t)$. Now the statement of theorem 2 becomes apparent if it is remembered the theorem of transfer.

Example. Now we consider example of definition of sequence c_n and limits' function $G(x)$ from Theorem 2. We shall suppose that process Z is Poisson process with parameter λ_n such that $\lambda_n \to 0$ under $n \to \infty$. The process H don't depends on parameter n. The renewal interval of H has finite expectation $\mu = M\eta_1 < \infty$.

All these suppositions led to formula

$$P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \dots + \eta_{l+m}\right) = \int_0^\infty \lambda_n e^{-\lambda_n y} P(\tau_m > y)\, dy =: G_n(m).$$

If we put $m = [c_n x]$ and make change of variables $\lambda_n y = z$ then we get

$$G_n([c_n x]) = \int_0^\infty e^{-\lambda_n y} P\left(\lambda_n \tau_{[c_n x]} > z\right) dz.$$

Put $c_n =: \lambda_n^{-1}$. The indicator of set A will be denoted by $I(A)$. The following convergences are based on strong law of large numbers.

$$G_n([c_n x]) = \int_0^\infty e^{-z} P\left(x \frac{\tau_{[\lambda_n^{-1} x]}}{[\lambda_n^{-1} x]} > z \right) dz \underset{n\to\infty}{\to} \int_0^\infty e^{-z} I(x\mu > z)\, dz = 1 - e^{-\mu x}.$$

and

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\tau_n}{n} = \mu \quad a.s.$$

Thus we checked all conditions of Theorem 2. The function $G(x)$ (from condition 1 of theorem 2) be limit for the functions $G_n([x\lambda_n^{-1}])$. In this example the moment of appearance k-th event in flow T_n'' has the following limit distribution function $P\left(\tau_{\beta_n(k)} < x\lambda_n^{-1}\right) \underset{n\to\infty}{\to} \left(1 - \exp(\cdot)\right)^{*k}(x), \quad x \ge 0$.

It is clear that similar example we may consider for process T'. In this case the process H must be Poisson with "rare" events and the process Z must be a simple renewal process with bounded expectation of time between neighboring renewal point.

References

1. A. Renyi A Poisson - folyamat egy jellemzese// Maguar Tud. Acad. Mat.Int.Kozl. vol 1,1956, 519-527 p.
2. Yu. K. Belyaev Limit theorems for raring processes // Teor. veroytn. i primen., vol 2, 1963, 175 – 184 p.
3. I.N.Kovalenko On class of limit theorems for flows of homogeneous events// Litovsky math. sbornik, vol 5, 1965, 569-573 p.
4. I.N.Kovalenko On limit raring processes// Institute of kybernetiki, Preprint, Kyiv, 1973, P.15.
5. B.V.Gnedenko, B.Frier Some notes to the work of I.N. Kovalenko// Litovsky math. Sbornik, vol 5, 1969, 463-470 p.
6. T.Brown Position dependent and stochastic thinning of point processes// Stoch. Process. and their Applications,vol 5, 1979, 189-193 p.
7. P.Jagers, T.Lindwall Thinning and rare events in point processes/ Z. Wahrschein.verw. Geb., 28, 1974, 89-98 p.
8. J.Mogyorodi Some notes on thinning recurrent flows// Litovsky math. Sbornik, vol. 11, 1971, 303-315 p.
9. V.A. Gasanenko Limit theorem for raring processes with mixing I, II.// Ukrainian Mathematical Journal, vol 50, 1998, 471-475, 603 – 612 pp.
10. P. Billingsley Convergence of probability measures, Nauka, Moscow, 1977, 352 p.
11. V.V. Anisimov Random processes with discrete component, Vyshaij shkola, Kiev,1988, 184 p.
12. G.M. Fihtengolc Course of differential and integral calculus, v. II, Nauka, Moskow, 1970, 800 p.
13. I. Kopocinska Two mutually rarefied renewal processes, Application Mathematice, vol 22, 1994, 267-273 p.

B.V. GNEDENKO AND FORMATION OF THE PROBABILISTIC SCHOOL IN UKRAINE

V.S. Korolyuk

(List of contents. Full text only in Russian)

1. **INTRODUCTION**
2. **STARTING PHASE**
3. **BEGINNING STUDY UNDER B.V. SUPERVISION**
4. **FORMATION OF THE SCHOOL**
5. **CHOICE OF THE SCEINTIFIC DIRECTION**
6. **GNEDENKO'S BUSINESS TRIP TO GERMANY**
7. **BEGINNING OF CYBERNETICS IN UKRAINE**
8. **RELATIONS GNEDENKO WITH HIS PUPILS**
9. **UKRAINIAN SCHOOL ON PROBABILITY THEORY**
10. **GNEDENKO'S INFLUENCE ON UKRAINIAN SCIENCE AFTER HIS MOVE TO MOSCOW**
11. **THE TEACHER'S PORTRAIT**
12. **HIS HOME**
13. **MUTUAL COLLABORATION**
14. **TRADITIONS OF THE SCHOOL**

THURST OF LIFE:

Two Gnedenko's Visits to the United States

Igor Ushakov

It won't be an exaggeration to say that I never met a man with a stronger thirst for life, creating good around him, and being a courageous man who also faced life's test and terrible illness…

I was really lucky: I had been working with Boris Vladimirovich for many years shoulder-to-shoulder, traveled with him many business trips, spent many evenings with his hospitable family, he was my guest as well many times…

It was my great privilege: Gnedenko visited me twice in the United States when I was working at The George Washington University: in spring of 1991 and in summer of 1993. I will try to present a "photo report" of these events using only few words for comments.

USA-91

Just before B.V.'s visit I was appointed to an open-heart surgery. I begged my surgeon to postpone the surgery for two days because I had to meet my teacher at airport who flew from Moscow. My surgeon agreed with me that I will survive extra couple days without an artificial valve...

Below: we met at the Washington's Dallas Airport. As you can see B.V. – as usual, ~~was~~ strong and smiling: nothing showed that he was already very sick… On his right – his son, Dimitri.

In an hour, we were back at our place. Back then we lived in Arlington VA, which was close enough to The George Washington University.

It seems the long flight from Moscow did not make B.V. tired.

Our first dinner: from left to right – Tatyana Ushakov, Dimitri Gnedenko and B.V

Another dinner: the table is full of everything (including, of course, a bottle of "Stoli").

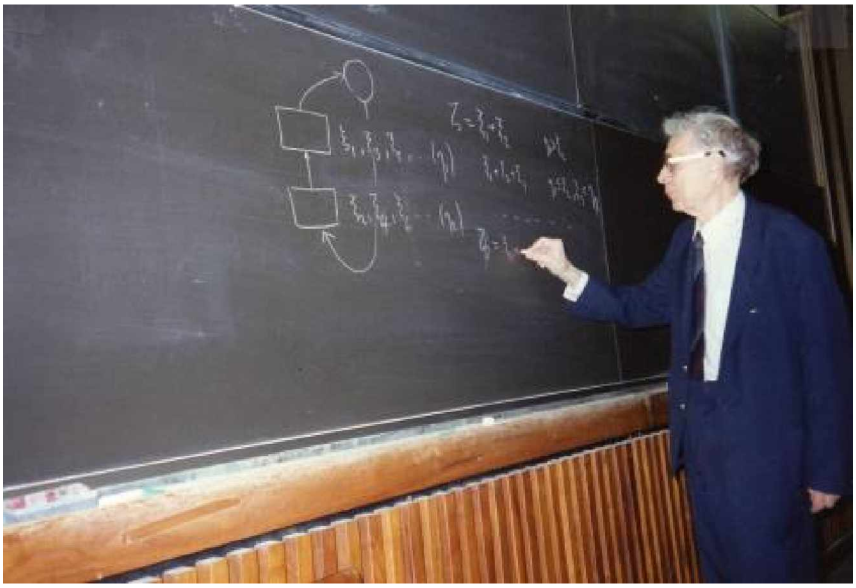
B.V. with his unavoidable glass of water and his constant kind smile. He seemed not tired though the day was tough enough: lecturing, visits…

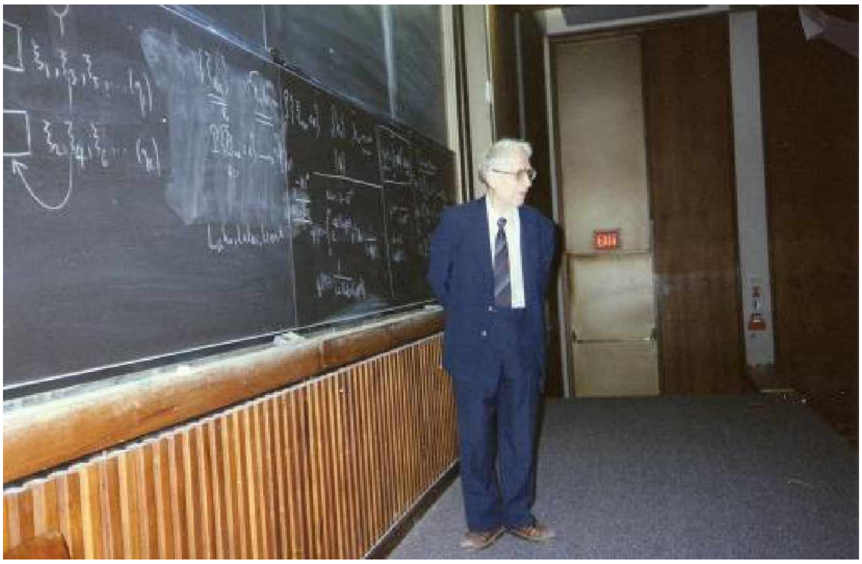
When local university "paparazzi" had known about B.V.'s visit to the Operations Research Department, they came immediately. This photo made for the University weekly newspaper at my office.

Here B.V. and I visited Professor James Falk who later was the editor of the book written by B.V. and myself *Probabilistic Reliability Engineering* (*John Wiley and Sons*, *New York*, 1995).

Three days later after B.V. arrival I was at the University Hospital for the surgery. During those days, B.V. visited Professor Richard Smith at the University of North Carolina. By the time he came back, it has been five days pass, I was back on my feet: American hospitals are fast! The next day, still with pain in my broken chest, I was at B.V.'s lecture as an interpreter...

As usual, B.V. was lecturing tremendously. Of course, he did not need me as an interpreter, though I stayed at the podium hiding behind a lectern: I could not step down without someone's help. So I sat there very still, it was extremely painful to move…



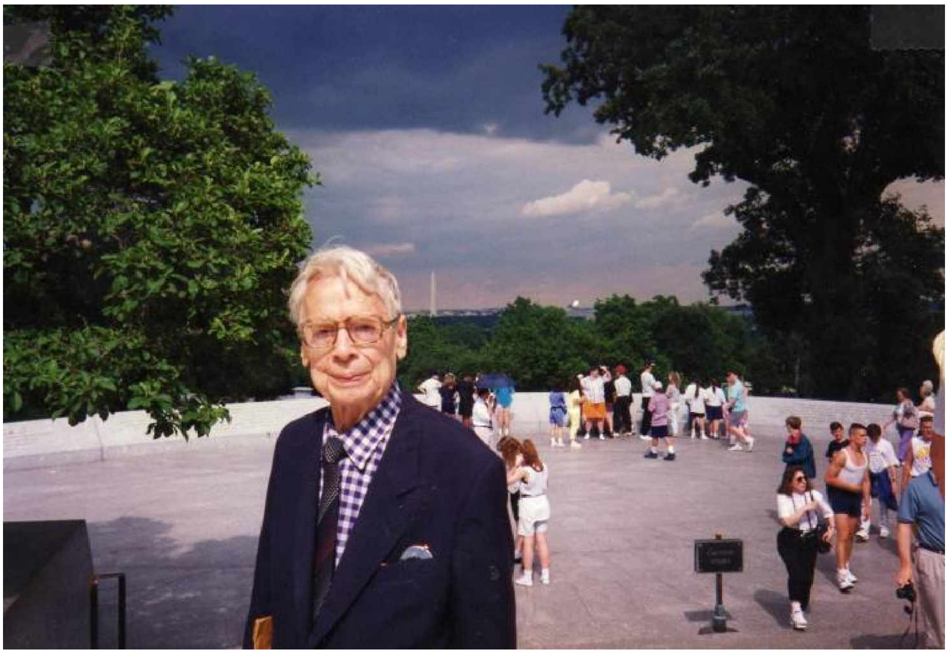


When B.V. finished the lecture and applause became silent, B.V. helped me rise to my feet. He took my elbow and we slowly went down the steps off the podium. At that moment I joked: “B.V., can you imagine what everybody is thinking, it is I who should be supporting you, not the other way around…” B.V. stopped in place and, shaking from laughing, said: “Igor, don’t joke like this! I am afraid that we both might loose our balance and fall down…”

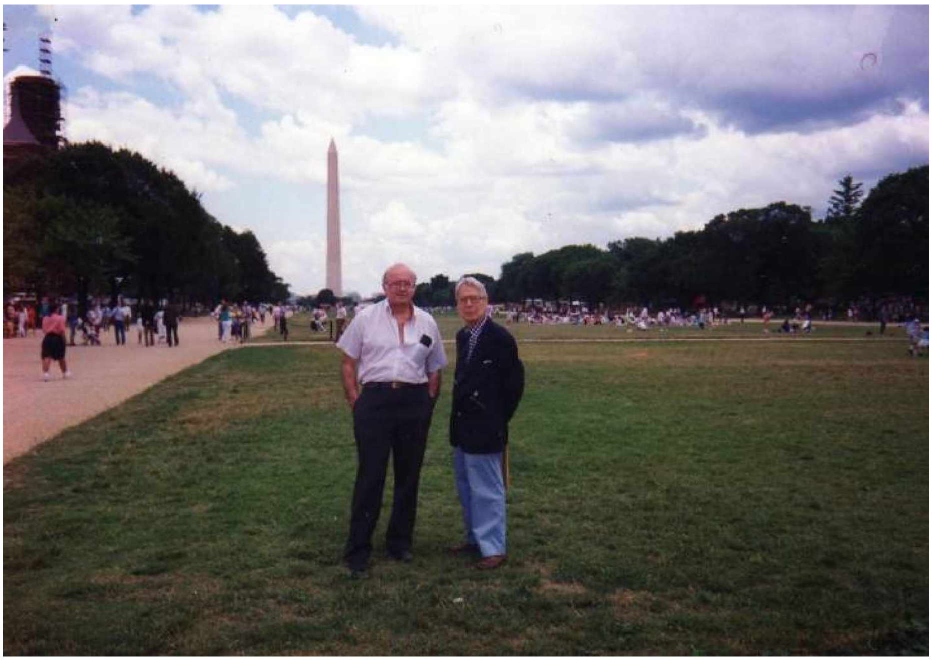
Once there was B.V.’s interview with Professors Nozer Singpurwalla and Richard Smith at which Dimitri and I were attending. (One could find that interview at No. 1 of our Journal.)

At one of our dinners, Professor Falk with his wife Jean were our guests. It seems me that then we asked Jim to be the editor of our book.

B.V. and myself spent a lot of time walking in Washington, D.C. He was very attentive to my conditions after the surgery, though my believe is that those frequent promenades made me physically stronger in a very short time. When we walked through Arlington cemetery, B.V. sadly joked: “Here we are, at the meeting with our future…”



We spoke about various things, though almost never on professional themes. B.V. was connoisseur in poetry, music, fine art… Once I remarked that I did not like anything created be Felix Mendelssohn but his Violin Concerto… B.V. did not point out my mistakes, but simply told me: “Igor, try to listen to Mendelssohn’s music more. I’m sure that you will love him…” And that is exactly what happened! Now Mendelssohn’s CD’s are next to Rachmaninov, Beethoven and Mozart.



Next, I confessed that I did not like Pushkin[3]: “I understand that he is a great poet but emotionally I do not connect with his writing…” B.V. responded: “Understanding of Pushkin came with age…” Well… I guess I am still too young for it!

Our evenings were social. Washington mathematicians invited B.V. for dinners where he always a center of gravitation. In those international communities his knowledge of English, German and French was very useful...

[3] Alexander Pushkin is a great Russian poet.

USA-91

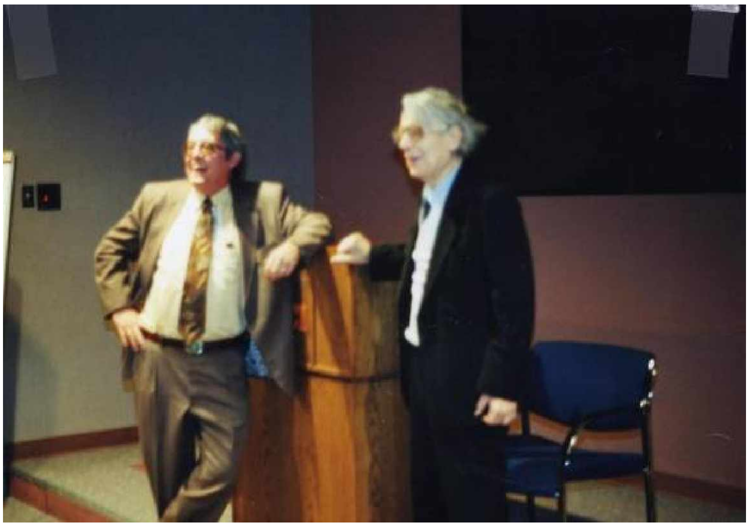
In two years B.V. came to visit again. This time I was able to arrange his visit to one of the leading telecommunication company MCI. Though B.V.'s illness was progressing, nobody except us could tell anything was wrong. Being so much around him we began to notice that he got tired earlier.

-

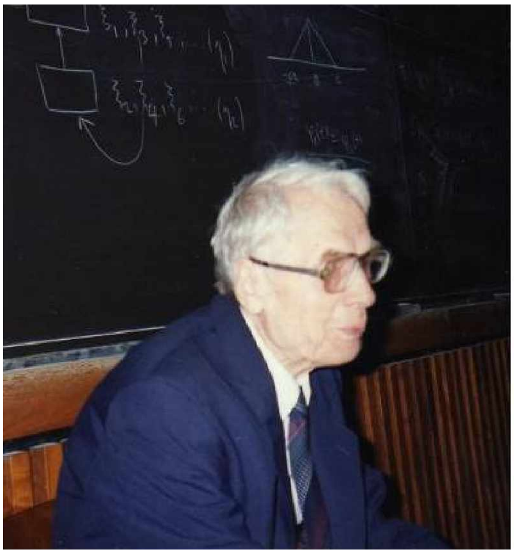
Nevertheless, he was always in the epicenter of any discussion, his eyes were always glistering with sincere interest to various problems. He compiled a dense plan of visits around the country.

His first visit was to MCI Headquarter near Dallas (TX). He was introduced to the audience by Chief Scientist Chris Hardy who first of all told how he convinced MCI top managers to invite Gnedenko: “I told ~~to~~ the President of the company that visit of Professor Gnedenko to us is equivalent to visit Norbert Wiener to Los Alamos Labs. It is a great honor for us!”

The photo below shows how Chris introduced B.V. to the MCI scientific community.



After the introduction, B.V. began ~~with~~ his lecture touching on some problems similar to the company interests. That time he lectured sitting down on the chair: it was right after a long flight from Washington.



The next day B.V. was accompanied by Dimitri and myself, took a plane to Boston where we were met by my former PhD student Eugene Litvak from the Harvard University. Photo below: E. Litvak, D. Gnedenko, B. Gnedenko and the author.

Since the audience was not “too mathematical”, B.V. chose an intriguing topic: “Probability Theory from Medieval to Modern Times”. It is time to point out that B.V. had always felt the audience and possessed an astonishing ability of adaptation and changing the style and the level of his presentation.

HARVARD SCHOOL OF PUBLIC HEALTH
Department of Biostatistics
677 Huntington Avenue Boston, Massachusetts 02115 (617) 432-1056
FAX: (617) 739-1781
Internet:dept@biostat.harvard.edu

COLLOQUIUM SERIES

Professor Boris V. Gnedenko

Chairman, Department of Probability Theory
Moscow University

will speak on

"Probability Theory and Mathematical Statistics from Medieval to Modern Times"

Monday, December 13, 1993
4:00 - 5:00 p.m.
Kresge, Room G-3

Coffee, tea and cookies
3:30 - 4:00 p.m.
Outside Kresge, Room G-3

ABOUT THE SPEAKER: Professor Gnedenko is one of the greatest living probabilists. His contributions to probability theory and statistics have ensured his place in the history of Mathematics. His results in limit distributions of ordered statistics and summation of random variables are classical. He was one of the creators of Queuing Theory and Reliability Theory. Professor Gnedenko was a pupil, colleague, co-author and a personal friend of Professor Andrey Kolmogorov, one of the creators of Modern Probability Theory. Among their joint publications is the well known book *Limit Distributions for Sums of Random Variables*.

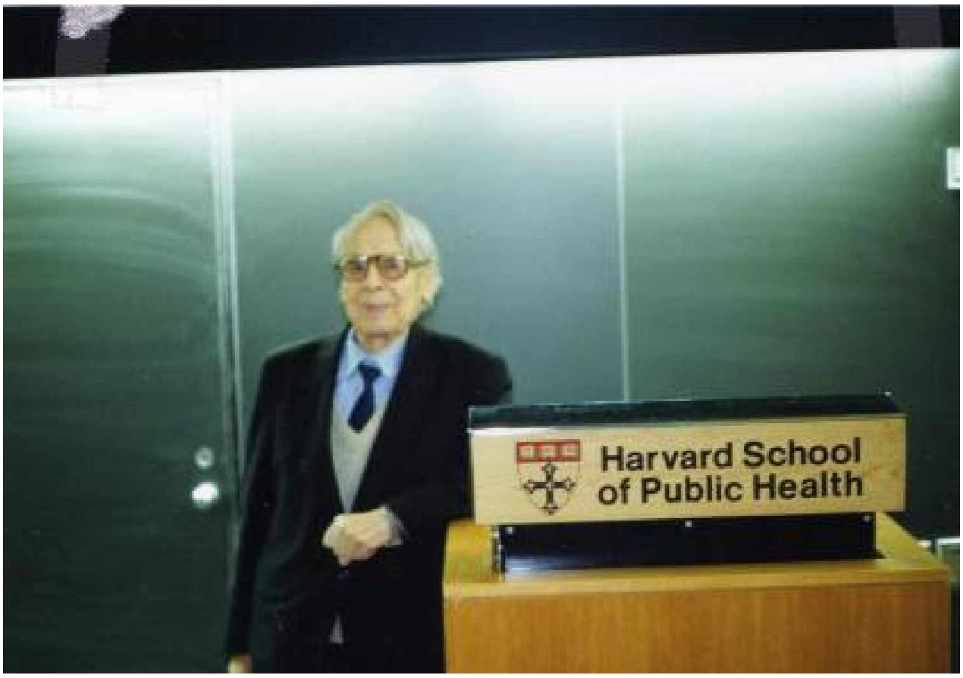
Professor Gnedenko wrote a comprehensive and intriguing historical review which was published in the last edition of his famous *The Theory of Probability*. This textbook has been standard for many generations of mathematicians.

Professor Gnedenko is an Honorary Member of the American Statistical Society and the Royal Statistical Society as well as an Honorary Professor at the University of Berlin and the University of Athens.

This talk is co-sponsored by SOTAS Inc., Rockville, Maryland.

memoirs

B.V. was at his best. I knew that history of mathematics was "his love" but never imagined that it was possible to tell about such "dry subject" so vividly!



Immediately after the lecture Dimitri measured B.V.'s blood pressure. He was an excellent "family doctor" who knows when and what medicine should be given to his father...

memoirs

It seems to me that it was the last serious B.V.'s trip… Time was inexorable… The illness became out of control. Nevertheless, he continued to work, wrote several books simultaneously.

When I visited B.V. the last time in Moscow in the summer of 1995, he practically did not leave his chair in the dining room. I brought with me our book *Probabilistic Reliability Engineering* that has been published recently by John Wiley. Our second book *Statistical Reliability Engineering* in co-authorship with my pupil Igor Pavlov was published in 1999... Sadly Boris Vladimirovich already has passed away...

NOTES

НАДЁЖНОСТЬ: ВОПРОСЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ

№ 4 (Том 1)
Декабрь 2006

ISSN 1932-2321

Сан-Диего
2006

ISSN 1932-2321

http://www.gnedenko-forum.com/Journal/index.htm

редакторский совет

СОДЕРЖАНИЕ

Вступление

ОБРАЩЕНИЕ ГЛАВНОГО РЕДАКТОРА 64

БИБЛИОГРАФИЯ РАБОТ Б.В.ГНЕДЕНКО 65

В.Королюк, Игорь Коваленко, М. Ядренко, Д. Гнеденко
КРАТКИЙ ОЧЕРК ЖИЗНИ И ТВОРЧЕСКОГО ПУТИ Б.В.ГНЕДЕНКО 71

Исследования

Маттео Гаета, Михаил Коновалов, Сергей Шоргин
РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ В СИСТЕМЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ 79

Чиро д'Апиче, Росанна Манцо, Сергей Шоргин
НЕКОТОРЫЕ БАЙЕСОВСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ 85

Виталий А. Гасаненко
ПРЕДЕЛЬНЫЕ РЕДЕЮЩИЕ ПРОЦЕССЫ И РАЗРЕЖЕНИЕ ДВУХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ 93

Владимир Шпер
РЕФЕРАТИВНЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР НАИБОЛЕЕ ЗНАЧИМЫХ ПУБЛИКАЦИЙ В ОТЕЧЕСТВЕННОЙ И ЗАРУБЕЖНОЙ ПЕРИОДИКЕ ПО ВОПРОСАМ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ПРОДУКЦИИ, В ТОМ ЧИСЛЕ ОБ ОПЫТЕ ПРЕДПРИЯТИЙ 106

Воспоминания

В.С.Королюк
Б.В.ГНЕДЕНКО И СОЗДАНИЕ ШКОЛЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА УКРАИНЕ 120

Игорь Ушаков
ЖАЖДА ЖИЗНИ. ДВА ВИЗИТА Б.В. ГНЕДЕНКО В АМЕРИКУ 133

содержание

Журнал **"Надежность: вопросы теории и практики"** принимает статьи, обзоры, рецензии, воспоминания, информационные и библиографические материалы по теоретическим и прикладным аспектам надежности и управления качеством, безопасности, живучести и техническому обслуживанию.

Статьи теоретического характера должны непременно содержать новые постановки задач, указание возможности практического применения и не должны быть перегружены формальными выкладками.

Приоритет будет отдаваться статьям, отражающим практическое применение методов.

Требования к оформлению статей: статьи должны быть представлены в формате MSWord на английском языке, желательно сопроводить их версией на русском языке, поскольку (по крайней мере, в настоящее время) большинство читателей журнала русскоязычные.

Объем статей (вместе с иллюстрациями) не должен превышать 15 стр. (шрифт Times New Roman - 12 пт - через 1,5 интервала.

Публикация в журнале приравнивается к публикации в международном научно-техническом журнале.

Статьи, рекомендованные членами редколлегии, на рецензирование не направляются.

Редакция оставляет за собой право изменить название статьи, а также провести редакторскую правку.

За авторами сохраняется полное право использовать свои материалы после публикации в журнале по своему усмотрению (посылать их в другие издания, представлять на конференции и т.п.)

Статьи направлять по e-mail

Главному редактору, Игорю Ушакову
iushakov2000@yahoo.com

или

Ответственному секретарю, Александру Бочкову
a.bochkov@gmail.com

Дорогие друзья!

Первого января 2007 года – день рождения Бориса Владимировича Гнеденко: ему бы исполнилось 95 лет...

Перед Вами – четвертый номер нашего журнала, в котором много материалов посвященных этому знаменательному для нас дню. Журнал существует уже год, он живёт и развивается! У него уже появился официальный регистрационный номер Библиотеки Конгресса США, планируется выпуск первой "бумажной" версии журнала.

Когда, год назад, было принято решение начать выпуск своего электронного журнала в рамках Форума Гнеденко, мы не ожидали, что все будет так успешно развиваться. Первые выпуски были укомплектованы «заказными» статьями. Но теперь журнал получает статьи даже и не от членов Форума!

Так что журнал, пройдя трудную пору становления, развивается, расширяет круг авторов, и, судя по некоторым электронным письмам в редакцию, статьи находят отклик у читателей.

Уже почти два года сайту Форум Гнеденко, у нас уже более семи десятков членов этого «неформального клуба», пять коллективных участников. Форум представляет Европу, Азию, Северную Америку, Африку и Австралию с Новой Зеландией!

Как я был рад и горд, когда мои друзья присылали благодарные письма, в которых они писали, что смогли найти друг друга именно благодаря нашему Форуму. Возможно, Форуму не хватает активности и динамики. Мы с радостью примем все пожелания по улучшению формы и содержания нашего Форума, носящего имя того, кто для многих из нас был учителем, другом и коллегой.

Форум Гнеденко – это место встречи друзей, место встречи людей, которые связаны общими научными интересами, которые вместе работали и дружили много лет тому назад... И должны продолжать сотрудничать, продолжать нести в жизнь те идеалы, которые нес Борис Владимирович Гнеденко. И кому, как не ему, объединить нас вокруг себя снова, как много-много лет тому назад.

Страницы нашего сайта и журнала всегда открыты для Вас и Ваших коллег. Пишите, присылайте свои статьи, книги, информацию о конференциях, встречах, общайтесь между собой. Будьте активны, и Форум Гнеденко воздаст Вам сторицей!

Всех Вам благ!

Игорь Ушаков

БИБЛИОГРАФИЯ РАБОТ Б.В.ГНЕДЕНКО

Хронология выхода в свет и переизданий монографий Б.В. ГНЕДЕНКО[4]
(полная библиография дается в разделе «Пантеон» на страничке Гнеденко)

1946 год
- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ.*
- Очерки по истории математики в России. *Москва, ГИТТЛ.*

1947 год
- Как математика изучает случайные явления. *Москва, Изд. АН УССР.*

1949 год
- Предельные распределения для сумм независимых случайных величин (совм. с А.Н.Колмогоровым). *Москва, ГИТТЛ.*
- Курс теорії імовірностей. *Киев, Радянська школа.*

1950 год
- Курс теории вероятностей. *Москва, ГИТТЛ.*
- Курс теорії імовірностей. *Киев, Радянська школа.*
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 2-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ.*

1951 год
- Fuggetlen valosznusegi valtozok osszegeinek hatareloszlassi (совм. С А.Н. Колмогоровым). *Budapest, Akademiai Kiado.*

1952 год
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 3-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ.*
- Elementy rachunku pravdopodobienstwa (совм. с А.Я. Хинчиным). *Warsawa, Panstwowe wydawnictwo naukowe.*

1953 год
- Introducere elementara in calculul probabilitatilor (совм. с А.Я. Хинчиным). *Bucuresti, Editure Tehnica.*

1954 год
- Курс теории вероятностей, 2-ое изд. *Москва, ГИТТЛ.*
- Limit Distributions for the Sums of Independent Random Variables (совм. с А.Н. Колмогоровым). *Addison-Wesley.*
- Bevezetes a valoszinugszamitasba (совм. с А.Я. Хинчиным). *Budapest, Müvelt nép Konivkiado.*

---
[4] Список подготовлен Д.Б. Гнеденко.

- Elementarny wstep do rachunku prawdopodobienstwa (совм. с А.Я. Хинчиным). *Warszawa, PWN*.
- Elementarni uvod do theorie pravdepodobnosti (совм. с А.Я. Хинчиным). *Praga, Statni naklad. technike liter*.

1955 год

- Курс теории вероятностей. *Пекин*.
- Предельные распределения для сумм независимых слагаемых (совм. с А.Н.Колмогоровым). *Пекин*.
- Elementare Einfurung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я. Хинчиным). *Berlin, Deut. Verlag der Wissen*.

1956 год

- Курс теории вероятностей, 2-е изд. *Пекин*.

1957 год

- Курс теории вероятностей. *Япония*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Berlin, Akademie-Verlag*.
- Rozklady graniczne sum zmiennych losowych niezaleznych (совм. с А.Н. Колмогоровым). *PWN, Warszawa*.
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 4-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИТТЛ*.

1958 год

- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я.Хинчиным). *Пекин*.

1959 год

- Лекции по теории массового обслуживания. *Киев, КВИРТУ*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitstheorie, 2-е изд. *Berlin, Academy Verlag*.
- Granzverteilungen von Summen unabhengiger Zufallsgrossen (совм. с А.Н. Колмогоровым). *Berlin, Academie Verlag*.

1960 год

- Introduction a la theorie des probabilites (совм. с А.Я.Хинчиным). *Paris, Dunod*.

1961 год

- Элементы программирования (совместно с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Москва, Физматгиз*.
- Курс теории вероятностей, 3-е изд. *Москва, Физматгиз*.
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 5-е изд. (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, ГИФМЛ*.
- An Elementary introduction to the theorie of probability (совм. с А.Я.Хинчиным)., *Freeman and Co*.
- Эхтимоллар незариясидан бошлангич маьлумотлар (совм. с А.Я.Хинчиным). *Ташкент*.

1962 год

- The theory of probability. *New York, Chelsea*.
- Курс теории вероятностей. *Hanoi*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3-е изд. *Berlin, Academie-Verlag*.
- An elementary introduction to the theory of probability (совм. с А.Я.Хинчиным). *New York, Dover Publications*.

1963 год

- Елементарно въведение в теорията на вероятностите (совм. с А.Я.Хинчиным). *София, Техника*.
- Elementarny wstèp do rachunku prawdopodobienstwa (совм. с А.Я. Хинчиным). *Warszawa, PWN*.
- Teoria de las probabilidades (совм. с А.Я. Хинчиным). *Buenos-Aires*.
- Лекции по теории массового обслуживания (совм. с И.Н.Коваленко). *Киев, КВИРТУ*.
- Элементы программирования, 2-е изд. (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Москва, Физматгиз*.

1964 год

- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, Наука*.
- Elementen der programmirung (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Leipzig, Teubner*.
- Bevezetes a programozasba (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Budapest*.

1965 год

- Курс теории вероятностей, изд. 4-е. *Москва, Наука*.
- Математические методы в теории надежности (совм. с Ю.К. Беляевым и А.Д. Соловьевым). *Москва, Наука*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, изд. 3-е. *Berlin, Academie-Verlag*.

1966 год

- The theory of probability. *New York, Chelsea*.
- Введение в теорию массового обслуживания (совм. с И.Н.Коваленко). *Москва, Наука*.

1968 год

- Limit Distributions for the Sums of Independent Random Variables, 2-е изд. (совм. с А.Н. Колмогоровым). *Addison-Wesley*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, , изд. 4-е. *Berlin, Academie-Verlag*.
- Osnovi teorije vjerojatnosti (совм.с А.Я. Хинчиным). *Zagreb, Technicka kniga*.
- Introduccion a la teoria de las probabilidades (совм. с А.Я. Хинчиным). *Barcelona, Montaner y Simon*.
- Metode matematice in teoria sigurantei (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *Bucuresti*.
- Metody matematiczne w teorii nezavodnosci (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *Warszawa*.
- Introduction to Queuing theorie (совм. с И.Н.Коваленко). *Jerusalem*.
- Mathematische Methoden der Zuverlässigkeitstheorie (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *Berlin, Academie-Verlag*.

1969 год

- Курс теории вероятностей, изд. 5-е. *Москва, Наука*.
- The theory of probability, на английском языке. Москва, Мир.
- Элементарное введение в теорию вероятностей (совм. с А.Я.Хинчиным). *Токио*.
- Элементарное введение в теорию вероятностей, на арабском языке (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, Мир*.
- Mathematical methods of reliability theory (совм. с Ю.К.Беляевым, А.Д.Соловьевым). *New York, Academic Press*.
- Elements de programmation sur ordinateurs (совм. с В.С.Королюком и Е.Л.Ющенко). *Paris, Dunod*.

1970 год

- Элементарное введение в теорию вероятностей, изд. 7-е (совм. с А.Я.Хинчиным). *Москва, Наука*.
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, изд. 7-е. *Berlin, Academie-Verlag*.
- A megbizhatōsāgelmelet matematikai modszerei (совм. с Ю.К.Беляевым и А.Д.Соловьевым). *Budapest, Müszaki könyvkiadó*.

1971 год

- Einfuhrung in die Bedienungstheorie (совм. с И.Н.Коваленко). *Berlin, Academie-Verlag*.
- Математические методы в теории надежности (совм. с Ю.К.Беляевым и А.Д.Соловьевым). *Япония*.
- Wstep do teorii obslugi masowej (совм. с И.Н. Коваленко). *Warszawa, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe*.
- Курс теории вероятностей. *Япония*.
- Лекции по теории суммирования случайного числа независимых величин. *Warszaw.*

1973 год

- Приоритетные системы обслуживания (совм. с Э.А. Даниеляном, Б.Н. Димитровым и др.) *Москва, МГУ*.
- Elementare Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я.Хинчиным). *Berlin*.

1976 год

- Элементарное введение в теорию вероятностей, 8-е изд. (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, Наука*.

1978 год

- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 8-е изд. *Berlin, Academy Verlag*.
- Teoria della probabilita. Roma, Traduzione dal Ruso.

1979 год

- Elementare Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я.Хинчиным). *Berlin, Veb Deutscher Verlag der Wissenschaften*.
- Теория на вероятностите (совм. с А.А. Гешевым). *Пловдив*.

1980 год

- Математика в современном мире. *Москва, Просвещение*.

1981 год

- Математическое образование в вузах. *Москва, Высшая школа*.

1982 год

- Элементарное введение в теорию вероятностей, , 9-е изд. (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, Наука*.
- Формирование мировоззрения учащихся в процессе обучения математике. *Москва, Просвещение*.

1983 год

- Elementare Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (совм. с А.Я. Хинчиным). *Berlin, VEB Deutcher Verlag der Wissenschften*.
- Вопросы математической теории надежности (под ред. Б.В. Гнеденко, коллектив авторов). *Москва, Сов.Радио*.

1984 год

- Теория на вероятностите и математическа статистика (совм. с А.А. Гешевым). *София, Наука и изкуство*.
- Matematika siuolaikiniame pasaulyje (Математика в современном мире). *Kaunas, Sviesa*.

1985 год

- Математика и контроль качества продукции, на монгольском языке. *Улан-Батор, Улсын Хэвлэпийн Газар*.
- Математика и математическое образование в современном мире. *Москва, Просвещение*.

1986 год

- Формиране на мироглед у учениците при обучинието по математика. *София*.

1987 год

- Введение в теорию массового обслуживания, 2-е изд. (совм. с И.Н. Коваленко). *Москва, Наука*.

1988 год

- Курс теории вероятностей, изд. 6-е. *Москва, Наука*.
- The theory of probability, изд. 6-е. *Москва, Мир*.

1989 год

- The Theory of Probability. New York, Chelsea.
- Курс теории вероятностей, на арабском языке. *Египет*.
- Introduction to Queueing Theory, изд. 6-е. (совм. с И.Н. Коваленко). *Boston, Birkhäuser*.

1990 год

- Теория вероятностей (совм. с И.Н. Коваленко). *Киев, Вища школа*.

1991 год

- Einfuhrung in die Wahrscheinlichkeitstheorie. *Berlin, Academy Verlag*.
- Введение в специальность математика . *Москва, Наука*.

вступление

1992 год
- Probability Theory (совм. с О.Б. Шейниным). *Boston, Birkhäuser*.

1993 год
- Елементарни увод у теориjу вероватноhе (совм. с А.Я. Хинчиным). *Београд*.

1995 год
- Probabilistic Reliability Engineering (совм. с И.А. Ушаковым). *New York, John Wiley&Sons.*

1996 год
- Random summation: limit theorems and applications (совм. с В.Ю. Королевым). *New York, CRC Press*.
- Theoria de las Probabilidades. *Madrid, Rubinos*.

1997 год
- Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitstheorie. *Frankfurt, Verlag Harri Deutsch*.

1998 год
- Theory of Probability, , изд. 6-е. *New York, Gordon and Breach Science Publishers*.

1999 год
- The Theory of Probability and the Elements of Statistics. New York, Chelsea.
- Statistical Reliability Engineering (совм. с И.В. Павловым и И.А. Ушаковым). *New York, John Wiley&Sons.*

2001 год
- Курс теории вероятностей, 7-е изд. *Москва, Эдиториал УРСС.*
- Очерк по истории теории вероятностей. *Москва, Эдиториал УРСС*.

2003 год
- Элементарное введение в теорию вероятностей, 10-ое изд. (совм. с А.Я. Хинчиным). *Москва, Эдиториал УРСС.*
- Беседы о математике, математиках и механико-математическом факультете. *Москва, МГУ.*

2004 год
- 1009. Курс теории вероятностей, 8-е изд. *Москва, Эдиториал УРСС*.

2005 год
- Введение в теорию массового обслуживания, 3-е изд. (совм. с И.Н.Коваленко). *Москва, Ком-Книга*.
- Очерки по истории математики в России, 2-е изд. *Москва, Ком-Книга*.

2006 год
- Математика и жизнь, 3-е изд. *Москва, Ком-Книга*.

КРАТКИЙ ОЧЕРК ЖИЗНИ И ТВОРЧЕСКОГО ПУТИ Б.В.ГНЕДЕНКО

В.С.Королюк, И.Н.Коваленко,
М.И.Ядренко, Д.Б.Гнеденко

вступление

Борис Владимирович Гнеденко родился в Симбирске (ныне Ульяновск).

Его дед Василий Ксенофонтович Гнеденко и бабушка Анастасья Изотовна (оба по отцовской линии) – крестьяне Полтавской губернии, перебравшиеся в семидесятых годах XIX века в Казанскую губернию, где они получили землю в деревне Базарные Матаки. Отец – Владимир Васильевич Гнеденко – закончил землестроительное училище и работал землемером. Мать – Мария Степановна – родилась в Костроме, закончила прогимназию (семилетнее училище), в которой получила музыкальную специализацию (игра на фортепьяно), дававшую право преподавать музыку.

В 1915 году семья переехала в Казань, где одновременно с работой землемера Владимир Васильевич с осени 1916 года стал студентом физико-математического факультета университета. Весной 1918 года по ложному доносу одного из коллег Владимир Васильевич был арестован и полгода провел в концлагере под Казанью. Его здоровье было сильно подорвано, и по возвращении домой осенью 1918 года он был вынужден оставить студенческую скамью.

Этой же осенью 1918 года Борис Владимирович (Б.В.) поступил в школу. Как он сам пишет в своих воспоминаниях: «Все бы хорошо, если бы не было арифметики. Я действительно не любил арифметику, хотя складывал, вычитал, умножал и делил совсем неплохо. Я увлекался поэзией».

В связи с состоянием здоровья отца семья в 1923 году переезжает в Галич, где Владимир Васильевич работает старшим землеустроителем. К приезду семьи в Галич набор в школы был закончен, и этот год с Борисом занимается мама. «Мама узнала программу и начала заниматься с нами [5], чтобы мы не отстали. Достали учебник грамматики, арифметику Киселева, учебник географии Иванова. Я с особым удовольствием читал учебник географии и учил правила грамматики русского языка». Летом 1924 года Б.В. зачисляется в школу, в один класс с братом, при этом он перескакивает сразу через два класса.

В апреле 1925 года семья переезжает в Саратов. Это было связано с тем, что родители начали беспокоиться о дальнейшем образовании своих детей, которые через два года должны были закончить школу.

В Саратове братья были зачислены в школу № 3, бывшее реальное училище. Выяснилось, что они серьезно отстали по химии и математике. На осень им были назначены переэкзаменовки по этим предметам. Это оказалось очень полезным. «Мы сумели продумать весь материал по математике и по химии, прорешать по многу десятков задач, и осенью, благодаря этому, переэкзаменовка прошла благополучно. Более того, химия и математика стали восприниматься совершенно свободно, задачи не вызывали никаких трудностей, и я начал решать задачи сразу в уме, как только узнавал условие. По математике и химии я выдвинулся в число первых учеников класса. Одноклассники стали обращаться ко мне за помощью.

[5] С Б.В. и его братом Глебом, который был на два года старше.

Математика стала мне нравиться... Мне нравилось учиться, дополнительно читать книги, решать нестандартные задачи... Я достал сборник конкурсных задач, предлагавшихся на вступительных экзаменах в Петроградский институт инженеров путей сообщения. Ни одна задача из этого сборника не вызвала у меня затруднений... Я отдавал себе отчет в том, что хочу учиться дальше и буду добиваться этого права. Я тщательно изучил правила приема в вузы страны и повсюду наталкивался на одно требование, которому я не удовлетворял, – поступающему должно исполниться 17 лет, мне же было только 15... Брат хотел стать или инженером, или физиком, а я мечтал о кораблестроении. Я даже послал в Ленинградский кораблестроительный институт письмо с просьбой допустить меня к вступительным экзаменам в мои пятнадцать лет».

Из города на Неве на это письмо Б.В. получил отказ. Тогда он посылает письмо народному комиссару просвещения А.В.Луначарскому с просьбой разрешить ему поступать в Саратовский университет. К началу вступительных экзаменов разрешение было получено.

С осени 1927 года Б.В. – студент физико-математического факультета Саратовского университета. «В мае 1930 года нам объявили, что мы будем заниматься все лето, с тем чтобы в сентябре разъехаться по местам работы. Было решено организовать ускоренный выпуск... Экзамены были сданы, и в середине августа нам были выданы документы об окончании Саратовского университета. Я не испытывал от этого ни радости, ни удовлетворения. Я понимал, что получено ущербное образование и нужно приложить много собственных усилий, чтобы исправить положение дел».

Один из университетских преподавателей Б.В. – профессор Георгий Петрович Боев – в это время был приглашен заведовать кафедрой математики в организуемый в Иваново-Вознесенске Текстильный институт и, в свою очередь, пригласил Б.В. на должность ассистента этой кафедры.

В Иваново-Вознесенске Б.В. преподавал и занимался вопросами применения математических методов в текстильном деле. Здесь им были написаны его первые работы по теории массового обслуживания, здесь Б.В. увлекся теорией вероятностей. Этот период деятельности сыграл огромную роль в его формировании как ученого и педагога.

Понимая необходимость углубления своих математических знаний, Б.В. в 1934 году поступает в аспирантуру механико-математического факультета МГУ. Его научными руководителями становятся А.Я.Хинчин и А.Н.Колмогоров.

В аспирантуре Б.В. увлекся предельными теоремами для сумм независимых случайных величин. 16 июня 1937 года он защитил кандидатскую диссертацию на тему «О некоторых результатах по теории безгранично делимых распределений», и с 1 сентября этого же года он – младший научный сотрудник Института математики МГУ.

В работах А.Я.Хинчина и Г.М.Бавли было установлено, что класс возможных предельных распределений для сумм независимых случайных величин совпадает с классом безгранично делимых распределений. Оставалось выяснить условия существования предельных распределений и условия сходимости к каждому возможному предельному распределению. Заслуга постановки и решения этих задач принадлежит Б.В.Гнеденко. Для решения возникших проблем Б.В. предложил оригинальный метод, получивший название метода сопровождающих безгранично делимых законов (идея метода появилась в октябре 1937 года и опубликована в "Докладах АН СССР" в 1938 году). Он позволил единым приемом получить все ранее найденные в этой области результаты, а также и ряд новых.

В ночь с 5-го на 6-ое декабря 1937 года Борис Владимирович был арестован .Ему предъявили надуманное обвинение в контрреволюционной деятельности и участии в контрреволюционной группе, возглавляемой профессором А.Н.Колмогоровым. Его водили на допросы, во время одного из которых ему не давали спать в течение восьми суток. Требовали подписать бумаги, подтверждающие обвинения. Борис Владимирович не подписал ничего, что могло бы быть поставлено в вину ему, А.Н.Колмогорову или кому-либо другому. В конце мая 1938 года его освободили.

С осени 1938 года Б.В. – доцент кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ, ученый секретарь Института математики МГУ. К этому периоду относятся работы Б.В.Гнеденко, в которых дано решение двух важных задач. Первая из них касалась построения асимптотических распределений максимального члена вариационного ряда, выяснения природы предельных распределений и условий сходимости к ним. Вторая задача касалась построения теории поправок к показаниям счетчиков Гейгера-Мюллера, применяемых во многих областях физики и техники.

В начале июня 1941 года Б.В. защитил докторскую диссертацию, состоящую из двух частей: теории суммирования и теории максимального члена вариационного ряда.

В годы Великой Отечественной войны Б.В. принимал активное участие в решении многочисленных задач, связанных с обороной страны.

В феврале 1945 года Борис Владимирович избирается членом-корреспондентом АН УССР и направляется Президиумом АН УССР во Львов для восстановления работы Львовского университета.

Во Львове Б.В. читает разнообразные курсы лекций: математический анализ, вариационное исчисление, теорию аналитических функций, теорию вероятностей, математическую статистику и др., в окончательной формулировке доказывает локальную предельную теорему для независимых, одинаково распределенных решетчатых слагаемых (1948 г.), начинает исследования по непараметрическим методам статистики. Во Львове им были воспитаны талантливые ученики – Е.Л.Рвачева (Ющенко), Ю.П.Студнев, И.Д.Квит и др.

Курс лекций по теории вероятностей послужил Борису Владимировичу основой для написания учебника «Курс теории вероятностей» (1949 г.). Эта книга многократно издавалась в разных странах и является одним из основных учебников по теории вероятностей и в наши дни. В эти же годы им совместно с А.Н.Колмогоровым написана монография «Предельные распределения для сумм независимых случайных величин» (1949 г.), за которую авторы были удостоены премии АН СССР им. П.Л.Чебышева (1951 г.). Совместно с А.Я.Хинчиным Б.В. пишет «Элементарное введение в теорию вероятностей» (1946 г.), которое, в свою очередь, выдержало множество изданий в СССР и за рубежом. Кроме этого Борисом Владимировичем была написана замечательная книга «Очерки по истории математики в России» (1946 г.).

В 1948 году Б.В. избирается академиком АН УССР, и в 1950 году Президиум АН УССР переводит его в Киев. Здесь он возглавляет только что созданный в Институте математики АН УССР отдел теории вероятностей и одновременно начинает заведовать кафедрой теории вероятностей и алгебры в Киевском университете. Очень скоро около него образовалась группа молодежи, заинтересовавшейся теорией вероятностей и математической статистикой. Первыми киевскими учениками Б.В. были В.С.Королюк, В.С.Михалевич и А.В.Скороход.

В это время Б.В. увлекся сам и увлек многих своих учеников и коллег задачами, связанными с проверкой однородности двух выборок. В.С.Королюк, В.С.Михалевич, Е.Л.Рвачева (Ющенко), Ю.П.Студнев и др. получили серьезные результаты в этой области.

В конце 1953 года Б.В.Гнеденко был направлен в ГДР для чтения лекций в университете им. Гумбольдта (Берлин). Он провел там весь 1954 год. За это время Б.В. сумел заинтересовать большую группу молодых немецких математиков (И.Керстан, К.Маттес, Д.Кёниг, Г.-И.Россберг, В.Рихтер и др.) задачами теории вероятностей и математической статистики. Правительство ГДР наградило Бориса Владимировича серебряным орденом «За заслуги перед Отечеством», а университет им. Гумбольдта избрал его. почетным доктором.

Вернувшись в конце 1954 года в Киев, Б.В. по поручению Президиума АН УССР возглавил работу по организации Вычислительного центра. Был создан коллектив, в которыйвошли сотрудники лаборатории академика С.А.Лебедева, автора первой в континентальной Европе ЭВМ, получившей название МЭСМ (малая электронная счетная машина). Лаборатория к этому времени возглавлялась её старейшими сотрудниками – Е.А.Шкабарой и Л.Н.Дашевским, т.к. сам С.А.Лебедев уже переехал в Москву, где ему была поручена организация Института точной механики и вычислительной техники. В этот коллектив вошли и математики, среди которых в первую очередь надо назвать В.С.Королюка, Е.Л.Ющенко и И.Б.Погребысского. Началась работа по проектированию универсальной машины «Киев» и специализированной машины для решения систем линейных алгебраических уравнений.

Одновременно Б.В. начал читать в университете курс программирования для ЭВМ и возглавил работу по написанию учебника по программированию. Этот курс (первая в СССР книга по программированию в открытой печати) был издан в Москве в 1961 году (авторы – Б.В.Гнеденко, В.С.Королюк, Е.Л.Ющенко). В это же время (1955 г.) Президиум АН УССР возложил на Б.В.Гнеденко обязанности директора Института математики АН УССР и председателя бюро физико-математического отделения АН УССР.

В этот период Борис Владимирович начинает разрабатывать два новых направления прикладных научных исследований – теорию массового обслуживания (ТМО) и применение математических методов в медицине.

К первому он привлек И.Н.Коваленко, Т.П.Марьяновича, Н.В.Яровицкого, С.М.Броди и др. Б.В. применил методы ТМО к расчету электрических сетей промышленных предприятий. В 1959 году были изданы «Лекции по теории массового обслуживания» (выпуск 1), прочитанные Б.В. в КВИРТУ[6] в 1956-57 годах. Затем последовали выпуски 1-2 (1960 г.), выпуски 1-3 (1963 г., совместно с И.Н.Коваленко). Эти книги послужили основой для монографии «Введение в теорию массового обслуживания» (1966 г.), написанную Б.В.Гнеденко и И.Н.Коваленко.

Второе направление связано с разработкой электронного диагноста сердечных заболеваний. Над этой проблемой работали Б.В.Гнеденко, Н.М.Амосов, Е.А.Шкабара и М.А.Куликов. В начале 1960 года была завершена сборка первого в мире диагноста.

Переехав в июле 1960 года Москву, Борис Владимирович возобновляет работу на механико-математическом факультете МГУ. Работа вновь полностью захватила его: чтение разнообразных лекционных курсов, новые ученики, новые обязанности.

В 1961 году група в составе Я.М.Сорин, Ю.К.Беляев, А.Д.Соловьев, Я.Б.Шор и И.А. Ушаков во главе с Б.В становится коллективным консультантом при Госстандарте СССР, в котором возникает Методический совет по надежности и качеству. Затем Б.В. и Я.М. Сорин организуют семинар по надежности при Политехническом музее, который эффективно работал в течение многих лет. Параллельно они же создают журнал Госстандарта «Надежности и качество». Вскоре появляется необходимость организации отдельного семинара специально по математическим методам теории надежности. Этот семинар начинает работать на механико-математическом факультете МГУ под руководством Б.В.Гнеденко, А.Д.Соловьева, Ю.К.Беляева и И.Н.Коваленко, который в это время работал в Москве. Семинар по математическим методам в теории надежности регулярно работал до конца восьмидесятых годов. Он помог в научном отношении встать на ноги многим своим участникам, теперь широко известным специалистам в области надежности, таким как В.А.Гадасин, В.А.Каштанов, Г.Д. Карташов, Б.А.Козлов, И.В. Павлов, Г.Б. Рубальский, Р.С. Судаков, О.И. Тескин, И.А.Ушаков, В.Л.Шпер и др. Этот семинар повлиял, в свою очередь, и на своих руководителей и подтолкнул Б.В.Гнеденко, Ю.К.Беляева и А.Д.Соловьева к написанию широко известной у нас и за рубежом монографии «Математические методы в теории надежности» (1965 г.). За цикл работ в области надежности Б.В. вместе с ближайшими сподвижниками был удостоен в 1979 году Государственной премии

[6] Киевское высшее инженерное радиотехническое училище.

СССР. В 1983 г. Б.В. с группой соавторов был удостоен Премии Минвуза за коллективную монографию «Вопросы математической теории надежности».

В связи с задачами надежности Б.В. вновь вернулся к исследованию предельных теорем для сумм независимых случайных величин, но уже в случайном числе. К этому направлению исследований Б.В. привлекает многих своих учеников. За эти работы в 1982 году ему присуждается премия им. М.В.Ломоносова первой степени, а в 1986 году – премия Минвуза СССР.

Б.В. не переставал интересоваться вопросами истории математики, подключив своих учеников и к этому направлению работ. В различных отечественных и зарубежных журналах печатались его статьи по этому направлению исследований, а его «Очерк по истории теории вероятностей» дает наиболее полное представление о его взглядах на историю этой науки.

Совместно с А.И.Маркушевичем Б.В. руководил работой семинара по вопросам преподавания в средней школе. Он тесно сотрудничал с редакциями журналов «Вестник высшей школы» и «Математика в школе». В этих и многих зарубежных журналах, в сборниках научно-методического совета Минвуза СССР им было опубликовано большое число статей по различным аспектам преподавания. По этим же вопросам Б.В. написал в эти годы и несколько книг.

В январе 1966 года А.Н.Колмогоров передал Б.В.Гнеденко руководство кафедрой теории вероятностей механико-математического факультета МГУ, которой Б.В. заведовал до последних дней своей жизни.

Еще работая во Львове, Б.В. много времени и сил отдавал работе в обществе «Знание». С 1949 года он последовательно избирался председателем областного правления общества, возглавлял республиканскую физико-математическую секцию общества, являлся членом Президиума правления Всесоюзного общества «Знание», председателем общества «Знание» Московского университета.

Б.В. был членом редколлегий ряда отечественных и зарубежных журналов, являлся членом Королевского Статистического Общества (Великобритания), был избран почетным доктором Берлинского университета, почетным доктором Афинского университета.

В последние годы жизни, зная суровый приговор врачей, Б.В. продолжает руководить кафедрой, выдвигает и осуществляет идею создания на механико-математическом факультете экономической специализации и подготовки в ее рамках специалистов в области актуарной и финансовой математики. Кроме этого он намечает список книг, которые надо успеть написать за оставшееся время. И он пишет. Окончательно ослепнув, диктует, но выполняет намеченное.

27 декабря 1995 года Бориса Владимировича не стало.Он похоронен на Кунцевком кладбище в Москве.

Б.В.Гнеденко оставил много учеников. Среди них – академики и члены-корреспонденты различных академий, профессора и доценты. В их памяти сохраняются незабываемые дни приобщения к науке и самостоятельному творчеству под руководством большого ученого и педагога, часы непосредственного общения с Человеком большой эрудиции и высокой культуры.

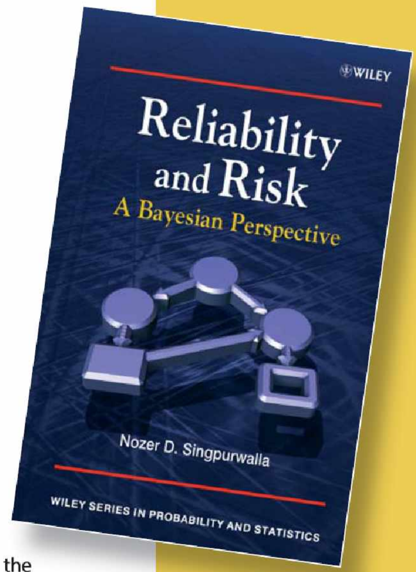
конференции, семинары, новые публикации

NEW IN THE WILEY SERIES IN PROBABILITY AND STATISTICS

Reliability and Risk

A Bayesian Perspective

NOZER D. SINGPURWALLA, The George Washington University, USA



We all like to know how reliable and how risky certain situations are, and our increasing reliance on technology has led to the need for more precise assessments than ever before. Such precision has resulted in efforts both to sharpen the notions of risk and reliability, and to quantify them. Quantification is required for normative decision-making, especially decisions pertaining to our safety and wellbeing. Increasingly in recent years Bayesian methods have become key to such quantifications.

Reliability and Risk provides a comprehensive overview of the mathematical and statistical aspects of risk and reliability analysis, from a Bayesian perspective. This book sets out to change the way in which we think about reliability and survival analysis by casting them in the broader context of decision-making. This is achieved by:

- Providing a broad coverage of the diverse aspects of reliability, including: multivariate failure models, dynamic reliability, event history analysis, non-parametric Bayes, competing risks, co-operative and competing systems, and signature analysis.
- Covering the essentials of Bayesian statistics and exchangeability, enabling readers who are unfamiliar with Bayesian inference to benefit from the book.
- Introducing the notion of "composite reliability", or the collective reliability of a population of items.
- Discussing the relationship between notions of reliability and survival analysis and econometrics and financial risk.

Reliability and Risk can most profitably be used by practitioners and research workers in reliability and survivability as a source of information, reference, and open problems. It can also form the basis of a graduate level course in reliability and risk analysis for students in statistics, biostatistics, engineering (industrial, nuclear, systems), operations research, and other mathematically oriented scientists, wherein the instructor could supplement the material with examples and problems.

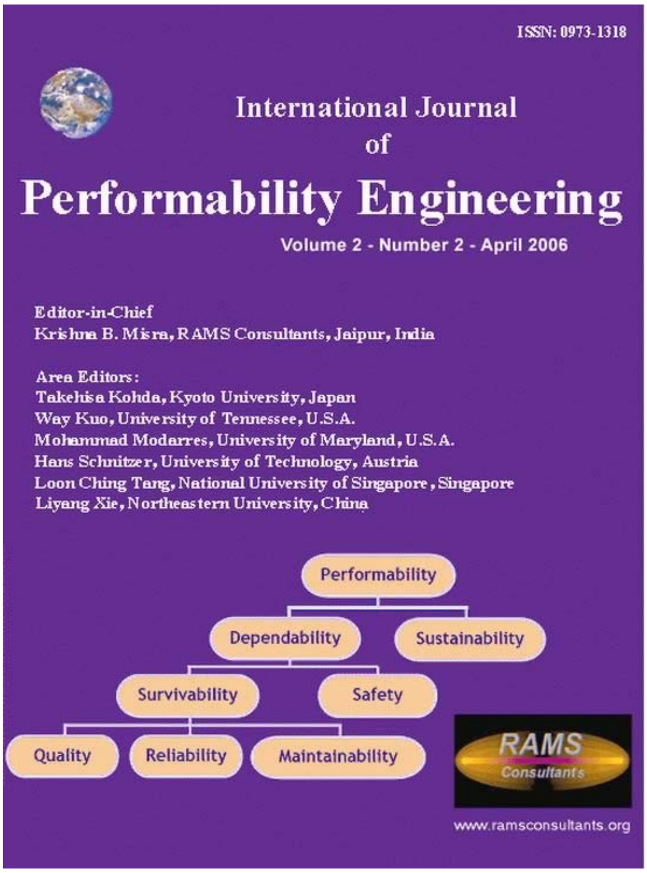
ISBN: 0470855029
ISBN 13: 9780470855027
August 2006
396pp (cl)
£65.00 / €99.90 / $120.00

BRIEF TABLE OF CONTENTS

Preface.
Acknowledgements.
1 Introduction and Overview.
2 The Quantification of Uncertainty.
3 Exchangeability and Indifference.
4 Stochastic Models of Failure.
5 Parametric Failure Data Analysis.
6 Composite Reliability: Signatures.
7 Survival in Dynamic Environments.
8 Point Processes for Event Histories.
9 Non-parametric Bayes Methods in Reliability.
10 Survivability of Co-operative, Competing and Vague Systems.
11 Reliability and Survival in Econometrics and Finance.
Appendix A Markov Chain Monté Carlo Simulation.
Appendix B Fourier Series Models and the Power Spectrum.
Appendix C Network Survivability and Borel's Paradox.
Bibliography.
Index.

9495

WILEY



Call for Papers
International Journal of Performability Engineering

http://www.ijpe-online.com/

Special issue on

System Survivability and Defense against External Impacts.

The issue can include any paper dealing with assessment and minimization of risk associated with any kind of external impact (natural disasters or intentional attacks). Any type or system and risk can be considered: economics and financial systems, national (or local) infrastructure, communication and information systems/networks (risk of system destruction, risk of enemy access to classified data etc.), combat systems etc.

The deadline for the paper submission is **Sept. 2007**.

Please submit your contributions electronically to the guest editor Dr. Gregory Levitin levitin@iec.co.il and levitin_g@yahoo.com

РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МЕТОДОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАДАНИЙ В СИСТЕМЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ[7]

Маттео Гаета
Отдел информатики и прикладной математики Университета Салерно, Италия

Михаил Коновалов
Институт проблем информатики Российской академии наук, Москва, Россия

Сергей Шоргин
Институт проблем информатики Российской академии наук, Москва, Россия

исследования

Аннотация

Рассматриваются некоторые аспекты Грид – распределенной программно-аппаратной среды с принципиально новой организацией вычислений и управления потоками заданий и данных. Для анализа проблем, относящихся к логике организации взаимодействия «потребитель-ресурс», разрабатывается общая модельная схема, в рамках которой рассматриваются модели, позволяющие формулировать конкретные математические задачи. Обсуждаются пути решения поставленных задач.

1. Концепция Грид

В настоящее время Грид-технологии рассматриваются мировым сообществом как наиболее перспективные с точки зрения глобально распределенных вычислений, использующих географически распределенные ресурсы. *Грид* – это программно-аппаратная инфраструктура, которая обеспечивает надежный, устойчивый, повсеместный и недорогой доступ к высокопроизводительным компьютерным ресурсам [1]. Эта распределенная программно-аппаратная среда с принципиально новой организацией вычислений и управления потоками заданий и данных. Концепция Грид породила новую модель организации различных форм обработки данных (компьютинга), предложив технологии удаленного доступа к ресурсам разных типов независимо от места их расположения в глобальной сетевой среде. Так, с помощью Грид появляется возможность выполнять программные коды на одном или сразу нескольких компьютерах, становятся повсеместно доступными хранилища данных со структурированной (базы данных) и неструктурированной (файлы) информацией, источники данных (датчики, инструменты наблюдения) и программно управляемые устройства. Название Грид объясняется некоторой аналогией с электрическими сетями (power grid), предоставляющими всеобщий доступ к электрической мощности [2].

Цель создания Грид – интеграция определенного множества пространственно распределенных ресурсов для того, чтобы обеспечить возможность выполнения широкого

[7] Работа поддержана РФФИ, проект 05-07-90103

класса приложений на любой совокупности этих ресурсов, независимо от места их расположения.

В реализации Грид представляет собой инфраструктуру, которая состоит из находящихся в разных местах ресурсов, соединяющих их телекоммуникаций (сетевые ресурсы) и взаимосогласованного по всей инфраструктуре связующего (middleware) программного обеспечения (ПО), поддерживающего выполнение дистанционных операций, а также выполняющего функции контроля и управления операционной средой. Грид создается владельцами ресурсов, выделяющими их в общее пользование. Владельцы и потребители, действующие на основании определенных правил предоставления/потребления ресурсов, образуют *виртуальную организацию*.

Грид является средой коллективного компьютинга, в которой каждый ресурс имеет владельца, а доступ к ресурсам открыт в разделяемом по времени и по пространству режиме множеству входящих в виртуальную организацию пользователей. Виртуальная организация может образовываться динамически и иметь ограниченное время существования.

Таким образом, следуя [3], можно определить Грид как пространственно распределенную операционную среду с гибким, безопасным и координированным разделением ресурсов для выполнения приложений в динамически образующихся виртуальных организациях.

Концепция Грид родилась в научном сообществе, разработки и исследования начальной стадии были направлены на поддержку вычислительно интенсивных задач научно-технического характера. В результате был предложен ряд протоколов: коммуникационный, безопасности и удаленного доступа к вычислительным, файловым, информационным ресурсам. Набор протоколов является достаточным для запуска заданий, управления ими и доставки входных и результирующих файлов. Протоколы были поддержаны реализацией инструментальной системы Globus Toolkit [4]. Globus Toolkit (GT) и ряд разработанных на его основе программных средств образовали программную составляющую инфраструктуры для нескольких крупных Грид, в том числе DataGrid [5] и GriPhyn [6]. На эти Грид поставлены приложения по обработке результатов экспериментов в области ядерной физики. В связи с большими объемами данных и вычислений интеграция распределенных ресурсов оказалась критически важной и доказала свою полезность.

Однако проблемы организации распределенного компьютинга не являются специфичными для научно-технической сферы, и разработка новой архитектуры ПО Грид велась с учетом интересов производственных приложений, при непосредственном участии крупнейших компаний – производителей компьютерной техники и ПО, таких как IBM, Sun, Hewlett-Packard и Microsoft. Участие ведущих компаний в исследованиях является важным, т.к. пока промышленность не возьмется за технологию, ожидать ее широкого распространения не приходится.

Основные положения предложенного в [7] стандарта архитектуры ПО Грид – OGSA (Open Grid Service Architecture) следуют объектно-ориентированной модели и рассматривают в качестве основного объекта Грид *службу*. Посредством удаленного обращения к методам службы приложение получает определенный вид обслуживания. Таким образом унифицируются различные функции: доступа к вычислительным ресурсам, ресурсам хранения, базам данных и к любой программной обработке данных.

Архитектура Грид-служб решает проблему распределенной среды – проблему интероперабельности – путем стандартизации способа описания интерфейсов служб. В этом отношении OGSA опирается на стандарты Web-служб [8].

Уже начиная с версии 2 инструментарий Globus Toolkit стал фактическим стандартом для Грид, признанным как научным сообществом, так и ведущими компаниями компьютерной индустрии [9]. Благодаря тому, что GT с самого начала имел и по-прежнему сохраняет статус открытого ПО, к настоящему времени накоплен значительный опыт его применения в крупных проектах. Используя инструментальные средства GT, разными коллективами были разработаны дополнительные службы: репликации файлов, авторизации, диспетчеризации заданий и др. В 2003 году вышла первая реализация инструментария, основанная на архитектуре OGSA – Globus Toolkit 3.0.

Проблемы разработки и развития Грид требуют решения многочисленных задач, которое не возможно без применения математических методов. Существуют следующие направления исследований в этой области:

- Формализация построения структуры Грид как целого;
- Планирование потоков на сетевом графе с целью обеспечить предоставление пользователю как терминальных, так и сетевых ресурсов;
- Прогнозирование ситуации (перегрузка ресурсов, время выполнения задач и и.т.);
- Формализация процесса поиска и предоставления ресурсов с целью разработки надлежащих протоколов;
- Адаптивное управление ресурсами.

2. Моделирование процесса распределения заданий в сети вычислительных ресурсов

В настоящей статье мы обратимся к последнему из перечисленных направлений исследований и рассмотрим некоторые аспекты фукнционирования систем, состоящих из заданного количества распределенных вычислительных ресурсов и отдельных удаленных от ресурсов потребителей, которые обращаются к ресурсам для выполнения возникающих у них заданий.

Из проблемы реализации сложных вычислений на распределенных ресурсах выделим ключевые факторы, относящиеся к логике организации взаимодействия «потребитель-ресурс». При этом не затрагиваются вопросы программного, технического или иного обеспечения такого взаимодействия. Принципиальное внимание уделяется подготовке (распараллеливанию) задания для обслуживания, а также выбору конкретных ресурсов для реализации вычислений. Для анализа этих проблем разрабатывается общая модельная схема, в рамках которой рассматриваются модели, позволяющие формулировать конкретные математические задачи. Обсуждаются пути решения поставленных задач.

2.1. Разработка концептуальной модели

Основное назначение модели – дать общую логическую схему, которая описывала бы одно из ключевых направлений в проблеме организации коллективного использования распределенных вычислительных ресурсов: анализ и оптимизацию процессов распределения и выполнения потоков заданий.

Модель должна быть сконструирована таким образом, чтобы в ее рамках могли быть поставлены основные, поддающиеся математической формализации задачи, связанные с вычислением характеристик процессов взаимодействия типа «потребитель – ресурс», а также планированием этих процессов и оперативным управлением ими. Модель должна учитывать и отражать следующие факторы:

– моделируемая система состоит из следующих компонентов: 1) вычислительных ресурсов, 2) потребителей этих ресурсов и 3) телекоммуникационной сети, служащей для обмена информацией между ресурсами и потребителями;

– под ресурсами подразумеваются любые технические системы и средства, способные предоставлять пользователю процессорное время, доступ к оперативной и постоянной памяти, программным системам, базам данных. В зависимости от ситуации в роли ресурсов могут фигурировать разнообразные объекты, начиная от персонального компьютера и заканчивая мощными территориально распределенными вычислительными комплексами;

– в качестве потребителей ресурсов могут рассматриваться самые произвольные пользователи, начиная от физических лиц и заканчивая межгосударственными организациями;

– связующая телекоммуникационная сеть может варьироваться в зависимости от ситуации, и представлять собой одну или несколько локальных или глобальных сетей, использование которых делает возможным взаимодействие рассматриваемых участников системы;

– все компоненты системы не являются, вообще говоря, статическими, и их характеристики претерпевают изменения за время меньшее, чем характерное время моделирования;

– все участники рассматриваемой системы являются, вообще говоря, независимыми друг от друга и их жизнедеятельность не обязательно сводится только к выполнению определенных функций внутри рассматриваемой системы;

– основные участники системы могут образовывать подсистемы. Это агрегирование является, вообще говоря, динамическим, и может отражать как физические особенности рассматриваемых объектов, так и носить «виртуальный» характер;

– вся система в целом, ее основные участники – «ресурсы» и «потребители», подсистемы, составленные из отдельных компонентов, обладают признаками целенаправленного поведения. Цель функционирования системы, в самом широком смысле, заключается в наиболее выгодном и полном использовании ресурсов для максимального выполнения запросов потребителей;

– перечисленные факторы должны быть представлены в модели, по возможности, в формализованной, алгоритмически точной форме. В то же время, в виду широты спектра вопросов, связанных с процессами коллективного использования вычислительных ресурсов, в модели, наряду с чисто аналитическими блоками и использованием формального математического аппарата, допускается неформальное, вербальное описание.

исследования

2.2. Постановка некоторых математических и алгоритмических задач

2.2.1. Задача об оптимальном разбиении задания. Эта постановка стимулирована прикладными работами, проводящимися в ВЦ МГУ [12], и должна отразить следующие качественные особенности реального объекта.

Единственный потребитель ресурсов должен выполнить одно единственное задание, пользуясь услугами нескольких вычислительных ресурсов. Подлежащее выполнению задание не может быть целиком выполнено за приемлемое для пользователя время ни на одном из имеющихся ресурсов. Пользователь вынужден разделить задание на части, и обращаться к различным ресурсам, посылая им фрагменты задания. Уменьшение объема посылаемых порций задания уменьшает риск нежелательного, зависящего от состояния ресурса, прерывания выполнения задания. В то же время, слишком маленькие порции могут оказаться невыгодными вследствие их большого количества, порождающего неоправданные дополнительные потери времени. Выбор «диаметра разбиения» (на этапе планирования или непосредственно в процессе выполнения задания) является предметом оптимизационной задачи.

2.2.2. Статическая задача распределения заданий по вычислительным ресурсам. Эта постановка соответствует представлению о функционировании верхнего уровня управления системой Грид (уровень брокера ресурсов). Математической базой является дискретно-комбинаторная обобщенная задача о назначении.

Задача заключается в нахождении оптимального плана распределения заданий по вычислительным ресурсам на этапе, предшествующем непосредственному выполнению этих заданий.

Ограничениями модели являются текущие или прогнозируемые характеристики узлов информационно-вычислительной сети, которые определяются на нижнем уровне системы управления (уровень локального менеджера ресурсов в системе Грид). Такими характеристиками являются, например: число процессоров, объем памяти, тип операционной системы, локальное расписание выполнения заданий и т.д. В критерии оптимизации должны присутствовать факторы, отражающие бюджетные возможности потребителя и стремление поставщика ресурсов максимизировать прибыль.

2.2.3. Динамическая задача об управлении выбором ресурсов. Эта постановка соответствует представлению о функционировании нижнего уровня управления системой Грид (уровень локального менеджера). Математической базой является теория управления марковскими последовательностями.

Задача заключается в определении стратегии выбора ресурсов в процессе непосредственного выполнения заданий. Эта стратегия должна использовать в качестве основы план распределения заданий, выработанный на верхнем уровне системы управления, и корректировать его в реальном времени, исходя из наблюдений за текущими состояниями процесса.

Для перечисленных постановок задач должны быть разработаны методы и алгоритмы их решения. Строится компьютерная модель двухуровневой системы взаимодействия поставщиков и потребителей ресурсов. Программная система должна реализовать следующие модели и алгоритмы:

– алгоритм решения задачи о назначениях, применительно к проблеме построения оптимального (статического) плана распределения ресурсов на верхнем уровне системы управления;

– процесс, имитирующий выполнение заданий различных пользователей на распределенных вычислительных ресурсах;

– алгоритм адаптивного управления выбором ресурсов на нижнем уровне системы управления, внедренный в имитационную модель процесса выполнения заданий.

3.2.4. Задача выбора эффективной дисциплины обслуживания заданий. Владельцы ресурсов, выделяя ресурсы в общее пользование, заинтересованы в наиболее эффективном их использовании. Обычно при решении задачи распределения ресурсов целевыми функциями являются увеличение пропускной способности системы или уменьшение времени выполнения заданий. Однако следует иметь в виду, что значимость выполнения заданий увеличивается с приближением срока выполнения прикладной задачи. Таким образом, необходимо исследовать дисциплины обслуживания, в которых решение об очередности выполнения заданий и доле ресурсов, выделяемой на выполнение конкретного задания, зависит от текущего состояния.

Рассматривается система массового обслуживания, в которой заявки характеризуются рядом параметров, влияющих на продолжительность обслуживания. В частности, каждая заявка характеризуется объемом данных, величина которых по мере обслуживания убывает. В один и тот же момент времени система может обслуживать только одну заявку.

Для рассматриваемой системы должны использоваться дисциплины обслуживания с разделением времени. Среди простейших алгоритмов такого типа – Round Robin, алгоритм, в котором все заявки обслуживаются в порядке поступления по кванту времени цикл за циклом. Однако естественно предположить, что должны существовать алгоритмы с более сложными, но и эффективными схемами обслуживания. При этом критерием эффективности работы является не только максимальная скорость обработки данных сервером, но также учет интересов пользователей.

Предполагается использовать алгоритмы, в которых приоритет в обслуживании имеют заявки, которые провели больше времени в системе. Сначала все заявки обслуживаются в течение одного кванта времени. Если заявка в течение этого времени полностью не обслужена, то она попадает в следующую группу, в которой на обслуживание заявок дается большее число квантов времени, и т.д. Существует большое количество вариантов выбора дисциплины обслуживания. Для исследования различных алгоритмов обслуживания заявок и выбора наиболее эффективных схем обслуживания должна быть разработана имитационная модель, с использованием которой можно рассматривать различные варианты и подбирать значения соответствующих параметров.

Заключение

Грид является распределенной программно-аппаратной средой с принципиально новой организацией вычислений и управления потоками заданий и данных. При создании инфраструктуры Грид возникает задача организации эффективного использования ресурсов. В рамках этой проблематики весьма актуальными являются разработка общей модели процессов распределения заданий между вычислительными ресурсами в системе распределенных вычислений и создание методов и алгоритмов для решения частных оптимизационных задач. Среди них – задача управления объемом посылаемых заданий, задача оптимального выбора подходящих ресурсов на этапе подготовки и в ходе выполнения задания, задача определения эффективных дисциплин обслуживания заданий.

Список литературы

1. Фостер Я. Что такое Грид? Три критерия. http://www.gridclub.ru/library/publication.2004-11-29.5830756248/publ_file .
2. Экспериментальный GRID-сегмент МГУ им. М.В. Ломоносова: Руководство для пользователей. http://www.parallel.ru/info/education/msu_grid-intro.doc .
3. Foster I., Kesselman C., Tuecke S. The Anatomy of the Grid: Enabling Scalable Virtual Organizations. International Journal of High Performance Computing Applications, 15 (3). 200-222. 2001. http://www.globus.org/research/papers/anatomy.pdf .
4. http://www.globus.org .
5. http://www.eu-datagrid.org .
6. http://www.griphyn.org .
7. Foster I., Kesselman C., J. Nick, Tuecke S. The Physiology of the Grid: An Open Grid Services Architecture for Distributed Systems Integration. http://www.globus.org/research/papers/ogsa.pdf .
8. S. Graham, S. Simeonov, T. Boubez, G. Daniels, D. Davis, Y. Nakamura, R. Neyama. Building Web Services with Java: Making Sense of XML, SOAP, WSDL, and UDDI, 2001.
9. http://www.globus.org/developer/news/20011112a.html .
10. http://x-com.parallel.ru

НЕКОТОРЫЕ БАЙЕСОВСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ И ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ[8]

Чиро д'Апиче
Отдел информатики и прикладной математики Университета Салерно, Италия

Росанна Манцо
Отдел информатики и прикладной математики Университета Салерно, Италия

Сергей Шоргин
Институт проблем информатики Российской академии наук, Москва, Россия

Аннотация

Вводится байесовский подход для определнных задач теории массового обслуживания и теории надежности. Соответствующий метод предусматривает рандомизацию характеристик систем относительно некоторых априорных распределений. Данный подход может использоваться, в частности, для вычисления средних значений и построения доверительных интервалов для вероятностно-временных и надежностных характеристик больших групп систем или устройств.

1. Введение и основные предположения. Теория массового обслуживания является весьма развитой математической дисциплиной. В рамках этой теории получено огромное количество глубоких с точки зрения математики и важных с прикладной точки зрения результатов, относящихся к исследованию систем и сетей массового обслуживания, представляющих собой модели широкого класса реальных систем, прежде всего информационно-телекоммуникационных систем и сетей. В настоящее время развитие теории массового обслуживания ведется в основном в направлении рассмотрения все более сложных по вероятностным характеристикам входящих потоков и распределений времени обслуживания, все более сложных дисциплин обслуживания, в интересах более адекватного отражения реальных процессов.

Одним из направлений обобщения и усложнения постановок является усложнение вероятностной структуры тех или иных входных параметров СМО; в частности, рассмотрение вместо традиционных входящих потоков – потоков Кокса, самоподобных потоков, марковских и полумарковских потоков и т.п.; аналогичные обобщения осуществляются и по отношению к распределениям времен обслуживания. В определенной степени эти обобщения могут интерпретироваться как результат рандомизации тех или параметров более «простых» потоков и распределений обслуживания. Так, процесс Кокса получается в результате специальной рандомизации интенсивности пуассоновского потока, и т.п.

Все эти обобщенные современные постановки предполагают, что стохастический механизм рандомизации «влияет» на параметры системы непосредственно в период ее

[8] Работа поддержана РФФИ, проект 05-07-90103

функционирования, то есть мы изначально знаем, с какой системой «имеем дело», пусть даже эта система достаточно сложна, и исследуем характеристики функционирования именно этой «изначально фиксированной» системы. Однако в реальной практике часты ситуации, при которых сама исследуемая система задана в определенном смысле «неточно»; скажем, если даже говорить о простейших системах типа M|G|1, исследователю могут быть априори неизвестны параметр входящего потока λ и параметры обслуживания μ и σ^2. Такие ситуации возникают, скажем, в случае, когда рассматривается целый класс однотипных СМО, относительно которых известны только типы входящего потока и распределения обслуживания, а также дисциплина обслуживания, но конкретные параметры этих потоков и распределений, вообще говоря, различны для различных СМО данного класса. Исследователь априори не знает, с какой СМО из данного класса он имеет дело (это может иметь место, например, при исследовании серии однотипных устройств коммутации или передачи, выпускаемых одним и тем же производителем, для которых разброс значений тех или иных показателей обуславливается естественными технологическими вариациями при производстве; возможны и другие примеры). В этом случае, поскольку неизвестными являются именно «исходные» параметры потоков и времени обслуживания, естественным является рандомизационный подход, при котором элементами вероятностного пространства становятся (если рассматривать приведенный выше пример) значения λ, μ и σ^2 (а в общем случае можно говорить о вероятностном пространстве, элементами которого являются сами однотипные СМО). При этом подлежащие вычислению характеристики такой «рандомизированной» СМО, естественно, являются рандомизацией аналогичных характеристик «обычной» СМО аналогичного типа – с учетом того априорного распределения входных параметров СМО, которое взято исследователем за основу.

Таким образом, в том же примере с СМО типа M|G|1 возникают задачи рандомизации «обычных» характеристик таких систем с учетом априорных распределений входных параметров; скажем, может приниматься предположение о показательном, равномерном или каком-то другом распределении одной или нескольких из величин λ, μ и σ^2 (которые при таком подходе становятся случайными величинами), об их независимости или зависимости, и т.п. Полученные результаты могут применяться, например, для вычисления средних значения, построения доверительных интервалов для тех или иных характеристик рассматриваемого класса СМО «в целом». Такой подход к построению моделей массового обслуживания естественно назвать байесовским. Впервые этот подход сформулирован в [1].

Другим направлением применения байесовского подхода является оценка надежности. Как известно [2], коэффициент готовности восстанавливаемого устройства в стационарном режиме может быть вычислен по формуле

$$k = \frac{\lambda^{-1}}{\lambda^{-1} + \mu^{-1}} = \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

где λ^{-1} – среднее время безотказной работы, μ^{-1} – среднее время восстановления.

Если мы примем сформулированное выше предположение, в соответствии с которым любое изучаемое устройство выбирается случайным образом из некоторого множества сходных устройств, различающихся средними величинами показателей надежности, то, в соответствии с приведенными выше рассуждениями, значения λ и μ могут рассматриваться в качестве случайных. Следовательно, при таких предположениях коэффициент готовности k также является случайной величиной, и его распределение зависит от распределений величин λ, μ. Результаты, получаемые в рамках этой постановки, могут использоваться, в частности, для вычисления средних значений и построения доверительных интервалов для надежностных характеристик всей изучаемой группы устройств.

2. Вводный пример. Для того, чтобы лучше объяснить суть постановки, в качестве вводного пример рассмотрим ситуацию, когда некий наблюдатель (исследователь) имеет дело с достаточно большой серией систем обслуживания M|M|1|0, различающихся только параметром распределения обслуживания. В частности, это могут быть некие станки, коммутаторы, маршрутизаторы или другие обслуживающие средства, о которых заранее известно, что их функционирование описывается системой вышеуказанного типа. То есть эти системы идентичны по дисциплине обслуживания и по типам входящего потока и распределения времени обслуживания. В данном примере также и характеристики входящего потока предполагаются идентичными для всех систем данной серии; различаются только численные характеристики **обслуживания** (то есть параметры показательного распределения).

Разброс характеристик обслуживания обуславливается технологическими (конструктивными) причинами. И главным аспектом рассматриваемой постановки является то, что исследователю не известно, каково конкретное значение параметра обслуживания рассматриваемой им «взятой наугад» системы из данной серии. Известно лишь «априорное» распределение этого параметра (поскольку серия систем мыслится большой, то можно в рамках этой серии рассматривать стохастические явления и вводить вероятностные распределения). Исследователя интересуют характеристики обслуживания для серии в целом (или характеристики «наугад взятой» системы). Очевидно, что, помимо традиционных факторов стохастичности, имеющих место в СМО (стохастичность поступающего потока и процессов обслуживания), появляется еще один фактор, связанный со **случайностью выбора рассматриваемой системы.**

Пусть, скажем, параметр обслуживания μ у рассматриваемых систем может принимать только два значения: μ_1 и μ_2 с вероятностями соответственно p_1 и p_2. «Физически» это означает, что среди рассматриваемой серии систем (маршрутизаторов, станков и т.п.) встречаются только две «разновидности» обслуживающих приборов: приборы первой разновидности осуществляют обслуживание с параметром μ_1, приборы второй разновидности - с параметром μ_2. Тогда у «взятой наугад» системы коэффициент загрузки становится случайной величиной, принимающей значения λ/μ_1 с вероятностью p_1 и λ/μ_2 с вероятностью p_2; стационарная вероятность блокировки «выбранной» системы в связи с вмешательством случайного фактора выбора конкретной системы сама становится «случайной» и принимает значения $\lambda/(\lambda+\mu_1)$ с вероятностью p_1 (это вероятность того, что исследователю «попалась» система первой «разновидности») и $\lambda/(\lambda+\mu_2)$ с вероятностью p_2 («попалась» система второй «разновидности»). Естественно, «усредненная» вероятность блокировки в такой «байесовской» СМО равна $p_1\lambda/(\lambda+\mu_1)+p_2\lambda/(\lambda+\mu_2)$.

Как видим, для исследования байесовских СМО нет необходимости проводить анализ системы методами теории массового обслуживания. Байесовская система является «рандомизацией» некоторой «обычной» СМО и, соответственно, характеристики байесовской СМО вычисляются путем рандомизации последующего усреднения (по априорному распределению параметра или параметров) уже вычисленных ранее методами теории массового обслуживания характеристик «обычной» СМО. То есть математическая часть работы сводится именно к этой рандомизации и усреднению. При этом как с технической, так и с концептуальной точек зрения целесообразно осуществлять рандомизацию **стационарных** характеристик «обычных» СМО, получая стационарные характеристики байесовских СМО.

Отметим ещё одну содержательную модель, математическим описанием которых может служить байесовская СМО. Предположим, что исследователь рассматривает не серию систем, а некоторую одну систему, количественные параметры которой меняются со временем. Например, имеется обслуживающее устройство, один из элементов которого в заранее не известные моменты заменяется на другой, потом на третий, и т.п. Скажем, такой системой является пограничный пост в аэропорту, пограничник на котором иногда сменяется – в моменты времени, не известные наблюдателю (пассажиру); наблюдатель знает лишь вероятность того, что он «наткнётся» на некоторого конкретного пограничника и среднее время проверки паспорта каждым из возможных пограничников.

При таком подходе структура системы и дисциплина обслуживания не изменяется со временем, а изменяется только количественный параметр распределения обслуживания (например, интенсивность). Аналогичным образом может меняться и параметр поступающего потока. О том, когда происходят изменения, информации нет. Исследователю известно только **распределение** значений «изменчивых», случайных параметров, с которыми он «сталкивается», рассматривая систему в «случайный» момент времени.

Поскольку предполагается, что информации о моментах «перестройки» системы или хотя бы о распределении этих моментов у исследователя нет, описание переходных процессов в системе такого рода невозможно. Следовательно, возможен анализ (и последующая рандомизация) только **стационарных** распределений рассматриваемой СМО. Для того, чтобы такая постановка имела смысл, необходимо ввести предположение, что система изменяется достаточно «редко», - так, чтобы на каждом интервале постоянства параметров СМО «успевала» достичь стационарного состояния. Естественно, результаты такого анализа будут приближенными, поскольку в реальной жизни стационарное состояние, строго говоря, не достигается.

3. Простые модели «байесовских» систем

Ниже в настоящей статье рассмотрены еще две простейшие модели «байесовских» СМО, предназначенные для дальнейшего разъяснения специфики задач, возникающих при этом подходе, и получаемых при этом результатов.

Равномерное распределение λ и μ: коэффициент загрузки. Рассмотрим произвольную систему массового обслуживания с интенсивностью входящего потока λ и интенсивностью обслуживания μ. Загрузка такой системы $\rho = \lambda / \mu$. Как известно, от значения ρ зависит наличие стационарного режима у рассматриваемой системы; величина ρ входит во многие формулы, описывающие характеристики разнообразных СМО. В связи с этим рассмотрение величины ρ представляется одной из первоочередных задач, которые следует рассмотреть в рамках байесовской теории СМО.

Множество возможных и интересных для приложений совместных распределений величин λ и μ весьма обширно. Мы рассмотрим один из простейших, и в то же время достаточно распространённых на практике случаев, когда величины λ и μ независимы и распределены равномерно на некоторых заданных отрезках. Такая модель приемлема для описания ситуации, когда для обоих значений λ и μ (или для любого из них) задан допустимый интервал значений, но реальная величина λ и/или μ может варьироваться в этих пределах.

Пусть носителем случайной величины λ является некоторый отрезок $[a_\lambda, b_\lambda]$, носителем случайной величины μ - некоторый отрезок $[a_\mu, b_\mu]$, причем $0 \le a_\lambda \le b_\lambda$, $0 \le a_\mu \le b_\mu$.

При этом функция распределения случайной величины $\rho = \lambda / \mu$ может быть записана таким образом:

$$P\{\rho < x\} = \iint\limits_{\lambda/\mu < x} \frac{1}{b_\lambda - a_\lambda} \frac{1}{b_\mu - a_\mu} d\lambda d\mu$$

Дальнейшие выкладки существенно зависят от соотношения между величинами a_λ / a_μ и b_λ / b_μ. Предположим для определенности, что $a_\lambda / a_\mu \le b_\lambda / b_\mu$. Тогда:

при $x \le a_\lambda / b_\mu$

$$P\{\rho < x\} = 0,$$

при $a_\lambda / b_\mu \le x \le a_\lambda / a_\mu$

$$P\{\rho < x\} = K \frac{(b_\mu x - a_\lambda)^2}{2x},$$

при $a_\lambda / a_\mu \le x \le b_\lambda / b_\mu$

$$P\{\rho < x\} = K\left(\frac{a_\mu + b_\mu}{2} x - a_\lambda\right)(b_\mu - a_\mu),$$

при $b_\lambda / b_\mu \le x \le b_\lambda / a_\mu$

$$P\{\rho < x\} = 1 - K \frac{(b_\lambda - a_\mu x)^2}{2x},$$

при $x \ge b_\lambda / a_\mu$

$$P\{\rho < x\} = 1,$$

где

$$K = \frac{1}{(b_\mu - a_\mu)(b_\lambda - a_\lambda)}.$$

Выпишем плотность случайной величины ρ:

при $x \le a_\lambda / b_\mu$

$$f_\rho(x) = 0,$$

при $a_\lambda / b_\mu \le x \le a_\lambda / a_\mu$

$$f_\rho(x) = K\left(\frac{b_\mu^2}{2} - \frac{a_\lambda^2}{2x^2}\right),$$

при $a_\lambda / a_\mu \le x \le b_\lambda / b_\mu$

$$f_\rho(x) = K\left(\frac{b_\mu^2 - a_\mu^2}{2}\right),$$

при $b_\lambda / b_\mu \le x \le b_\lambda / a_\mu$

$$f_\rho(x) = K\left(\frac{b_\lambda^2}{2x^2} - \frac{a_\mu^2}{2}\right),$$

при $x \ge b_\lambda / a_\mu$

$$f_\rho(x) = 0.$$

Проведя элементарные выкладки, получаем, что среднее значение и второй момент случайной величины ρ, соответственно, равны:

$$\mathbf{E}\,\rho = \frac{b_\lambda + a_\lambda}{2(b_\mu - a_\mu)} \ln\frac{b_\mu}{a_\mu},$$

$$\mathbf{E}\,\rho^2 = \frac{a_\lambda^2 + a_\lambda b_\lambda + b_\lambda^2}{3a_\mu b_\mu}.$$

Очевидно, что при $b_\lambda - a_\lambda \to 0$ и при $b_\mu - a_\mu \to 0$, то есть при стягивании носителя случайной величины λ к некоторой фиксированной точке λ_0 и при стягивании носителя случайной величины μ к некоторой фиксированной точке μ_0, значение $\mathbf{E}\,\rho$, как это и должно быть, стремится к λ_0 / μ_0, а значение $\mathbf{E}\,\rho^2$ к λ_0^2 / μ_0^2.

Заметим также, что зависимость среднего значения величины ρ от распределения λ сводится к зависимости от математического ожидания λ. В то же время зависимость $\mathbf{E}\,\rho$ от параметров распределения μ носит более сложный вид.

В случае $a_\lambda / a_\mu \ge b_\lambda / b_\mu$ формулы для функции распределения и плотности случайной величины ρ аналогичны; здесь мы их опускаем для сокращения объема изложения. Математическое ожидание и второй момент случайной величины ρ в указанном случае совпадают с выписанными выше значениями.

На основании полученных результатов нетрудно вычислить другие необходимые характеристики величины ρ.

Заметим, что рассмотренная модель позволяет изучать важную ситуацию, в которой $\lambda < \mu$ с вероятностью 1. При этом $\rho < 1$, что является условием эргодичности систем с одним обслуживающим прибором. В силу постулируемой независимости случайных величин λ и μ обеспечить выполнение условия $\lambda < \mu$ может только соответствующее взаимное расположение отрезков $[a_\lambda, b_\lambda]$ и $[a_\mu, b_\mu]$, то есть выполнение условия $0 \le a_\lambda \le b_\lambda \le a_\mu \le b_\mu$.

Показательное распределение λ и μ: коэффициент загрузки и вероятность потерь в системе M|M|1|0; коэффициент готовности

Рассмотрим другую вероятностную модель для величин λ и μ. В ситуации, когда никакой априорной информации о значениях λ и μ нет, за исключением данных об их средних значениях, в качестве «первого приближения» целесообразно рассмотреть модель, в которой и λ, и μ распределены по показательному закону с известными средними (пусть они равны соответственно *1/l* и *1/m*). Предположение о независимости λ и μ сохраняется.

Итак, функция распределения случайной величины λ равна $1-\exp(-lu)$, функция распределения случайной величины μ равна $1-\exp(-mu)$. Как и в предыдущем разделе, прежде всего рассмотрим $\rho = \lambda/\mu$. Очевидно, что при $x \ge 0$

$$P\{\rho < x\} = P\{\lambda < \mu x\} = \int_0^\infty P\{\lambda < xy\} dP\{\mu < y\} = \int_0^\infty [1-\exp(-lxy)] m \exp(-my) dy =$$

$$= \frac{lx}{m+lx}$$

Отсюда, в частности, следует, что случайная величина $\rho = \lambda/\mu$ в данном случае, в отличие от ситуации, рассмотренной в предыдущем разделе, не имеет моментов первого и более высоких порядков. Однако некоторые другие характеристики байесовских систем массового обслуживания, зависящие от случайного $\rho = \lambda/\mu$, могут иметь конечные моменты. Рассмотрим, например, СМО M|M|1|0. Вероятность того, что поступивший в эту систему вызов не будет потерян, в стационарном режиме равна, в соответствии с формулами Эрланга, $\pi = 1/(1+\rho)$. В «байесовской» постановке эта вероятность, как было отмечено выше, сама становится «случайной». Рассмотрим распределение случайной величины π в условиях рассматриваемой модели.

При $0 \le y \le 1$

$$P\{\pi < y\} = P\{\rho > (1-y)/y\} = \frac{my}{my + l(1-y)}$$

Соответственно, плотность распределения случайной величины π равна $\frac{ml}{[my+l(1-y)]^2}$, а усредненная вероятность непотери вызова

$$\mathbf{E}\pi = \int_0^1 \frac{mly}{[my+l(1-y)]^2} dy = \frac{ml}{(m-l)^2}\left(\ln\frac{m}{l} + \frac{l}{m} - 1\right).$$

Нетрудно вычислить также второй момент случайной величины π и другие ее характеристики. Заметим, что при $m=l$

$\mathbf{E}\pi = 1/2$.

Значение

$$\pi = 1/(1+\rho) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

совпадает с величиной коэффициента готовности k (см. выше). Следовательно, распределение случайного коэффициента готовности в случае величин λ и μ, имеющих показательное распределение, представлен выше в качестве распределения случайной величины π.

исследования

4. Выводы. Представленные в статье результаты являются самыми начальными, «пробными» в рамках проблематики байесовских СМО и байесовских моделей надежности. Очевидно, что дальнейшее продвижение в рамках данной проблематики требует рассмотрения тех априорных распределений величин λ, μ и других традиционных входных параметров для СМО и восстанавливаемых устройств, которые могут представлять интерес для практики, и вычисление соответствующих распределений показателей функционирования и надежности различных типов систем после их рандомизации с учетом указанных априорных распределений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шоргин С.Я. О байесовских моделях массового обслуживания. II Научная сессия Института проблем информатики РАН: Тезисы докладов. – М.:ИПИ РАН, 2005, с.120-121.
2. B.A. Kozlov, I.A. Ushakov, Reliability Handbook, Holt, Rinehart & Winston (1970).

ПРЕДЕЛЬНЫЕ РЕДЕЮЩИЕ ПРОЦЕССЫ И РАЗРЕЖЕНИЕ ДВУХ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ПРОЦЕССОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ.

Исследование частично поддерживалось грантом Министерства Образования и Науки Украины , проект No 01.07/103.

Виталий А. Гасаненко

gs@imath.kiev.ua или gsn@ckc.com.ua

Институт математики Национальной Академии Наук Украины, Терещенковская 3, 252601, Киев, Украина.

исследования

Ключевые слова: редеющие процессы, коэффициент перемешивания, производящая функция, процессы восстановления.

Резюме. В статье изучаются достаточные условия аппроксимации редеющих процессов с перемешивание процессами восстановления. Также рассматривается приложение полученных результатов к конкретной практической проблеме.

Предельные теоремы для редеющих процессов были получены многими авторами с использованием различных техник [1-8] . В статье [1] была построена первая модель Бернуллиевского разрежения процесса восстановления и получено элегантное доказательство аппроксимации такого рода процессов Пуассоновским процессом. Проблема необходимых и достаточных условий для такого рода аппроксимации была в работах [3, 5]. Общие процедуры построения редеющих процессов из начальных процессов рассматривались в работах. Авторы статей [2,7, 9, 13] получали новые результаты для конкретных прикладных моделей с помощью доказанных теорем о редеющих процессах.

Эта статья в некоторой степени есть продолжение статьи [9]. В секции 1 доказывается предельная теорема. Доказательство самодостаточно. Оно не использует результатов других авторов. В секции 2 рассматривается приложение полученных результатов к конкретным моделям..

Если мы имеем строго возрастающую почти наверное последовательность положительных случайных величин $\{\tau_i, i \ge 0\}$, $\tau_{i+1} > \tau_i$ $, i \ge 0$, тогда мы можем определить случайный поток точек – событий на временной оси. Момент появления i-го события совпадает с моментом времени τ_i. Любой подпоток этого потока называется редеющим потоком. Таким образом i- ое событие редеющего потока имеет номер $\beta(i)$ в начальном потоке (понятно, что $\beta(i) \ge i$). Вначале мы будем изучать последовательность $\beta(i)$, $i \ge 0$ и затем мы построим эту последовательность для конкретной модели редеющего процесса.

1. Предельная теорема.

Рассмотрим последовательность дискретных случайных величин

$$\xi(t),\, t\in\{0,1,2,\dots\},\quad \xi(t)\in\{1,2,\dots\}.$$

Мы собираемся исследовать распределение следующей последовательности

$$\beta(1)=\xi(0),\quad \beta(m+1)=\beta(m)+\xi(\beta(m)),\quad m\geq 1.$$

С этой целью введем следующие объекты

$$v(t)=\max\{m\geq 1:\beta(m)\leq t\},\qquad \alpha(k)=\sup_{x\geq 0}\ \sup_{A\in F_{\leq x},\, B\in F_{\geq x+k}}|P(B/A)-P(B)|,$$

здесь $F_{\leq x}=\sigma(\xi(s),\, s\leq x),\quad F_{\geq x}=\sigma(\xi(s),\, s\geq x)$.

Утверждение. *Следующее неравенство выполняется для любого* $x>0$

$$P(\beta(m)<x)=\max_{t\leq x}P(\xi(t)<\frac{x}{m})([x]+1).$$

Доказательство. Из определения $\beta(m)$ мы имеем

$$\{\beta(m)<x\}\subseteq\bigcap_{i=1}^{[x]+1}\left\{\xi(i)<\frac{x}{m}\right\}$$

из последнего следует доказательство.

Теперь мы докажем предельную теорему для случайных величин $\beta(m)$ в случай когда процесс

$\xi(t)$ от параметра n. Зависимость от n означает , в этом случае, что последовательность процессов $\xi_n(t)$ должна сходиться к бесконечности (в некотором смысле) при фиксированном t при $n \to \infty$. Такая ситуация возникает в практических задачах очень часто. Параметр n есть индекс для всех величин , которые определяются процессом $\xi_n(t)$. Например, величина $v(t)$ преобразуется в $v_n(t)$. Пусть $\underset{n\to\infty}{\Rightarrow}$ обозначает слабую сходимость случайных величин или функций распределений. Пусть $N(t)$ равно числу восстановлений на интервале $[0,T]$ процесса восстановления $\left\{\sum_{k=1}^{i}\eta_k ,\ i \ge 1\right\}$. Этот процесс имеет следующее свойство $P(\eta_1 \le x) = R_1(x)$, $P(\eta_i \le x) = R_2(x)$, $i \ge 2$. Здесь $R_1(\cdot)$, $R_2(\cdot)$ есть функции распределения.

Теорема 1. *Если существует такая последовательность чисел $c_n \to \infty$, что выполняются следующие условия :*

1) $\lim\limits_{n\to\infty} P\left(\xi_n(0)c_n^{-1} \le x\right) = R_1(x);$

2) $\lim\limits_{n\to\infty} \sup\limits_{a\le\delta\le t} |\, P(\xi_n([c_n\delta])c_n^{-1} \le y) - R_2(y)\,| = 0;$

δ *-- любое положительное число, $t < \infty$,функции $R_i(y)$ есть непрерывные функции распределения для $y > 0$;*

3) $\lim\limits_{n\to\infty} \alpha_n(c_n)c_n = 0,$

тогда $v_n(c_n t) \underset{n\to\infty}{\Rightarrow} N(t)$ *для каждого фиксированного* t.

Доказательство. Мы обозначим через $\beta_k(m)$, $m \ge 1$ последовательность , которая определяется через последовательность $\beta(m)$ при условии $\xi(0) = k$. Так что
$P(\beta_k(m) = s) = P(\beta_k(m) = s / \xi(0) = k)$.
Далее $v(k,t) = \max\{m \ge 1 : \beta_k(m) < t\}$.
Мы определим следующую последовательность случайных величин $\nu_k(m)$:

$$\nu_k(0) \equiv 0,\ \nu_k(1) = \xi(k),\quad \nu_k(m+1) = \nu_k(m) + \xi(\nu_k(m)),\ m \ge 1.$$

Далее пусть $V_k(t) = \max\{m \ge 1 : \nu_k(m) \le t\}$.

Теперь мы введем последовательность случайных целочисленных величин $\beta_{l,k}(m),\ m \geq 1$, которая имеет следующую функцию распределения

$$P\left(\beta_{l,k}(m)=s\right)=P\left(\beta\ (m)=s\,/\,\xi\ (0)=l,\xi\ (l)=k\right)=P\left\{\nu_{l+k}(m)=s-l-k\,/\ \xi\ (0)=l,\xi\ (l)=k\right\}.$$

Мы обозначим через $\nu_{l,k}(t)=\max\left\{m\geq 2:\beta_{l,k}(m)\leq t\right\}$.

Из определения $\nu(t)$ и $\nu(l,t)$ мы имеем стохастические равенства (правая и левая часть имеет одну и ту же функцию распределения)

$$\nu(t)=\sum_{l=1}^{[t]} I\left(\xi\ (0)=l\right)\left(\nu(l,t)+1\right), \qquad \nu(l,t)=\sum_{k=1}^{[t-l]} I\left(\xi\ (l)=k\,/\,\xi(0)=l\ \right)\left(\nu_{l,k}(t)+1\right),$$

здесь функция $I(\cdot)$ есть индикаторная функция множеств.

Применяя индикаторное тождество

$$s^{I(\cdot)x}=1+I(\cdot)\left(s^{x}-1\right),$$

мы получаем

$$M\,s^{\nu(t)}=1+\sum_{l=1}^{[t]} M\,I\left(\xi\ (0)=l\right)\left(s^{\nu(l,t)+1}-1\right),$$

$$M\,s^{\nu(l,t)}=1+\sum_{k=1}^{[t-l]} M\,I\left(\xi\ (l)=k\,/\,\xi\ (0)=l\ \right)\left(s^{\nu_{l,k}(t)+1}-1\right),$$

здесь $s\in(0,1)$.

Если $\xi\ (t)$ зависит от параметра n, тогда последние равенства имеют следующие представления.

Положим

$$M\,s^{\nu_n(c_n t)}=g_n(c_n\,t,s), \qquad M\,s^{V_{n,k}(c_n t)}=f_{n,k}(c_n\,t,s).$$

Далее

$$g_n(c_n t,\, s) = 1 - P\big(\xi_n(0) \le t\big) + s \sum_{l=1}^{[t]} M\, I\big(\xi_n(0)=l\big)\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} \,,$$

$$M\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} = 1 - P\big(\xi_n(l) \le c_n t / \xi_n(0)=l\big) + s \sum_{k=1}^{[c_n t - l]} M\, I\big(\xi_n(l)=k / \xi_n(0)=l\big)\, s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)} \,. \quad (1)$$

Мы раздели суммы в правых частях равенств (1) на две суммы:

$$\sum_{1}^{[c_n \delta]} + \sum_{[c_n \delta]+1}^{[c_n t]} \quad (2)$$

Первую сумму мы можем сделать меньше заданного числа. Это следует из условий 1,2 и непрерывности функций $R_i(\cdot)$ в нуле.
Вторая сумма содержит математическое ожидание двух сомножителей. Эти сомножители ограничены единицей и измеримы относительно σ - алгебр $F_{\le x}$, $F_{\ge x + c_n \delta}$ соответственно.
Последнее позволяет нам заменить каждое слагаемое второй части (2) произведением математических ожиданий заданных случайных величин с ошибкой меньше чем $2\alpha_m(c_n \delta)$ (смотри, например (20.29)[10]):

Мы имеем следующие оценки при $l \ge c_n \delta$

$$|\, MI\big(\xi_n(0)=l\big)\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} - MI\big(\xi_n(0)=l\big)\; M\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} \,| \le 2\alpha_n(c_n \delta),$$

$$M\, s^{\nu_n(l,\, c_n t)} = \sum_{d=0}^{[c_n t]-l} s^d \Big(P\big(\nu_{n,l}(d) \le c_n t - l, \nu_{n,l}(d+1) > c_n t - l / \xi_n(0)=l\big) \pm$$

$$\pm P\big(\nu_{n,l}(d) \le c_n t - l, \nu_{n,l}(d+1) > c_n t - l\big)\Big) = M\, s^{V_{n,l}(c_n t - l)} + \pi_n,$$

здесь $|\pi_n| \le K \alpha_n(c_n \delta)$, $K < \infty$.

$$\big|P\big(\xi_n(l) \le c_n t / \xi_n(0)=l\big) - P\big(\xi_n(l) \le c_n t\big)\big| \le \alpha_n(c_n \delta)\,.$$

Далее мы имеем оценки в случае $k \ge c_n \delta$:

$$|\, MI\big(\xi_n(l)=k / \xi_n(0)=l\big) s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)} - MI\big(\xi_n(l)=k / \xi_n(0)=l\big) M\, s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)} \,| \le 2\,\alpha_n(c_n \delta)\,;$$

$$|\, M\, s^{\nu_{n,l,k}(c_n t)} - M\; s^{V_{n,l+k}(c_n t - l - k)} \,| \le K_1 \alpha_n(c_n \delta), \quad K_1 < \infty\,.$$

Теперь мы можем переписать (1) в следующем виде

$$g_n(c_n t, s) = 1 - P(\xi_n(0) \le c_n t) + a_{n,1}(\delta) + b_{n,1} + s \sum_{l=[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} P(\xi_n(0) = l)\, f_{n,l}(c_n t - l, s),$$

$$f_{n,l}(c_n t - l) =$$
$$1 - P(\xi_n(l) \le c_n t) + a_{n,2}(\delta) + b_{n,2} + s \sum_{k=[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} P(\xi_n(l) = k)\, f_{n,l+k}(c_n t - l - k, s), \quad l \ge [c_n \delta],$$

здесь

$|b_{n,i}| \le k_i \alpha_n(c_n \delta),\ k_i < \infty,\ i = 1,2; \quad a_{n,1}(\delta) \le P(0 < \xi_n(0) \le c_n \delta),$

$a_{n,2}(\delta) \le \sup\limits_{q \ge [c_n \delta]} P(0 < \xi_n(q) \le c_n \delta).$

Далее мы введем последовательность независимых случайных величин с одинаковой функцией распределения $\{\eta_k(n, \delta),\ k \ge 1\}$ при фиксированном δ. Эта функция определяется следующим равенством

$$P(\eta_1(n,\delta) \le x) = P(\xi_n(c_n \delta) \le x).$$

Мы будем обозначать

$$S_m(n,\delta) = \sum_{k=1}^{m} \eta_k(n,\delta), \qquad D_{n,\delta}(t) = \sup_{m \ge 1} \{m : S_m(n,\delta) \le t\}.$$

$$M\, s^{D_{n,\delta}(t)} = \sum_{d=0}^{\infty} s^d\, P(D_{n,\delta}(t) = d) =: F_{n,\delta}(t,s)$$

Будем оценивать разницу $f_{n,l}(c_n t - l, s),\ l \ge c_n \delta$ и $F_{n,\delta}(c_n t - l, s)$.
Из определения следует

$$f_{n,l}(c_n t - l, s) = \sum_{d=0}^{[c_n t - l]} s^d\, P(\nu_{n,l}(d) \le c_n t - l, \nu_{n,l}(d+1) > c_n t - l).$$

Далее мы получаем для $d = 0$ при условии 2

$$P(\xi_n(l) \ge c_n t - l) \pm P(\xi_n(c_n \delta) \ge c_n t - l) = \theta_n + P(\xi_n(c_n \delta) \ge c_n t - l).$$

Здесь и далее обозначения θ_n означает, что мы имеем некоторую последовательность чисел такую, что она сходится к нулю при $n \to \infty$ и выполняется следующее условие

$$|\theta_n| \le 2 \sup_{y \le t} \sup_{\delta \le \Delta \le t} |P(\xi_n([c_n \Delta]) c_n^{-1} < y) - R_2(y)| .$$

Мы имеем для $d = 1$: $P(\nu_{n,l}(1) \le c_n t - l, \nu_{n,l}(2) > c_n t - l) =$

$$= \sum_{k=1}^{[c_n t - l]} P(\xi_n(l) = k,\ \xi_n(k+l) > c_n t - l - k) =$$

$$= a_{n,\delta} + r_{n,1,\delta} + \sum_{k=[c_n \delta]}^{[c_n t - l]} P(\xi_n(l) = k) P(\xi_n(k+l) > c_n t - l - k) =$$

$$= a_{n,\delta} + r_{n,1,\delta} + \theta_n + \sum_{k=[c_n \delta]}^{[c_n t - l]} P(\xi_n(l) = k) P(\eta_2(n,\delta) > c_n t - l - k) =$$

$$= a_{n,\delta} + r_{n,1,\delta} + \theta_n + P(D_{n,\delta}(c_n t - l) = 1) -$$

$$- \sum_{k=[c_n \delta]}^{[c_n t - l]} \sum_{s=[c_n \delta]}^{k} \left(P(\xi_n(l) = s) - P(\eta_1(n,\delta) = s)\right) P(\eta_2(n,\delta) = c_n t - l - k) = \qquad (3)$$

$$= P(D_{n,\delta}(c_n t - l) = 1) + \pi_{n,1} .$$

Здесь

$$|\pi_{n,1}| \le 2 \left(a_{n,\delta} + \alpha_n(c_n \delta) + \theta_n\right), \quad a_{n,\delta} = \max_{i=1,2} (a_{n,i}) \quad |r_{1,n,\delta}| = 2\, \alpha_n(c_n \delta) .$$

Мы использовали преобразования Абеля ([12], Глава XI , Сек. 383), для сумм парных произведений (3).

Похожие рассуждения применим к случаю $d = 2$. Таким образом, применяя (3) мы получимт

$$P(\nu_{n,l}(2) \le c_n t - l, \nu_{n,l}(3) > c_n t - l) = a_{n,\delta} + r_{n,2} +$$

$$+ \sum_{k=[c_n \delta]}^{[c_n t - l]} P(\xi_n(l) = k)\ P(\nu_{n,l+k}(1) \le c_n t - l - k, \nu_{n,l+k}(2) > c_n t - l - k) =$$

$$= a_{n,\delta} + r_{n,2,\delta} + \theta_n + \pi_{n,1,\delta} + P(D_{n,\delta}(c_n t - l) = 2) -$$

$$- \sum_{k=[c_n \delta]}^{[c_n t - l]} \sum_{s=[c_n \delta]}^{k} \left(P(\xi_n(l) = s) - P(\eta_1(n,\delta) = s)\right)\left(P(D_{n,\delta}(c_n t - l - k - 1) = 1) - P(D_{n,\delta}(c_n t - l - k) = 1)\right) =$$

$$= P(D_{n,\delta}(c_n t - l) = 2) + \pi_{n,2} .$$

В последнем мы также применили преобразования Абеля и следующее равенство, которое легко проверяется.

$$P(D_{n,\delta}(c_n t - l - k - 1) = 1) - P(D_{n,\delta}(c_n t - l - k) = 1) =$$

$$= P(S_2(n,\delta) = [c_n t] - l - k) + P(\eta_1(n,\delta) = [c_n t] - l - k).$$

исследования

Неявно введенные последовательности имеют очевидный смысл и следующие неравенства имеют место $|r_{n,2,\delta}| \le 2\,\alpha_n(c_n\delta)$, $|\pi_{n,2}| \le 4\left(a_{n,\delta} + \alpha_n(c_n\delta) + \theta_n\right)$. Нетрудно показать с помощью индукции что для for $d = p$ мы имеем следующие формулы

$$P\left(\nu_{n,l}(p) \le c_n t - l, \nu_{n,l}(p+1) > c_n t - l\right) =$$

$$= P\left(D_{n,\delta}(c_n t - l) = p\right) + \pi_{n,p}, \quad |\pi_{n,p}| \le 2\,p\left(a_{n,\delta} + \alpha_n(c_n\delta) + \theta_n\right).$$

Таким образом, мы получили следующие представления для фиксированного $s \in (0,1)$

$$f_{n,l}(c_n t - l, s) = F_{n,\delta}(c_n t - l, s) + L_{n,\delta}, \quad |L_{n,\delta}| \le L\left(a_{n,\delta} + \alpha_n(c_n\delta) + o_n(1)\right), \quad L < \infty.$$

$$g_n(c_n t, s) = 1 - P\left(\xi_n(0) \le c_n t\right) + K_{n,\delta} + s \sum_{l=[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} P\left(\xi_n(0) = l\right) F_{n,\delta}(c_n t - l, s),$$

$$F_{n,\delta}(c_n t - l, s) = 1 - P\left(\xi_n(c_n\delta) \le c_n t - l\right) + Z_{n,\delta} +$$

$$+ s \sum_{l=[c_n\delta]+1}^{[c_n t]} P\left(\xi_n(c_n\delta) = k\right) F_{n,\delta}(c_n t - l - k, s), \quad l \ge [c_n\delta].$$

Здесь построения $K_{n,\delta}$ и $Z_{n,\delta}$ приводят к следующим соотношениям

$$\lim_{n\to\infty} K_{n,\delta} = l_1 K_\delta; \quad \lim_{n\to\infty} Z_{n,\delta} = l_2 Z_\delta; \quad \max\left(l_1, l_2\right) \le \infty,$$

и $|K_\delta| \le 2\left(R_1(\delta) - R_1(0)\right)$, $|Z_\delta| \le 2\left(R_2(\delta) - R_2(0)\right)$.

Учитывая построение $F_{n,\delta}(c_n t, s)$, условие 2 и непрерывность свертки мы делаем вывод, что существует следующий предел

$$\lim_{\delta\to 0}\lim_{n\to\infty} F_{n,\delta}(c_n t, s) = F(t, s)$$

так как этот предел есть единственное решение следующего уравнения

$$F(t, s) = 1 + R_2(t) + s\,R_2(\cdot) * F(t, s), \qquad (4)$$

здесь символ $*$ обозначает свертку двух функций.

Последовательность производящих функций $g_n(c_n t, s)$ также имеет предел

$$\lim_{\delta\to 0}\lim_{n\to\infty} g_n(c_n t, s) = g(t, s)$$

Этот предел есть решение следующего уравнения

$$g(t\,,s) = 1 + R_1(t) + s\,R_2(\cdot) * F(t\,,s)\,.$$

Из последнего и (4) следует доказательство теоремы.

Замечание 1. Рассмотрим обобщение теоремы 1. Оно состоит а определении более слабого коэффициента перемешивания чем $\alpha(\cdot)$.

Предположим, что последовательность c_n, $n \geq 1$ из теоремы 1 определена. Возьмем любую последовательность r_n, $n \geq 1$, которая удовлетворяет следующему условию $r_n \to \infty$, $r_n = o(c_n)$ при $n \to \infty$.

Далее строим усеченный процесс:

$$\overline{\xi_n}\,(t) = \begin{cases} \xi_n(t), & \xi_n(t) \leq c_n - r_n\,, \\ c_n - r_n\,, & \xi_n(t) \geq c_n - r_n. \end{cases}$$

и строим также σ - алгебру $F_{\leq x}(r_n) = \sigma\left(\overline{\xi_n}(t),\, t \leq x\right)$.

Теперь определим новый коэффициент перемешивания

$$\alpha_n(r_n, c_n) = \sup_{x \geq 0} \quad \sup\left\{\left| P(B/A) - P(B) \right| : A \in F_{\leq x}(r_n),\ B \in F_{\geq x + c_n}\right\}.$$

Таким образом, этот коэффициент строится только на тех событиях из $F_{\leq x}$ на которых процесс $\xi_n(t)$ меньше значения $c_n - r_n$ при $t \leq x$. Такой коэффициент полезен в тех случаях, когда временная зависимость исследуемых событий управляется значениями процесса $\xi_n(t)$. Например, если событие $\{\xi_n(x) = k\}$ ограничивает исследование таких событий интервалом $[0, x + k]$.

Теперь мы разделим вторую сумму (2) следующим образом:

$$\sum_{[c_n\delta]+1}^{[c_n\,t]} = \sum_{[c_n\delta]+1}^{[(c_n - r_n)\,t]} + \sum_{[(c_n - r_n)t]+1}^{[c_n\,t]}\,. \qquad (5)$$

Мы сделать вторую сумму из (5) меньше заданного числа благодаря непрывности $R_i(\cdot)$.

Далее проводим преобразования из доказательства теоремы 1 первой суммы, используя коэффициент $\alpha_n(r_n, c_n)$.

Таким образом, мы можем заменить условие 3 теоремы 1 следующим условием

3' существует такая последовательность r_n, $n \geq 1$*:* $r_n \to \infty$, $r_n = o(c_n)$ *при* $n \to \infty$*, что*

$$c_n \alpha_n (r_n, c_n) \underset{n \to \infty}{\longrightarrow} 0 \; .$$

Замечание 2. *Если есть такая последовательность* $\{\tau_i, i \geq 0\}$, *что*

$$\lim_{i \to \infty} i^{-1} \tau_i = \mu^{-1}, \quad \text{п.н.}, \;\; \mu = const.,$$

тогда мы получим следующую сходимость в условиях теоремы 1

$$P\left(\tau_{\beta_n(i)} \leq x c_n\right) \underset{n \to \infty}{\Rightarrow} R_1 * R_2^{*(i-1)}(x\mu) \, .$$

Это следует из хорошо известных теорем переноса (смотри, например [11]).

2. Взаимодействия двух процессов восстановления

Модель редеющего процесса, которая рассматривается ниже есть результат взаимодействия двух процессов восстановления. Эта модель была предложена в [13] как математическая модель практической задачи.

Обозначим через Z H два процесса восстановления : $Z = \{\varsigma_i, i \geq 1\}$, $H = \{\eta_i, i \geq 1\}$.

Определим стохастические характеристики Z, H :

$$\tau_i = \sum_{l=1}^{i} \eta_l, \quad \vartheta_i = \sum_{l=1}^{i} \varsigma_l, \;\; i = 1, 2, \ldots \;\; ; \;\; N_1(t) = \sup\{n : \tau_n < t\}, \quad N_2(t) = \sup\{n : \vartheta < t\},$$
$$\gamma_1^+(t) = \tau_{N_1(t)+1} - t, \quad \gamma_2^+(t) = \vartheta_{N_2(t)+1} - t, \quad t > 0 \; .$$

Моменты времени τ_i, ϑ_i , $i \geq 1$ называются точками восстановления процессов H и Z соответственно.

Если мы имеем точки восстановления процесса Z в интервале $(\tau_{n-1}, \tau_n\,]$, тогда мы будем говорить, что точка восстановления τ_n маркирована процессом Z. Процесс H маркирует точки восстановления процесса Z аналогично.

Обозначим через $T_0^{''} = 0, T_1^{''}, \ldots$ точки восстановления H, которые были маркированы Z и через - $T_1^{'}, T_2^{'}, \ldots$ точки восстановления Z, которые были маркированы H. Очевидно, что следующие неравенства $T_0^{''} = 0 < T_1^{'} \leq T_1^{''} \leq T_2^{'} \leq \ldots$ имеют место. В [4] показано, что последовательность случайных величин

$$V_n = T_n^{'} - T_{n-1}^{''}, \quad U_n = T_n^{''} - T_n^{'}, \;\; n = 1, 2, \ldots ,$$

Есть цепь Маркова. Эта цепь определяется переходными вероятностями

$$P(V_1 < x) = P(\varsigma_1 < x),\ P(U_n < x / V_n = y),\quad P(V_{n+1} < x / U_n = y),\quad n = 1, 2, \ldots .$$

Легко показать, что для исследования V_n, U_n необходимо одновременно наблюдать два редеющих процессов:

$$T'' = \{T_0'' = 0, T_1'', T_2'' - T_1'', \ldots\},\quad T' = \{T_1', T_2' - T_1', \ldots\}.$$

Мы будем исследовать эти процессы по отдельности. Мы используем то, что процессы T'', T' являются редеющими процессами относительно процессов H, Z соответственно.

Выберем например, T''. Процесс T'', как подпоток H, определяет следующие индикаторы

$$\chi(i) = \begin{cases} 1, & \textit{если } i-\textit{ая точка восстановления } H \textit{ принадлежит } T'', \\ 0, & \text{в других случаях.} \end{cases}$$

$$\xi(l) = \inf\{j \ge 1 : \chi(l+j) = 1\},\quad l \ge 0.$$

Таким образом, $\beta(i) = \beta(i-1) + \xi(\beta(i-1)),\ i \ge 1$ есть номер е i-го события из H, которое принадлежит T''. Момент $\tau_{\beta(i)}$ есть момент появление этого события. Мы предположим, что процессы H и Z зависит от параметра $n, n \to \infty$ так, что $H_n = \{\eta_{n,i}, i \ge 1\},\ Z_n = \{\varsigma_{n,i}, i \ge 1\}$. Теперь характеристики этих процессов имеют вид: $\tau_{n,i},\quad \vartheta_{n,i},\ i = 1, 2, \ldots,\ \gamma^+_{n,k}(t),\quad k = 1, 2$.

Теорема 2. *Если выполнены следующие условия:*

1) существуют положительные числа $c_n \to \infty$ *и функция распределения* $G(x), x \ge 0$ *гарантирующие следующий предел*

$$\lim_{n\to\infty} \sup_{t \ge 0} |P(\gamma^+_{n,2}(t) < \tau_{n,[nx]}) - G(x)| = 0,$$

здесь x *есть точка непрерывности* $G(x)$*;*

2) $\lim_{n\to\infty} c_n^{-1} \tau_{n,c_n} = \mu,\quad \mu = const.,$

тогда $P(\tau_{\beta_n(k)} < xc_n) \underset{n\to\infty}{\to} G^{*k}\left(\dfrac{x}{\mu}\right).$

Доказательство. Мы проверим все условия теоремы 1 для процесса $\xi_n(l)$. Вычислим вероятность $P(\xi(l) = m)$:

$$P(\xi(l) = 1) = P(\gamma^+_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1}).$$

$$P(\xi(l) = 2) = P(\gamma^+_{n,2}(\tau_l) \ge \eta_{l+1}, \gamma^+_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \eta_{l+2}) =$$

$$= P(\gamma^+_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1} + \eta_{l+2}) - P(\gamma^+_{n,2}(\tau_l) < \eta_{l+1}).$$

$$\ldots$$

$$P(\xi(l)=k)=P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l)<\eta_{l+1}+\ldots+\eta_{l+k}\right)-P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l)<\eta_{l+1}+\ldots+\eta_{l+k-1}\right).$$

Таким образом

$$P(\xi(l)\le m)=\sum_{k=1}^{m}P(\xi(l)=k)=P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l)<\eta_{l+1}+\ldots+\eta_{l+m}\right). \qquad (6)$$

Последнее и условие 1 приводят к следующей сходимости

$$P(\xi_n(l)<c_n x)=\int_0^{\infty}P\left(\gamma^{+}_{n,2}(t)<\tau_{n,[c_n x]}\right)P\left(\tau_{n,l}\in dt\right)\underset{n\to\infty}{\to}G(x), \quad l=0,1,2,\ldots .$$

здесь $x>0$ есть точка непрерывности $G(x)$.

Принимая во внимание что выполняется (6), мы получаем равенство

$$P\left(\xi(l+r)\le s/\xi(l)\le m\right)-P\left(\xi(l+r)\le s\right)=0, \quad \text{если} \quad m<r .$$

Теперь для любой последовательности чисел r_n такой, что $r_n\to\infty$, $r_n<c_n$, $n\ge 0$ мы имеем $\alpha_n(r_n,c_n)=0, \quad n\ge 0$. Таким образом, все условия теоремы 1 выполняются относительно процесса $\xi_n(t)$. Теперь утверждение теоремы 2 становится справедливым, если вспомнить теорему переноса.

Пример. Рассмотрим пример определения последовательности c_n и предельную функцию $G(x)$ из теоремы 2. Мы будем предполагать, что процесс Z есть Пуассоновским процессом с параметром λ_n таким, что $\lambda_n\to 0$ при $n\to\infty$. Процесс H не зависит от параметра n. Интервал восстановления у H имеет конечное математическое ожидание $\mu=M\eta_1<\infty$.

Все эти предположения приводят к формуле

$$P\left(\gamma^{+}_{n,2}(\tau_l)<\eta_{l+1}+\ldots+\eta_{l+m}\right)=\int_0^{\infty}\lambda_n e^{-\lambda_n y}P(\tau_m>y)dy=:G_n(m).$$

Если мы положим $m=[c_n x]$ и сделаем замену переменных $\lambda_n y=z$, то получим

$$G_n([c_n x])=\int_0^{\infty}e^{-\lambda_n y}P\left(\lambda_n\tau_{[c_n x]}>z\right)dz.$$

Положим $c_n=:\lambda_n^{-1}$. Индикатор множества A будем обозначать через $I(A)$. Следующие сходимости основываются на усиленном законе больших чисел.

$$G_n([c_n\, x]) = \int_0^\infty e^{-z}\, P\left(x \frac{\tau_{[\lambda_n^{-1} x]}}{[\lambda_n^{-1}\, x]} > z \right) dz \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \int_0^\infty e^{-z}\, I(x\mu > z)\, dz = 1 - e^{-\mu x}.$$

и

Таким образом мы проверили все условия теоремы 2. Функция $G(x)$ (из условия 1 теоремы 2) есть предел для функций $G_n([x\lambda_n^{-1}])$. В этом примере момент появления k-го события в потоке T_n'' имеет следующую предельную функцию распределения

$$P\left(\tau_{\beta_n(k)} < x\lambda_n^{-1}\right) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \left(1 - \exp(\cdot)\right)^{*k}(x), \quad x \geq 0.$$

Ясно, что похожий пример мы можем рассмотреть для процесса T'. В этом случае процесс H должен быть Пуассоновским процессом с “редкими” событиями и процесс Z должен быть простым процессом восстановления с конечным средним временем между соседними точками восстановления.

исследования

Литература

1. A. Renyi A Poisson - folyamat egy jellemzese// Maguar Tud. Acad. Mat.Int.Kozl. vol 1,1956, 519-527 p.
2. Ю. К. Беляев Предельные теоремы для редеющих процессов // Теория веоятн. и ее примен., т. 2, 1963, 175 – 184 с.
3. И.Н.Коваленко О классе предельных теорем для потока однородных событий// Литовс. матем. сборн., т. 5, 1965, 569-573 с.
4. И.Н.Коваленко О предельных редеющих процессах// Институт кибернетики, Препринт АН Украины, Киев, 1973, с.15.
5. Б.В. Гнеденко, Б.Фрайер Несколько замечаний к одной работе И.Н.Коваленко// Литовск. матем. сборн., т 5, 1969, 463-470 с.
6. T.Brown Position dependent and stochastic thinning of point processes// Stoch. Process. and their Applications,vol 5, 1979, 189-193 p.
7. P.Jagers, T.Lindwall Thinning and rare events in point processes/ Z. Wahrschein.verw. Geb., 28, 1974, 89-98 p.
8. J.Mogyorodi Some notes on thinning recurrent flows// Литовск. Матем. сборн., т. 11, 1971, 303-315 с.
9. В.А. Гасаненко Предельная теорема для редеющих процессов с перемешиванием I, II.// Украин. матем. журн., т 50, 1998, 471-475, 603 – 612 сс.
10. П. Биллингсли Сходимость вероятностных мер, Наука, Москва, 1977, 352 с.
11. В.В. Анисимов Случайные процессы с дискретной компонентой, Вища школа, Киев,1988, 184 с.
12. Г.М. Фихтенгольц Курс дифференциального и интегрального исчисления , т. II, Наука, Москва, 1970, 800 с.
13. I. Kopocinska Two mutually rarefied renewal processes, Application Mathematice, vol 22, 1994, 267-273 p.

РЕФЕРАТИВНЫЙ АНАЛИТИЧЕСКИЙ ОБЗОР

наиболее значимых публикаций в отечественной и зарубежной периодике по вопросам оценки надежности продукции, в том числе об опыте предприятий

Владимир Шпер,
к.т.н., академик АПК РФ, Москва, Россия

(продолжение, начало в № 3)

исследования

Надежность систем

Этот раздел мне бы хотелось начать с работы И.А. Ушакова, С. Вайзе [105], которая посвящена весьма неожиданной теме: как по надежности системы оценить надежность её компонентов? (Так сказать, обратная задача надежности систем)[9]*. Большинство оценок, полученных в работе [105], имеют эвристический характер, а сама задача оказывается вовсе не столь тривиальной, как это может показаться на первый взгляд.*

Следующая статья группы авторов, но снова с участием И. Ушакова [106], по сути представляет собой обмен опытом в области системы гарантийного обслуживания. Авторы разработали модель для кратковременного прогноза числа возвратов в последующий период времени на основе известного числа возвратов за прошедший период. Ясно, что решение такой задачи обеспечивает бóльшую оперативность выполнения гарантийных ремонтов. В статье приведена программа, написанная для расчетов в Excel'e, так что читатели могут легко получить работоспособный программный продукт, позволяющий улучшить систему обслуживания потребителей.

В 2002 году И. Ушаков порадовал нас ещё тремя работами в области надежности систем. В работе [107] он совместно с В. Пушером рассмотрел интересную задачу об оптимизации территориально-распределенной системы технического обслуживания при условии, что качество обслуживания описывается средним временем ожидания ответа на запрос и временем обслуживания после получения ответа. В статье рассмотрен практически пример использования предложенного метода (к сожалению[10], применительно к системе территориального деления в американском штате Флорида).

В работе [108] те же авторы рассмотрели ещё одну задачу систем технического обслуживания. На этот раз речь шла о поиске такого набора запчастей (при наличии ограничения на их суммарный объем - т.е. для небольшого склада, передвижной ремонтной мастерской и т.п.), чтобы вероятность успешной замены с первого раза отказавшей детали на исправную была бы максимальной. Авторы не только указали способ решения этой задачи, но и предложили при некоторых весьма реальных допущениях очень простое её решение, а именно: надо упорядочить все запчасти по убыванию значений их ИО, а затем выбрать K первых из них

---

[9] Кстати, замечу мимоходом, что на этой ссылке очень хорошо видна вся условность рубрикации данного обзора. В самом деле, в какой раздел надо отнести эту статью: систем или элементов? Данная ссылка имеет своей целью настроить читателя не слишком серьезно относиться к делению материала на подразделы.

[10] Моё "к сожалению" относится к тому прискорбному факту, что такой выдающийся специалист мирового класса как И. Ушаков оказался не востребованным в РФ.

так, чтобы их суммарный объем не превышал отведенное для запчастей физическое пространство.

Наконец, в работе [109] И. Ушаков и С. Чакраварти рассматривают проблему оценки эффективности сложных систем. Эта проблема обсуждается в литературе более 40 лет, и на этот раз авторы рассмотрели её применительно к спутниковой телекоммуникационной системе Globalstar. В качестве показателя эффективности рассматривалась пропускная способность системы, при решении учитывалась её высокая надежность.

Оптимизацией числа запасных элементов оборудования заняты и авторы работы [110], но на этот раз речь идет об элементах, важных для безопасности АЭС. В результате применения метода анализа на основе нестационарных марковских цепей, и решив соответствующую систему дифференциальных уравнений, авторы получили замечательно простой вывод: при эксплуатации системы в течение года оптимальное число запасных элементов равно единице, а при эксплуатации от 2 до 10 лет - оно равно двум [110].

В.А. Богатырев в работе [111] рассматривает отказоустойчивость функционально-распределенных систем, где под отказоустойчивостью автор понимает оценку максимально возможного числа отказов, ещё не приводящего к отказу системы, и условную вероятность сохранения работоспособности системы при условии возникновения k отказов её компонент. Недостатком работы, на мой взгляд, является её сугубо теоретический характер.

Тот же автор в работе [112] решает проблему оценки коэффициента сохранения эффективности применительно к системам вычислительной техники, в которых по мере накопления отказов может уменьшаться число принимающих запрос вычислительных машин. В отличие от предыдущей, на этот раз автор приводит достаточное число примеров расчетов по предлагаемой им методике решения данной задачи.

В. Челядин в работе [113] попытался решить чрезвычайно актуальную задачу оценки надежности территориальной системы электроснабжения. Применяя теорию графов, автор пытается вычислить вероятности перехода системы из работоспособного состояния в неработоспособное для определенных топологических структур, и с учетом некоторого набора состояний каждого из элементов. Мне представляется, что среди допущений, положенных в основу модели, есть такие, какие заведомо не выполняются при развитии крупных энергетических аварий, т.е. модель работы [113], на мой взгляд, не применима к ситуациям типа недавнего энергетического кризиса в Москве.

С. Ермаков в работе [114] обсуждает проблемы надежности электропитания центров обработки данных в условиях, когда требуется очень высокая надежность электропитания. В статье приведены практические рекомендации и конкретные схемы, позволяющие достигнуть высоких значений коэффициента готовности системы.

В работе [115] анализируется проблема оценки надежности системы с функциональной избыточностью определенного типа, которую авторы называют функциональной реконфигурацией. Речь идет о системе, которая состоит из n одинаковых модулей, каждый из которых выполняет n одинаковых по трудности функций плюс одна индивидуальная функция. Работа изобилует формулами из области вероятностной логики, но результат всех этих упражнений довольно прост: такая система по надежности уступает системе с двухкратным резервированием замещением, но превосходит систему без резервирования.

Зарубежные работы по надежности систем публикуются практически в каждом номере журнала IEEE Transactions on Reliability, на всех конференциях и т.д. Вот несколько примеров.

Группа авторов в работе [116] обсуждает проблему надежности коммуникационных систем связи. Ими разработана методика расчета так называемых блокирующих вероятностей. Речь идет о том, что коммуникационные сети обычно высоконадежны, но время от времени вероятность того, что сигнал не дойдет до места назначения вдруг подскакивает от почти нуля до неприемлемо высоких значений. Прогнозированию таких отказов и посвящена работа [116]. В ней приведены примеры расчетов и результаты моделирования. Кроме того, там же в [116] опубликованы критические замечания других специалистов, и ответы авторов.

В работе [117] предпринята попытка проанализировать надежность систем с помощью модели роста надежности (об этой МН см. ниже) применительно к надежности оператора и взаимодействию человека с машиной. В работе сделан ряд выводов относительно практики подготовки операторов и системы проектирования интерфейсов.

S. Mathew в работе [118] разрабатывает систему оптимального обслуживания стареющей системы с растущей ИО. В рассмотрение включены вопросы затрат, включая стоимость человеко-часов, и прочие затраты на обслуживание. Автор анализирует проблему с точки зрения выработки оптимальной частоты обслуживания оборудования.

В том же журнале в работе [119] предлагается метод прогнозирования эксплуатационных отказов восстанавливаемых систем. Для этого авторам пришлось создать новую модель путем объединения теории нейронных сетей с сезонной авторегрессионной моделью скользящего среднего.

Группа авторов в работе [120] рассматривает проблему оценки стационарной готовности систем, имеющих различные типы простоев с произвольными ФР. Рассматриваются случаи внеплановых простоев, и простоев, когда вся информация – это двухсторонний интервал времени запланированного ожидания. Все оценки сравниваются с результатами, полученными при допущении об экспоненциальном распределении времен ожиданий и восстановлений.

Л.Уткин в работе [121] анализирует надежность систем холодного резерва при условии, что вместо обычного допущения об известных ФР отказов элементов, мы располагаем только информацией о нижних и верхних границах некоторых событий. Анализируется влияние типа доступной информации на получаемые оценки, и приводится несколько примеров расчетов по предложенной модели.

Испытания на надежность (контрольные, определительные, ускоренные)

Обычными испытаниями на надежность – контрольными и определительными - практически никто уже не занимается, поскольку основные проблемы решены и описаны давно. Тем не менее, прежде, чем перейти к ускоренным испытаниям, которыми весь мир занимался и продолжает заниматься, отметим несколько работ, заслуживающих, на мой взгляд, внимания. С. Гродзенский в работе [122] дал краткий обзор последовательных планов испытаний на надежность и провел сравнительный анализ планов, основанных на критериях Вальда, Айвазяна, Лордена, Павлова и планов с параболическими границами. Сухой остаток работы [122] выглядит следующим образом: в случае наиболее распространенных значений рисков - α и $\beta \in$ *[0,001;0,05]* – наиболее эффективны критерии Лордена и Павлова, причем при несимметричных рисках предпочтительнее использовать критерий Лордена.

Тот же автор в работе [123] провел сравнение последовательных планов испытаний при том же наборе критериев, но в условиях, когда моменты отказов распределены в соответствии с экспоненциальным или вейбулловским распределениями (см. выше его же работы по этим ФР). Выводы этой работы полностью согласуются с предыдущей. В частности, если α и $\beta \geq 0,05$, то оптимальны планы с параболическими границами браковки.

В.А Лапидус предложил новый подход к статистическому контролю качества, включая и контроль надежности. Этот подход был назван автором "принципом распределения приоритетов" – [124]. В этом подходе удается существенно снизить значения рисков α и β, что в свою очередь позволяет заметно уменьшить объем испытаний (основная проблема традиционных планов испытаний). Однако, это достигается принятием определенной процедуры согласования планов испытаний плюс наличие третьей стороны, принимающей решения в спорных ситуациях. Лично мне представляется, что этот подход малоперспективен именно из-за наличия третьей стороны, к которой по замыслу авторов [124] должны обратиться изготовитель и потребитель.

В основном весь мир вот уже много лет пытается решить проблему объема испытаний путем так называемых ускоренных испытаний (УИ) на надежность. Помимо проблемы собственно объема испытаний, УИ позволяют решить и другую важную проблему: максимально быстрое получение информации об отказах новых высоконадежных изделий и разработок. Время разработки и вывода продукции на рынок в 21 веке – важнейший параметр конкурентоспособности, и УИ – один из способов её повышения. Суть проблемы, очень кратко, состоит в следующем.

Пусть для какого-то изделия или системы задано значение произвольного ПН. Для определенности изложения возьмем в качестве ПН вероятность безотказной работы на заданное время (t_0) - $R(t_0)$. Чтобы определить этот ПН надо провести испытания или эксплуатацию в течение некоторого времени t_0. Если же мы хотим оценить величину $R(t_0)$ за время $t_* < t_0$, то это и будет означать, что мы хотим провести УИ на надежность. Термин "ускоренные" в данном случае означает "требующие меньше времени". Очевидно, что уменьшить время, необходимое для получения информации о надежности, можно либо сокращая время, когда изделие/система не работает, либо ускоряя процессы, ведущие к отказам, либо объединяя оба эти способа тем или иным образом. При этом в отечественной литературе сложилась традиция употреблять термин УИ как более общий и относящийся к любому из вариантов ускорения. Если же УИ осуществляются за счет ускорения процессов возникновения отказов, то говорят о форсированных испытаниях, поскольку ускорение процессов достигается путем приложения к изделиям/системам воздействий, превышающим их нормальные рабочие нагрузки/воздействия. Далее под УИ я в основном понимаю именно форсированные испытания, поскольку проблема ускорения за счет уменьшения нерабочего времени достаточно тривиальна.

Проблема, которая возникает, очевидна: можно ли оценить искомое значение $R(t_0)$ за время $t_* < t_0$, и если можно, то как перейти от $R(t_*)$ к $R(t_0)$? Решение этой проблемы требует ответа на два вопроса:

- сохраняются ли одни и те же причины и механизмы отказов (ПМО) в нормальных и ускоренных режимах;
- как пересчитать ПН от ускоренных режимов к нормальным, и наоборот?

На интуитивном уровне понятно: если ПМО не сохраняются при ужесточении режимов испытаний (иногда это называют проблемой автомодельности УИ), тогда никакие предсказания не возможны, и, более того, бессмысленны. С другой стороны, на современном уровне развития науки и техники мы очень редко когда знаем точные ПМО реальных изделий и систем. Поэтому, начиная с самых ранних работ по УИ, как правило, молчаливо, используется следующее допущение: сохранение одних и тех же ПМО эквивалентно сохранению ФР отказов во времени. Под сохранением ФР понимается следующее. Пусть ФР для нормального режима может быть описана некоторой функцией времени $F_0(t/w_0)$, где t - это время, а через w_0 обозначена совокупность параметров нормального режима, влияющих на функцию F_0. Аналогичную функцию для ускоренного режима обозначим $F_*(t/w_*)$, где через w_* обозначена совокупность параметров ускоренного режима, влияющих на F_*. Тогда о сохранении ФР говорят в том случае, когда $F_0(t/w_0)$ может быть выражена через $F_*(t/w_*)$:

$$F_0(t/w_0) = F_*(g(t)/w_*), \tag{5}$$

где $g(t)$ - некоторая функция преобразования времени, зависящая в том числе и от параметров режимов испытаний.

Так же, как было описано в разделе об обработке данных, все те МН, какие были показаны на рис.2, используются и при планировании и обработке данных УИ. Основополагающие русскоязычные работы в области УИ – это книги [22, 23(т.№7),125-127], а также обзоры [128-131] (см. также тематический выпуск журнала ТИИЭР, 1974, т.62, №2). Более недавние обзоры по проблемам УИ содержатся в публикациях [132-134], причем все они посвящены проблеме УИ применительно к изделиям электроники, а также радио- и электротехники. Основополагающие англоязычные источники – это, прежде всего, книга [41], а из более поздних – [135]. На книге [135] я бы хотел остановиться чуть подробнее. Это – лучшее, что сегодня можно порекомендовать по проблеме УИ. Автор книги – специалист с более чем 20-летним стажем работы в области надежности в General Electric. Книга написана с акцентом на практическое использование, и изобилует реальными данными и примерами использования тех или иных методик расчета, взятыми из самых различных областей электроники, электротехники и машиностроения. Наиболее интересные зарубежные обзоры по данной теме последних лет – это работы [136-138]. При этом в [136] анализируются кинетические МН по классификации рис.2, в [137] обсуждаются проблемы правильной организации УИ, а работа [138] – это обзор по УИ, подготовленный профессиональными статистиками. Надо отметить, что авторы обзора [138] последние годы много и плодотворно работают в области УИ, и им принадлежит одна из последних по времени книг, где этот вопрос подробно анализируется [139].

Наиболее распространены функциональные модели УИ, т.е. такие МН, когда ФР считается известной (например, соответствует одному из нижеследующих распределений: экспоненциальное, нормальное, логнормальное, Вейбулла, Гумбеля, обобщенное гамма, Бирнбаума-Сандерса и т.д.). Далее постулируется, что в ускоренных режимах форма распределения не меняется (т.е. параметр формы не зависит от нагрузки), а оно лишь смещается по оси времени, оставаясь подобным самому себе. Это подобие лучше всего проявляется, когда ФР наносят на вероятностную бумагу соответствующего распределения. Поскольку в этом случае ФР изображается прямой линией, то обычно принимают, что ФР в нормальном и ускоренном режимах параллельны, а расстояние между ними зависит от так называемого коэффициента ускорения (КУ). Введение КУ в этом случае вполне оправданно, т.к. при параллельности ФР для любой квантили p отношение времени, за которое происходит p отказов в нормальном режиме - $t_0(p)$ к аналогичному значению для ускоренного режима - $t_*(p)$ будет одно и то же. Его как раз и называют коэффициентом ускорения. Что касается зависимости КУ от параметров режимов, то наибольшей популярностью во всем мире пользуются следующие модели: Аррениуса, Эйринга и обратной степени. Как уже выше подчеркивалось, полнее всего материалы о КУ для разных МН и для очень широкого спектра самых разных объектов содержатся в книге Нельсона [135]. Из русскоязычных публикаций последних лет стоит отметить следующие. Статистические проблемы прогнозирования надежности по результатам УИ анализируются в статье М. Каминского [140]. В. Веснин в [141] рассматривает проблему расчета числа циклов УИ применительно к циклическому режиму работы объекта (используется модель накопления повреждений в самом простом её варианте). Р. Рыньков в серии работ предлагает информационно-энтропийную модель расходования ресурса [142] (ссылки на предшествующие работы того же автора см. в [142]). Критический обзор термодинамических МН содержится в обзоре [132], и хотя работа [142] появилась заметно позже, отношение автора данного обзора к ней осталось неизменным: на мой взгляд, эти МН не могут быть не доказаны, не опровергнуты, и, во всяком случае, их универсальная применимость, о которой говорит автор [142], весьма сомнительна.

В [143] описаны результаты реальных УИ телевизоров и аналогичных устройств. Это – практический пример ускорения за счет повышения частоты включено-выключено. Приведено подробное описание режимов УИ, так что данная работа может быть полезна при планировании аналогичных испытаний аппаратуры и/или аналогичных объектов.

Ещё одна чисто практическая работа по УИ отечественных механических часов на долговечность описана в [144]. Ускорение осуществлялось за счет непрервной заводки часов, причем авторам удалось получить КУ, равный 319. Это позволило им получить данные о ПН вместо 10 лет за 3 недели.

Г. Карташов продолжает свои исследования в области моделей расходования ресурса в статье [145]. На этот раз он исследует теоретический вид возможных траекторий параметров в процессе испытаний. Лично мне кажется, что большинство работ этого автора по УИ построены так, что допущения, положенные в их основу, не могут быть ни доказаны, ни опровергнуты, и это существенно снижает их практическую ценность.

В. Смагин в своих работах [146,147] попытался развить известную МН, называемую в отечественной литературе "Физическим принципом Седякина" [148]. Стоит заметить, что "физический принцип Седякина", так же, как и "принцип наследственности Карташова" эквивалентны тому подходу, который используется зарубежными исследователями, начиная с работ Сингпурвалла, Нельсона и др. (см. комментарий проф. Сингпурвалла в [10]), и который по сути сводится к формуле (5).

Из зарубежных работ по УИ самого последнего времени отмечу, прежде всего, книгу [149]. Эта книга может рассматриваться как определенная веха в развитии подходов к УИ, что видно даже из её названия. В нем появились новые аббревиатуры, которых не было в старой литературе по надежности. Итак, вот они (в моем переводе):

HALT – Highly Accelerated Life Tests – сильно ускоренные испытания на долговечность;

HASS – Highly Accelerated Stress Screen – сильно ускоренная отбраковка под нагрузкой;

HASA – Highly Accelerated Stress Audit – сильно ускоренный аудит под нагрузкой.

Отличие просто УИ от сильно УИ в том, что первые предлагается использовать для анализа проблем и прогнозирования ПН, а вторые - только для обнаружения проблем надежности, и задача оценки ПН по их результатам не ставится. То же относится ко второй аббревиатуре, а третья введена для описания тех подтверждающих действий, какие мы предприняли для устранения проблем надежности, обнаруженных при HALT и HASS. На самом деле эти испытания, конечно же, имеют своих многочисленных предшественников в предыдущие годы, с библиографией которых лучше всего ознакомиться по книге [148].

Вообще надо отметить, что основное внимание зарубежных исследователей обращено на так называемые ступенчатые УИ (Step-Stress Accelerated Life Tests). Вот несколько важных работ в этом направлении.

Ускоренные ступенчатые деградационные испытания предложены в статье [150]. Также деградационным УИ посвящены работы [151,152], причем в [151] обсуждается проблема ускоренных коррозионных испытаний аэрокосмических материалов, а в [152] обсуждаются испытания с ужесточенными критическими значениями параметров.

В [153] выполнено сравнение между испытаниями с постоянным уровнем нагрузки и ступенчатыми испытаниями в случае, когда отказы распределены по закону Вейбулла. Как и следовало ожидать, ступенчатые испытания оказываются предпочтительными. Чуть позже тот же автор в совместной с Дж. Хиггинсом работе предложил альтернативную МН для обработки данных ступенчатых УИ [154]. Впрочем, как показано в [155], это просто специальный случай обычной модели ступенчатых испытаний. Авторы [156] применили модель пропорциональных интенсивностей (см. об этой модели в [127]) для анализа результатов ступенчатых УИ, и разработали новую модель, объединившую модель пропорциональных интенсивностей и модель кумулятивного накопления повреждений. МН, использующая обратное Гауссово распределение для планирования последовательных УИ, предлагается в работе [157].

В заключение этого подраздела немного просто полезной информации по УИ. Журнал "International Journal of Quality and Reliability Management" в 1998 году посвятил УИ специальный выпуск. С его оглавлением и аннотациями статей можно ознакомиться на странице: **http://www3.interscience.wiley.com/cgi-bin/jissue/30002049**. Наконец, один их наиболее известных специалистов в области УИ – W. Nelson – опубликовал в журнале "IEEE Transactions on Reliability" библиографию по планам УИ [158]. В ней 159 ссылок, посвященных статистическим планам проведения УИ и методам обработки их результатов.

Некоторые старые и новые направления, персоналии, журналы и сайты, подготовка специалистов.

В этом разделе дан обзор ряда работ, которые по разным причинам не попали в предыдущие разделы. Иногда это происходило по той причине, что их можно было отнести к разным подразделам, иногда случайно, иногда по техническим причинам и т.п. Кроме того, здесь я попытался ответить на некоторые вопросы, которые волновали автора все время написания данной работы, например, кто из известных специалистов ещё работает в РФ, в каких журналах надо искать информацию о надежности и т.п.

Сначала несколько статей о прогнозировании надежности по результатам испытаний. В [159,160] обсуждаются непараметрические подходы к оценке результатов цензурированных различным образом испытаний. В [161] описана процедура прогнозирования границ для будущих отказов по результатам цензурированных испытаний, причем рассмотрены случаи как прогнозирования отказов для той же самой выборки, так и для новой выборки. Несколько статей посвящено применению так называемой модели роста надежности, которую в англоязычной литературе часто называют моделью Дуана (Duane). Речь идет о том, что по мере эксплуатации систем, в которых действуют программы обеспечения и повышения надежности, их среднее время между отказами (MTBF) по отношению к полному времени работы системы растет, причем по очень простому степенному закону. Работы в указанных ссылках преимущественно расширяют область применимости или уточняют модель Дуана для конкретных обстоятельств [162-164].

Как уже упоминалось, этап падающей ИО на рис.3 носит название этапа приработки. Работ именно по этому этапу жизни объектов довольно много, но я бы отметил следующие. Довольно старый, но важный обзор был опубликован в ТИИЭР в 1983 году [165]. В нем обсуждается проблема оптимизации длительности тренировки для изделий электронной техники. В обзоре 92 ссылки на работы в этом направлении.

Общие проблемы приработки и соответствующие обобщенные модели обсуждаются в работах [166,167].

В [168] в очередной и далеко не первый раз критикуется знаменитая ванноообразная функция ИО (рис.3). Авторы призывают к осторожному е1 использованию, особенно применительно к проблемам приработки и отбраковки под нагрузкой.

В последнее время появляется довольно много работ, в которых авторы так или иначе пытаются связать информацию о ПН, получаемую из различных источников (контрольных испытаний, эксплуатации, УИ и т.д.) с информацией о конструкции, с экспертными оценками качества разработки, с данными, накопившимися по мере доводки и совершенствования системы. В качестве примеров можно ознакомиться с работами [169-172].

В [173] предпринята попытка оценки надежности системы в условиях недостатка информации о её состояниях. Для этого предлагается использовать теорию нечетких множеств

Заде. Данную работу можно рассматривать как один из шагов по применению нетрадиционных подходов к задачам надежности.

Ещё одно совсем "свежее" направление в методах оценки и прогнозирования надежности – применение теории мультифракталов и вейвлет-анализа для решения соответствующих задач. Р. Зайнетдинов опубликовал две работы в этом направлении, которые, можно надеяться, послужат толчком для дальнейшего развития [174,175].

Г. Садыхов продолжает свои давно ведущиеся работы по исследованию остаточного ресурса изделий радиоэлектроники. Довольно большой обзор современного состояния этих работ в части их статистического анализа и обоснования, написанный совместно с Г. Карташовым, представлен в [176]. В статье [177] в общем виде, но с практической точки зрения, обсуждаются проблемы остаточного ресурса энергоблоков АЭС.

Авторы работы [178] попытались с целью прогнозирования ПН построить нестационарную непараметрическую МН. Другой, отмечавшийся выше, пробел в используемых традиционно методах анализа надежности попытался устранить известный российский специалист И. Аронов. В статье [179] он обсуждает методики оценки вероятности безотказной работы для систем с зависимыми отказами составляющих её элементов. Приведены практические примеры расчетов из разных областей техники. Он же в заметке [180] дал краткий обзор некоторых последних книг по надежности, изданных за рубежом.

Практические советы, как использовать хорошо знакомую многим диаграмму Парето для повышения надежности, дает известный специалист в области надежности В. Нетес [181].

Надо отметить, что в стороне от моего рассмотрения остался такой широко распространенный сегодня во всем мире метод повышения надежности как "Анализ видов и механизмов отказов" (FMEA). Дело в том, что это метод экспертной оценки, разработанный специально для получения количественных оценок в случаях, когда вероятностные методы расчетов оказываются слишком сложными и/или трудоемкими. По этому вопросу совсем недавно в журнале ММК прошла небольшая дискуссия между двумя ведущими в своих областях специалистами: Дзиркалом Э.В. и Ароновым И.З. (см. ММК, 2004, №11, с.36-40). Метод FMEA, на мой взгляд, может быть предметом самостоятельного обзора, т.к. по нему в настоящее время и у нас в стране, и за рубежом, имеется очень много публикаций. Это объясняется очень простым фактором: этот метод является обязательным для всех организаций, пытающихся получить сертификат соответствия международным ТУ 16949:2002.

Следующие две работы, на которые я хотел бы обратить внимание, посвящены надежности обслуживания [182,183]. Здесь я должен открыть читателям страшную тайну: в заглавии данного обзора первоначально стояли слова о надежности продукции и услуг. Однако, поразмыслив, я вычеркнул слова о надежности услуг, поскольку не понятно, что это такое? Даже определения, что такое надежность услуги, мне не удалось найти. Тем не менее, статьи [182,183] показывают, что на самом деле я был не прав: по всей видимости, жизнь требует того, чтобы понятие о надежности услуг было введено со всеми вытекающими отсюда последствиями. Основная трудность, какую видит автор данного обзора, состоит в том, что качество услуги - это оценка восприятия потребителем всего того, что поставщик для него делает, плюс, к тому же, растянутая во времени оценка. По-видимому, к этому вопросу нам предстоит ещё вернуться. Ясно, что надежность как научное и практическое направление в 21 веке ждут большие перемены, и все вышесказанное – одна из них. Группа авторов работы [184] обсуждает этот вопрос с общих позиций системного подхода.

В обзоре А. Раскина описана система сертификации инженеров по надежности в США [185]. Ничего подобного, к сожалению, у нас нет. Более того, можно уверенно констатировать, что общий уровень как подготовки специалистов в ВУЗах, так и уровень выполняемых на предприятиях работ снизился. Ряд специалистов высшего класса, таких, как И.А. Ушаков, Ю.К.

исследования

Беляев, И.Б. Герцбах и др. работали последние годы за границей. Другие известные специалисты, упоминавшиеся в обзоре, например, И.З. Аронов, Э.В. Дзиркал и др. – поменяли основную сферу деятельности, и занимаются проблемами надежности от случая к случаю. Как ясно из обзора, почти не выходили последнее время новые книги по надежности, и практически не появилось нового поколения авторов. Столь же грустная ситуация и на предприятиях. К тому, что выше отмечалось при обсуждении проблем надежности изделий радиоэлектроники, стоит добавить, что в процессе сокращения персонала группы надежности были ликвидированы на многих предприятиях одними из первых (обычно вместе с сокращением штата ОТК, метрологов и т.п.). Все это говорит о непонимании, прежде всего, высшим руководством отечественных компаний и организаций той роли, которую играла, играет и будет играть надежность в современном мире. Ещё раз стоит подчеркнуть, что в 21 веке надежность будет играть в известном смысле определяющую роль в обеспечении конкурентоспособности, в первую очередь в связи с необходимостью как можно быстрее получать информацию об отказах новых разработок, вносить в них изменения и снова как можно быстрее получать информацию о результатах внесенных изменений. Это означает, что, в частности, УИ на надежность должны стать одним из важнейших инструментов совершенствования процессов в любых организациях. Возвращаясь к проблеме роли высшего руководства, стоит отметить книгу [186], которая была переведена на русский язык в 1990 году, но, к сожалению, по-видимому, не стала настольной книгой большинства руководителей.

В заключение данного обзора хочу обратить внимание на серию публикаций в журнале "Quality Progress" [187-192]. Это тщательно продуманная серия публикаций, подготовленных ведущими американскими специалистами по надежности, и призванная служить введением в проблему. Другими словами, это серия статей, с помощью которых молодые специалисты в самых различных областях науки и техники могут очень быстро познакомиться с вопросом и "войти" в проблему.

Ничего подобного в нашей литературе пока что не появлялось.

Как следует из обзора, в основном положение, о котором писали Рухин, Хсиех и проблемы, о каких писал Ушаков остаются в ожидании следующего поколения специалистов по надежности, если, конечно, оно появится.

Последняя информация, какую я хотел бы привести в данной работе, это адреса сайтов и журналов в области надежности, которые заслуживают, на мой взгляд, систематического просмотра.

Журналы:

Заводская лаборатория - **http://phase.imet.ac.ru/zavlabor/**
Вестник машиностроения - **http://www.mashin.ru/jurnal/adr.php?id=5**
Методы Менеджмента Качества –
www.stq.ru/riasite/index.phtml?page=1&tbl=works&id=9
IEEE Transactions on Reliability –
http://ieeexplore.ieee.org/xpl/tocresult.jsp?isYear=2005&isnumber=30936&Submit32=Go+To+Issue
Microelectronics and Reliability –
http://www.elsevier.com/wps/find/journaldescription.cws_home/274/description#description
International Journal of Quality and Reliability Management –
http://oberon.emeraldinsight.com/vl=3961565/cl=90/nw=1/rpsv/ijqrm.htm
Journal of Quality Technology – **http://www.asq.org/pub/jqt/**
Quality Progress – **http://www.asq.org/pub/qualityprogress/**
Quality Engineering –

http://taylorandfrancis.metapress.com/app/home/journal.asp?wasp=d68cd10ac7dd44cdb45ddd202c14b02b&referrer=parent&backto=linkingpublicationresults,1:107860,1
Technometrics – **http://www.amstat.org/publications/tech/index.cfm?fuseaction=main**
Quality and Reliability Engineering International –
http://www3.interscience.wiley.com/cgi-bin/jhome/3680

Сайты:

http://web.utk.edu/~leon/rel/
http://ieeexplore.ieee.org/xpl/conhome.jsp?punumber=1000626
http://www.ieee.org/portal/site/relsoc/menuitem.112d36a56667b078fb2275875bac26c8/index.jsp?&pName=relsoc_home
http://www.asq.org/perl/index.pl?g=reliability

Заключение

Все, что я могу сказать в заключение, сводится к грустному выводу: дела с надежностью в РФ обстоят довольно плохо. Значительная часть специалистов разъехалась, или перестала работать в данной области. Число журналов и публикаций по проблеме надежности, снижается, и уровень публикаций в целом, падает. Подготовкой молодых специалистов ВУЗы практически не занимаются. Общественные институты, типа регулярных семинаров и/или конференций, почти исчезли. Между тем роль надежности в мире, по крайней мере, в развитых странах, растет, хотя направленность исследований постепенно меняется в сторону использования методов оценки ПН для быстрого получения информации о качестве разработок. Даже простой просмотр списка литературы показывает резкое увеличение числа авторов из Юго-Восточной Азии. Т.е. все быстро развивающиеся и стремящиеся не отстать от переднего края мирового прогресса страны активно занимаются проблемами надежности, чего, к сожалению, не наблюдается на просторах бывшего СССР.

Литература

1. **Ушаков И.А., Вайзе С.** Оценка надежности элементов по результатам испытаний систем. - ММК, 2000, №8, с.26-27.
2. **Гианулис Л. и др**. Прогноз ожидаемого числа возвратов отказавшей продукции при массовом производстве. На примере портативных телефонов. - ММК, 2000, №11, с.38-41.
3. **Ушаков И.А., Пушер В.** Территориально-распределенная система технического обслуживания. - ММК, 2002, №2, с.32-36.
4. **Ушаков И.А., Пушер В.** Расчет номенклатуры запчастей для передвижных ремонтных мастерских. - ММК, 2002, №4, с.41-42.
5. **Ушаков И.А., Чакраварти С.** Влияние надежности на пропускную способность систем связи. - ММК, 2002, №7, с.39-42.
6. **Антонов А.В. и др**. Оптимизация числа запасных элементов оборудования, важных для безопасности АЭС. - ММК, 2001, №8, с.27-30.
7. **Богатырев В.А.** Отказоустойчивость функционально-распределенных систем. - ММК, 2001, №3, с.34-37.
8. **Богатырев В.А**. Оценка коэффициента сохранения эффективности отказоустойчивых систем из многофункциональных модулей. - ММК, 2001, №9, с.29-33.

9. **Челядин В**.Л. Оценка надежности территориальной системы электроснабжения. - ММК, 2003, №1, с. 44-47.
10. **Ермаков С.** Автоматы выбора линии. - **www.osp.ru/lan/2004/11/080.htm**
11. **Замыслов М.А., Замыслов Е.М.** Оценка надежности системы с функциональной реконфигурацией. – ММК, 2002, №6, с.36-39.
12. **Becker R.A., Clark L. and Lambert D.** Events Defined by Duration and Severity, With an Application to Network Reliability. - Technometrics, 1998, v.40, #3, pp.177-189. Discussion: pp. 190-194.
13. **Pasquini A., Pistolesi G., Rizzo A.** Reliability analysis of systems based on software and human resources. - IEEE Trans. Reliab., 2001, v.50, #4, pp.337-345.
14. **Mathew S**. Optimal inspection frequency: A tool for maintenance planning/forecasting. - International Journal of Quality and Reliability Management, 2004, v.21, #7, pp.763-771.
15. **Lee-Ing Tong, Yi-Hui Liang**. Forecasting field failures data for repairable systems using neural networks and SARIMA. - International Journal of Quality and Reliability Management, 2005, v.22, #4, pp.410-420.
16. **Yonghuan Cao et al**. System availability with non-exponentially distributed outages. – IEEE Transactions on Reliability, 2002, v.51, #2, pp.193-198.
17. **Utkin L.V**. Imprecise reliability of cold standby systems. - International Journal of Quality and Reliability Management, 2003, v.20, #6, pp.722-739.
18. **Гродзенский С.Я.** Рационализация контрольных испытаний на надежность. – ММК, 2001, №1, с.31-36.
19. **Гродзенский С.Я.** Последовательный контроль надежности изделий по количественным признакам. – ММК, 2001, №7, с.31-34.
20. **Статистический** контроль качества продукции на основе принципа распределения приоритетов/В.А. Лапидус и др. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 224с.
21. **Пешес Л.Я., Степанова М.Д.** Основы ускоренных испытаний на надежность. – Минск, Наука и техника, 1972. – 168с.
22. **Перроте А.И., Карташов Г.Д., Цветаев К.Н**. Основы ускоренных испытаний радиоэлементов на надежность. – М.: Сов. Радио, 1968. – 224с.
23. **Кокс Д.Р., Оутс** Д. Анализ данных типа времени жизни: Пер. с англ. - М.: Финансы и статистика, 1988. - 191С.
24. **Тимонин В.И**. Математические методы в теории ускоренных испытаний/Зарубежная радиоэлектроника, 1981, №1, С.51-57.
25. **Карташов Г.Д.** Модели расходования ресурса изделий электронной техники/Обзоры по ЭТ, Сер.8. - 1977, вып.1, С.1-76.
26. **Каминский М.П.** Статистические методы планирования и обработки результатов форсированных испытаний радиодеталей/Обзоры по ЭТ, Сер.5. - 1987, вып.1(1252), С.1-47.
27. **Сурин В.М., Осипов М.В**. Методы ускоренных испытаний ИЭТ на вибрационные и ударные воздействия. – Обзоры по электронной технике. Сер.1. Электроника СВЧ. – М.: ЦНИИ "Электроника", 1991. – 76с.
28. **Шпер В.Л**. Проблема ускоренных испытаний изделий электроники и радиоэлектроники. Современное состояние/В сб. "Качество и надежность изделий", №5(21). - М.: "Знание", 1992, С.79-120.
29. **Буроменский Н.Г**. Форсированные испытания радиоэлектронной аппаратуры, основанные на оасчетно-экспериментальном определении коэффициента ускорения/В сб. "Качество и надежность изделий", №1(22). - М.: "Знание", 1993, с.3-35.

исследования

30. **Явриян А.Н. и др**. Основные принципы и методы ускоренных испытаний на надежность радиоэлектронной аппаратуры/В сб. "Качество и надежность изделий", №2(23). - М.: "Знание", 1993, с.3-111.
31. **Nelson W.** Accelerated testing: statistical models, test plans, and data analyses. – N.Y., John Wiley and Sons, 1990. -605P.
32. **LuValle M.J. et al**. Acceleration Transforms and Statistical Kinetic Models. – J. Statistical Physics, 1988, v.52, #1/2, pp.311-330.
33. **LuValle M.J.** A Note on Experiment Design for Accelerated Life Tests. - Microelectronics and Reliability, 1990, v.30, #3, pp.591-603.
34. **Meeker W.Q. and Escobar L.A.** A Review of Recent Research and Current Issues in Accelerated Testing. – International Statistical Review, 1993, v.61, #1, pp.147-168.
35. **Meeker W.Q. and Escobar L.A.** Statistical Methods for Reliability Data. – N.Y., John Wiley and Sons, 1998.
36. **Каминский М.П**. Непараметрическое прогнозирование квантилей времени безотказной работы по результатам испытаний в форсированных режимах. – НКК, 1990, №7, с.3-7.
37. **Веснин В**. Метод планирования циклических форсированных испытаний. – НКК, 1995, №3, с.3-8.
38. **Рыньков Р**.**Н**. Построение информационно-энтропийного ресурсного пространства для определения ресурса изделий по критериям разрушений. – НКК, 1996, №3, с.37-43.
39. **Доминич А.П., Писарев В.Н.** Ускоренные испытания на безотказность вычислительной техники. – НКК, 1996, №12, с.19-27.
40. **Кузнецов К**.А. и др. Ускоренные испытания наручных механических часов на долговечность. – ММК, 2000, №8, с.31.
41. **Карташов Г.Д**. Марковские модели прогнозирования надежности. – НКК, 1998, №12, с.33-36.
42. **Смагин В**.А. Физико-вероятностные модели прогнозирования надежности изделий на основе форсирования испытаний. – НКК, 1998, №4, с.15-23.
43. **Смагин В**.А. Об одной модели форсированных испытаний. – НКК, 1999, №4, с.46-48.
44. **Седякин В.М.** Об одном физическом принципе теории надежности. – Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1966, №3, с.80-87.
45. **McLean H.W**. HALT, HASS & HASA Explained: Accelerated Reliability Techniques. – Milwaukee, ASQ Quality Press, 2000. – 152P.
46. **Sheng-Tsaing Tseng et al.** Step-Stress Accelerated Degradation Analysis For Highly Reliable Products. – Journal of Quality Technology, 2000, v.32, #3, pp.209-216.
47. **Baldwin K**.**R. and Smith C.J.E.** Accelerated corrosion tests for aerospace materials: current limitations and future trends. – Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal, 1999, v.71, #3, pp.239-244.
48. **Guangbin Yang, Kai Yang**. Accelerated degradation-tests with tightened critical values. – IEEE Trans. Reliab., 2002, v.51, #4, pp.463-468.
49. **Khamis I**.**H**. Comparison between constant and step-stress tests for Weibull models. - International Journal of Quality and Reliability Management, 1996, v.14, #1, pp.74-81.
50. **Khamis I**.**H**. **and Higgins J.J**. An alternative to the Weibull step-stress model. - International Journal of Quality and Reliability Management, 1999, v.16, #2, pp.158-165.
51. **Haiyan Xu, Yincai Tang**. Commentary: the Khamis/Higgins model. – IEEE Trans. Reliab., 2003, v.52, #1, pp.4-6.
52. **Bagdonavicius V.B. et al.** Parametric inference for step-stress models. – IEEE Trans. Reliab., 2002, v.51, #1, pp.27-31.

исследования

53. **Edgeman R.L. and Lin D.K.J**. Sequential analysis of accelerated life model. - International Journal of Quality and Reliability Management, 1997, v.14, #6, pp.598-605.
54. **Nelson W.B**. A bibliography of accelerated test plans. – IEEE Trans. Reliab., 2005, v.54, #2, pp.194-197.
55. **Lee-Ing Tong and Cha0-Ton Su**. A non-parametric method for experimental analysis with censored data. - International Journal of Quality and Reliability Management, 1997, v.14, #5, pp.456-463.
56. **Davis Ch.B., McNichols R.J**. Simultaneous Nonparametric Prediction Limits. - Technometrics, 1999, v.41, #2, pp.89-101.
57. **Escobar L.A., Meeker W.Q.** Statistical Prediction Based on Censored Life Data. - Technometrics, 1999, v.41, #2, pp.113-124.
58. **Sen A**. Estimation of Current Reliability in a Duane-Based Reliability Growth Model. – A Journal of Statistics for the Physical, Chemical, and Engineering Science. – 1998, v.40, #1, pp.334-344.
59. **Donovan J., Murphy E.** Simulation and comparison of reliability growth models. - International Journal of Quality and Reliability Management, 2002, v.19, #3, pp.259-271.
60. **Quigley J., Walls L**. Confidence intervals for reliability-growth models with small sample-sizes. – IEEE Trans. Reliab., 2003, v.52, #2, pp.257-262.
61. **Го Вай, Го Юэ**. Проблемы ранних отказов: Обзор современного состояния вопроса тренировки. – ТИИЭР, 1983, т.71, №11, с.33-44.
62. **Kim K.O., Kuo W**. Some considerations on system burn-in. – IEEE Trans. Reliab., 2005, v.54,#2, pp.207-214.
63. **Ji Hwan Cha**. Some considerations on system burn-in. – IEEE Trans. Reliab., 2005, v.54,#2, pp.198-206.
64. **Klutke G.A. et al**. A critical look at the bathtub curve. – IEEE Trans. Reliab., 2003, v.52, #1, pp.125-129.
65. **Walls L., Quigley J**. Learning to improve reliability during system development. - European Journal of Operational Research, 1999, v.119, #2, pp.495-511.
66. **De Theije S.M. et al**. Reliability tests to control design quality: a case study. - International Journal of Quality and Reliability Management, 1998, v.15, #6, pp.599-618.
67. **Ульянов С.В**. Прогнозирование надежности невосстанавливаемых объектов длительного функционирования с учетом производственных дефектов и режимов эксплуатации. – ММК, 2000, №11, с.35-37.
68. **Ковалев Ф.И и др**. Методологические предпосылки к упреждению отказов машин и машинных агрегатов роторного типа. – ММК, 2001, №3, с.38-40.
69. **Золотухин В.Ф., Павлов А.А.** Характеристики надежности в условиях неразличимости. - ММК, 2002, №3, с. 36-38.
70. **Зайнетдинов Р.И.** Представление результатов испытаний Бернулли в виде мультифрактала. – ММК, 2000, №3, с.36-41.
71. **Зайнетдинов Р.И.** Подтверждение мультифрактальной природы последовательности отказов с использованием вейвлет-анализа. – ММК, 2000, №9, с.21-26.
72. **Карташов Г.Д., Садыхов Г.С.** Основные методы оценки остаточного ресурса изделий радиоэлектроники. – Успехи современной радиоэлектроники, 2000, №9, с.3-20.
73. **Калиберда И.В.** О сроках безопасной эксплуатации действующих атомных энергоблоков. Безопасность, надежность, риск. – ММК, 2000, 39, с.26-30.
74. **Pfefferman J.D., Cernuschi-Fries B.** A nonparametric non-stationary procedure for failure prediction. – IEEE Trans. Reliab., 2002, v.51, #4, pp.434-442.
75. **Аронов И.З**. Анализ зависимых отказов – важный способ обеспечения безопасности сложных систем. – ММК, 2004, №10, с.49-53.

76. Новые книги зарубежных издательств. – ММК, 2003, №3, с.38-40.
77. Нетес В.А. Применение анализа Парето для повышения надежности. – ММК, 2002, №11, с.35-39.
78. Mustafa Günes, Ipek Deveci. Reliability of service systems and an application in student office. - International Journal of Quality and Reliability Management, 2002, v.19, #2, pp.206-211.
79. Gamini Gunawardane. Measuring reliability of service systems using failure rates: variations and extensions. - International Journal of Quality and Reliability Management, 2004, v.21, #5, pp.578-590.
80. Bennett T.R. et al. Testing the untestable: reliability in the 21st century. – IEEE Trans. Reliab., 2003, v.52, #1, pp.118-124.
81. Раскин А.Л. Сертификация инженеров по надежности в США. – НКК, 1993, №7, с.51-60.
82. Никсон Ф. Роль руководства предприятия в обеспечении качества и надежности. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 231с.
83. Hahn G.J. et al. Reliability Improvement. Issues and Tools. – Quality Progress, 1999, #5, pp.133-139.
84. Doganaksoy N. et al. Product Life Data Analysis: A Case Study. - Quality Progress, 2000, #6, pp.115-122.
85. Meeker W.Q. et al. Using Degradation Data For Product Reliability Analysis. - Quality Progress, 2001, #6, pp.60-65.
86. Doganaksoy N. et al. Reliability Analysis By Failure Mode. - Quality Progress, 2002, #6, pp.47-52.
87. Hahn G.J. et al. Speedier Reliability Analysis. – Quality Progress, 2003, #6, pp.58-64.
88. Meeker W.Q. et al. Planning Life Tests For Reliability Demonsration. - Quality Progress, 2004, #8, pp.80-82.

Б.В.ГНЕДЕНКО И СОЗДАНИЕ ШКОЛЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ НА УКРАИНЕ

В.С.Королюк

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие теории вероятностей и её многочисленных приложений в Украине во второй половине двадцатого столетия, несомненно, основано на деятельности выдающегося ученого и педагога, академика Академии Наук Украины, Бориса Владимировича Гнеденко.

За сравнительно короткий исторический период в 15 лет (с 1945 по 1960г.) Б.В.Гнеденко создал в Украине ныне всемирно известную математическую школу по теории вероятностей и математической статистике. В настоящее время уже четвёртое поколение его учеников насчитывает десятки докторов наук и профессоров, сотни кандидатов наук. Среди учеников Бориса Владимировича, по крайней мере, десять членов Академии Наук Украины.

2. НАЧАЛЬНЫЙ ЭТАП

А всё начиналось со Львова в 1945 году, куда Борис Владимирович (в дальнейшем Б.В.) переехал из Москвы по приглашению Академии Наук Украины, избранный ее членом-корреспондентом. Молодой, энергичный ученик А.Я.Хинчина и А.Н.Колмогорова, по результатам совместных со своими учителями исследований, готовил рукопись книги “Предельные распределения для сумм независимых случайных величин”. Издание этой книги в 1949 году стало историческим событием в развитии современной теории вероятностей. Монография Б.В.Гнеденко и А.Н.Колмогорова знаменовала собой завершение классической проблематики теории сходимости распределений сумм независимых случайных величин, в развитии которой принимали участие многие выдающиеся математики в течение нескольких столетий. Можно теперь утверждать, что эта монография стала путеводной звездой в развитии современной теории предельных теорем для случайных процессов, которая занимает ведущее положение в творчестве современных специалистов по теории вероятностей. В начале же 50-х годов эта монография была источником многочисленных задач, которые могли быть решены методами, созданными Б.В.Гнеденко и его выдающимися учителями, А.Я.Хинчиным и А.Н.Колмогоровым.

Работая во Львове, Б.В. часто бывал в Киеве и осенью 1949 г. создал отдел теории вероятностей в Институте математики и возглавил кафедру алгебры, анализа и теории вероятностей в Киевском университете.

3. НАЧАЛО РАБОТЫ С Б.В.

До появления Б.В. в Киевском университете читался только один обязательный курс по теории вероятностей (32 часа) И.И.Гихманом, учеником Н.Н.Боголюбова. При наличии таких энергичных, увлечённых творчеством и преподаванием учёных, как М.Г.Крейн, С.Г.Крейн, М.А.Красносельский, С.Я.Зуховицкий, Г.И.Кац и другие, трудно было надеяться, что интересы студентов будут обращены к теории вероятностей.

С приездом Б.В. всё кардинально изменилось. Ещё до окончательного переезда в Киев Б.В. предложил темы дипломных работ для студентов 5-го курса. Огромное счастье выпало на мою долю – в 1949 году, я был как раз студентом 5-го курса механико-математического факультета КГУ. Мне оставалось для завершения образования в университете только написать дипломную работу. Впервые увидев Б.В. на заседании Учёного совета факультета осенью 1949 года, выступающего с яркой, энергичной речью, я без колебаний принял решение стать учеником Бориса Владимировича Гнеденко.

С начала 1950 года Б.В. уже жил и работал в Киеве. Он организовал семинар по теории вероятностей, на котором обсуждались также темы дипломных работ. К тому же все темы были основаны на знаменитой монографии, написанной во Львове совместно с А.Н.Колмогоровым, ещё не поступившей в библиотеки, но доступной студентам и аспирантам в виде гранок, переданных нам Б.В. для работы. Изучение областей притяжения устойчивых законов, уже осуществлённое Б.В. и описанное в монографии, служило исходным в моём анализе. После нескольких бессонных ночей я приготовил 15 страниц более или менее сложных вычислений, основанных на методах, изложенных в монографии, получил достаточно простые условия выбора нормированных констант.

Это был решающий момент моего знакомства с Б.В. Он внимательно проанализировал мою работу, убедился в моем стремлении к творческому поиску. И тогда Б.В. предложил мне совершенно иной путь решения проблемы: исследовать условия притяжения к устойчивым законам в терминах характеристических функций. Я, конечно, понимал, что новый подход Б.В. мог реализовать самостоятельно. Он подарил мне эту задачу, когда поверил в мои творческие возможности. Первая моя научная работа была опубликована в журнале “Доповіді Академії Наук” вместе с моим учителем Б.В.Гнеденко в 1951 году. С тех пор я стремлюсь привлекать своих учеников к творчеству, не только формулируя проблему, но и подсказывая возможные методы её решения. Пожалуй, трудно придумать более эффективный путь вхождения в научное творчество, чем анализ проблемы, уже рассмотренной, но не завершённой до конца. Впрочем, такой подход требует от учителя щедрости. А Б.В. был безусловно щедрым учителем, которому успехи ученика доставляли такие же радости, как и собственные достижения.

4. ФОРМИРОВАНИЕ ШКОЛЫ

Год за годом в орбиту Б.В. увлекались лучшие, талантливые студенты старших курсов, для которых он читал лекции. Так, вскоре после меня аспирантами Б.В. стали В.С.Михалевич, А.В.Скороход, Г.Н.Сакович, Е.Л.Рвачёва, Ю.П.Студнев, С.Колотошин. И за каждого аспиранта надо было бороться. Руководство факультета, особенно партийной организации, инстинктивно и целенаправленно стремилось сохранить незыблемость в основном серой массы преподавателей, для которых научное творчество было запредельной деятельностью, нарушающей установленный ритм коллектива. Находят “неопровержимые” доказательства того, что Глеб Сакович (крещеный в православной церкви) — еврей, что Анатолий Скороход сотрудничал с немецкими оккупантами (это в 11-13 лет!). О моём поступлении в аспирантуру не могло быть и речи. Тут уж “козыри” у парторга были бесспорные: отец осуждён на 15 лет за то, что работал агрономом подсобного хозяйства под Киевом в 42-43гг.

Б.В. написал “гарантийное письмо” ректору Киевского университета, в котором он ручался за мою благонадёжность. Однако ректор Б.Г.Боднарчук не только не признал доводы Б.В., но даже не выдал мне диплома с отличием на руки, что было положено по закону. Так что я должен был ехать по направлению в северный Казахстан, г. Акмолинск, работать учителем техникума.

5. ВЫБОР НАУЧНОГО НАПРАВЛЕНИЯ

Удивительно, и в то же время логично было решение Б.В. изменить тематику научного поиска, обратив внимание на распределения статистических непараметрических критериев. Знаменитые теоремы А.Н.Колмогорова и Н.В.Смирнова, сформулированные и доказанные в 1933 и 1939 гг., привлекли внимание многих математиков мира.

Интерпретация Донскера теоремы А.Н.Колмогорова в виде принципа инвариантности в предельных теоремах для распределений вероятностей функционалов от последовательности сумм независимых случайных величин послужила источником бурного потока исследований, вскоре превратившегося в новое направление теории вероятностей – предельные теоремы для случайных процессов. Эмпирический процесс – разность между эмпирической функцией распределения, построенной по результатам конечного числа испытаний и теоретической функцией распределения случайной величины, значение которой наблюдается в испытаниях, — послужил стартовым объектом разнообразных проблем и методов анализа в предельных теоремах теории вероятностей. Дело в том, что эмпирический процесс в простейшем случае, и в то же время без ограничения общности, равномерного теоретического распределения, можно рассматривать как пуассоновский процесс с положительными скачками, равными единице, и отрицательным равномерным сносом, со скоростью, также равной единице, при условии, что не только начальное значение процесса, но и конечное, равны нулю. Таким образом, распределение статистики Колмогорова совпадает с распределением максимума модуля “условного” пуассоновского процесса со сносом.

Возвращаясь к принципу инвариантности Донскера, можно с уверенностью утверждать, что сформулированная Донскером проблема содержала в принципе как частный случай проблему нахождения предельного распределения для непараметрических статистик Колмогорова и Смирнова. Как раз статистика Смирнова – разность между двумя эмпирическими функциями распределения – и может быть интерпретирована “условным” случайным блужданием сумм независимых, одинаково распределённых случайных величин, принимающих только два значения, при условии фиксированного значения как начальной, так и конечной суммы.

Как видим, принцип инвариантности Донскера для сумм независимых случайных величин, с одной стороны, является более общей задачей, чем задача асимптотического анализа распределения статистики Смирнова, а с другой стороны, — принцип инвариантности является упрощением проблемы анализа распределений статистик Колмогорова и Смирнова. Однако, не составляет труда полностью вложить проблему изучения непараметрических статистик в “принцип инвариантности”. Здесь проявляется общая методология математики: новые проблемы возникают в результате обобщения рассматриваемых частных задач, однако при этом, в “разумной” постановке проблемы исключаются некоторые частные условия исходных задач.

Б.В.Гнеденко с присущей ему удивительной интуицией предложил А.В.Скороходу изучить мемуары Донскера в поисках новых задач, а на семинаре предложил найти точное распределение статистики Смирнова в частном случае равенства объёмов выборочных данных. И хотя в 1951 году я ещё не был аспирантом Б.В., а был преподавателем в Артёмовском учительском институте, наведываясь в Киев к своим родным, посещал семинар Б.В. Я увлёкся задачей, предложенной Б.В., и в результате критерии согласия Колмогорова и Смирнова стали темой моей кандидатской диссертации, защищённой в Институте математики в 1954 году.

А.В.Скороход извлёк из мемуаров Донскера проблему построения метрики в пространстве функций без разрывов второго рода, которая теперь является общеупотребительной в теории случайных процессов.

И.И.Гихман, в арсенале которого уже было выдающееся творческое достижение – понятие стохастического дифференциала, увлёкся проблемой асимптотического анализа распределений статистики Колмогорова в случае эмпирически определяемых параметров теоретического распределения. Результаты асимптотического анализа статистик Колмогорова стали предметом докторской диссертации И.И.Гихмана.

Как видим, Б.В.Гнеденко удачно избрал направление научного поиска для коллектива вероятностников кафедры КГУ и отдела теории вероятностей Института математики.

В 1955г. была опубликована монография А.Я.Хинчина "Математические методы теории массового обслуживания", в которой, можно сказать, впервые были изложены в строгой математической форме основы теории систем обслуживания.

И тут Б.В. оказался пионером, активно пропагандируя задачи систем обслуживания среди своих учеников, студентов университета, военных инженеров. Классические задачи теории систем обслуживания при дополнительных ограничениях на время пребывания требований в системе обслуживания становились новыми задачами, пограничными между теорией систем обслуживания и теорией надёжности.

Благодаря инициативе Б.В.Гнеденко, в Украине сложились новые направления творческого поиска в области предельных теорем и асимптотического анализа для случайных процессов (И.И.Гихман, В.С.Королюк, А.В.Скороход, Ю.П.Студнев), в теории непараметрических статистических критериев (И.И.Гихман, В.С.Королюк, Б.И.Ярошевский, В.С.Михалевич, Е.Л.Рвачева) (напомню, что Е.Л.Рвачева и В.С.Михалевич также включились в анализ распределений непараметрических статистик), в теории систем обслуживания и теории надёжности (С.М.Броди, Т.К.Марьянович, Н.В.Яровицкий, И.Н.Коваленко, В.С.Королюк).

Далее всё зависело от привходящих обстоятельств: таланта и энергии учеников, удачном развитии исследований, возможности пополнять кафедру в университете и отдел новыми талантливыми молодыми математиками.

6. КОМАНДИРОВКА Б.В. В ГЕРМАНИЮ

Привходящим фактором оказалась командировка Б.В.Гнеденко в Германскую Демократическую Республику, в Берлинский университет в 1953-1954г.г. Сталинский режим стремился закрепиться в восточной оккупированной зоне Германии всеми возможными средствами, в том числе и с помощью научного сотрудничества.

Перед поездкой в Германию Б.В. позаботился о своих учениках. Он договорился с А.Н.Колмогоровым о приеме в аспирантуру Московского университета троих украинцев: В.С.Королюка, А.В.Скорохода и В.С.Михалевича. Как по волшебству, перед нами открылись двери нового здания МГУ на Ленинских горах. Мы получили прекрасные комнаты в аспирантском общежитии, а главное, получили возможность посещать лекции профессоров Московского университета, принадлежащих к знаменитой московской математической школе, созданной выдающимся математиком Н.Н.Лузиным. Участие в семинарах математического факультета МГУ, работа в чудесной библиотеке, общение с московскими математиками различных поколений оставило неизгладимый след в нашей творческой жизни. Для нас, аспирантов Б.В., согласие А.Н.Колмогорова принять нас в Московский университет аспирантами А.Н.Колмогорова (меня и В.С.Михалевича) и Е.Б.Дынкина (А.В.Скороход) – было поистине царским подарком Б.В. Мы приобщились к замечательной, не имеющей себе равных в мире, математической школе. Время в МГУ – это время нашего созревания как математиков. И после возвращения из Москвы мы продолжали оставаться учениками Б.В., целиком полагаясь на его научный авторитет и житейскую прозорливость.

Для Б.В. эта командировка послужила переломным этапом в его творческой деятельности. Однажды, на Вильнюсской конференции по теории вероятностей, А.Н.Колмогоров обронил невзначай: "Борис Владимирович после поездки в Берлин здорово изменился – стал этаким научным организатором. А ведь у него ещё много времени для творчества". Б.В. в 1954 году было всего 42 года.

Возвращение Б.В. из Германии было триумфальным. Б.В.Гнеденко стал директором Института математики, академиком-секретарём Отделения математики и механики, членом Президиума АН Украины.

Кафедра в Киевском университете разделилась: были созданы кафедра алгебры, которую возглавил профессор Л.А.Калужнин, приехавший из Берлина вместе с матерью, а также кафедра анализа во главе с профессором Г.Е.Шиловым. Кафедра теории вероятностей продолжала свою самостоятельную жизнь под руководством Б.В..

7. СТАНОВЛЕНИЕ КИБЕРНЕТИКИ В УКРАИНЕ

В начале 50-х годов, как известно, кибернетика в Советском Союзе подвергалась гонениям как буржуазная лженаука, созданная Н.Винером – американским учёным. Вместе с тем в научных лабораториях Америки, Англии и других стран интенсивно велись разработки конструкций электронных вычислительных машин, способных автоматически выполнять сложные расчёты по заранее заданным программам. Аналогичная лаборатория существовала и в Украине в Феофании, на территории бывшего монастыря под Киевом. Под руководством академика Академии Наук Украины С.А.Лебедева здесь была создана действующая модель вычислительной машины МЭСМ (первая в континентальной Европе). В связи с переездом С.А.Лебедева в Москву, где он возглавил Институт вычислительной техники, организованный для более эффективного дальнейшего развития вычислительной техники, имеющей несомненные перспективы в обеспечении решения проблем военно-промышленного комплекса, Киевская лаборатория вычислительной техники Института электротехники осталась без научного руководства.

Б.В. добился перевода лаборатории в Институт математики и сам её возглавил. Понимая, что для возрождения исследований в области вычислительной техники необходимо привлечь новые творческие силы, Б.В. предложил своим ученикам Е.Л.Рвачёвой, В.С.Михалевичу и мне, а также профессору КГУ Л.А.Калужнину принять участие в разработке новой вычислительной машины широкого профиля. Инженерные кадры были вполне работоспособные. Необходимо было лишь обеспечить должное научное руководство. После энергичного поиска Б.В. пригласил В.М.Глушкова (доктора физико-математических наук по алгебре, ученика А.Г.Куроша) переехать в Киев и возглавить лабораторию.

В.М.Глушков некоторое время колебался, видимо побаивался переключаться с абстрактных алгебраических проблем (он получил блестящий результат по 23-й проблеме Гильберта) на прикладные исследования по вычислительной математике, да и перспектива жить за Киевом, в Феофании (в то время единственным надёжным транспортом был "катафалк" — допотопный автобус, регулярно привозивший на работу и увозивший с работы сотрудников лаборатории). Б.В. уговаривал не только словами. Он предложил В.М.Глушкову свой директорский автомобиль, особняк в Феофании и пообещал квартиру в Киеве. Решающее слово, по-видимому, было за женой В.М. Ей очень понравился Киев, а перспектива жить за городом не очень её пугала. Тем более что одним из условий В.М.Глушкова было предоставление ему квартиры в Киеве.

Жизнь лаборатории резко оживилась. Инженеры, которых С.А.Лебедев оставил в Киеве, с энтузиазмом принялись за разработку схем новых вычислительных машин "Киев", "Днепр" и др. Б.В. вместе с Л.А.Калужниным организовал семинар в КГУ по теории алгоритмов и алгебре логики для студентов старших курсов. Мне Б.В. предложил читать курс программирования для ЭВМ на 5-м курсе, чтобы спустя год получить готовых к работе в лаборатории молодых специалистов.

В.М.Глушков вскоре активно включился в работу лаборатории, определив своё научное направление – теория абстрактных автоматов. Это был весьма удачный выбор. Сохраняя абстрактный уровень рассматриваемых задач и вместе с тем имея вполне конкретные реальные системы – ЭВМ в качестве объектов математического анализа, В.М.Глушков становится научным лидером лаборатории. Интерес Президиума АН к нашей тематике заметно возрос.

Стараясь стать единоличным лидером в развитии кибернетики в Украине, В.М.Глушков вскоре после создания Вычислительного центра АН Украины оттеснил Б.В.Гнеденко от участия в организации исследований по кибернетике, отторг от Б.В. его ближайших учеников Е.Л.Рвачёву (Ющенко по мужу) и В.С.Михалевича, предложив им заведование отделами в ВЦ и квартиры в новом доме. Мне также был предложен выбор: заведовать отделом ВЦ и квартира или оставаться в Институте математики старшим научным сотрудником в отделе Б.В.

Несмотря на то что в конце 50-х годов, когда создавался ВЦ, я активно занимался в основном программированием для вычислительных машин, для меня не было альтернативы. Я всегда был уверен, что моя ведущая специальность – теория вероятностей, моё положение – сотрудник отдела Б.В. В итоге я получил лишь две комнаты в трехкомнатной квартире с соседом. Разумеется, помехой для В.М.Глушкова был Б.В. как академик-секретарь отделения. В Президиуме АН у Б.В. было достаточно недоброжелателей, которые хотели бы устранить Б.В. из Президиума. Легко понять, что В.М.Глушков нашёл себе соратников в Президиуме, среди которых, в частности, был и главный ученый секретарь Президиума. Б.В.Гнеденко, как все талантливые люди, обладал независимым характером, нетерпимостью к ограниченности, подхалимству, подлости. Обладая ярким умом и острым языком, Б.В. легко наживал себе противников в административной системе Академии наук, всегда живущей по установившейся традиции – безусловное чинопочитание. Кстати, В.М.Глушков также легко наживал себе противников, однако он умел дистанцироваться от общепринятых норм поведения, занимая ведущее положение, обеспечивая себе поддержку в верхах и безусловное подчинение подопечных.

8. ОТНОШЕНИЕ К УЧЕНИКАМ

Б.В.Гнеденко обладал удивительным человеческим качеством: свободным общением с любым человеком, способным откликнуться на его внимание. При этом не имело никакого значения положение собеседника. Не имея возможности часто бывать в Киеве, я поручил своему старому другу Пете З., студенту философского факультета КГУ, обсудить с Б.В. перспективы моего поступления в аспирантуру Института математики в 1951 году. Вскоре я получил от Петра восторженное письмо, в котором он восхищался дружелюбием Б.В., его сердечностью, пониманием житейских проблем. Б.В. был скуп на похвалы, но зато очень внимателен к своим ученикам, когда у них возникали трудности в жизненном обустройстве. Я убеждён, что Б.В. имел достоверную информацию о каждом своем ученике и всегда с предельным вниманием и энергией включался в решение проблем учеников. Мы со своей стороны боготворили Б.В., жадно внимали его удивительно краткой и образной речи, восторгались его реакцией на реплики собеседника, его ассоциативному образному мышлению. Жаль, очень жаль, что Б.В. не оставил подробных характеристик своих ближайших учеников. Это был бы ценнейший педагогический материал. Нам, со своей стороны, трудно сейчас создать достоверный портрет нашего учителя Бориса Владимировича Гнеденко.

Каждое заседание семинара с участием Б.В. было праздником. Мы с удовольствием следили за ходом его мыслей, его анализом проблемы, его глубокой эрудицией. И после семинара мы не торопились расставаться с Б.В., долго стояли у входа в университет, затем шли провожать его до самого дома. Это стало нашим ритуалом.

А ещё незабываемые обеды у Б.В., в день его рождения 1-го января. Однажды мы втроём — я, А.Скороход и В.Михалевич — пришли к Б.В. с коробкой конфет, на которой были изображены три известных русских богатыря. С тех пор Б.В. часто называл нас своими “богатырями”.

Вера наша в своего учителя была безусловна. Поступая в аспирантуру Института математики осенью 1951 года, я уволился из Артёмовского учительского института, будучи уже женатым и имея в перспективе сына. При этом надо иметь в ввиду, что в те годы мои шансы попасть в аспирантуру были минимальны. Учёный секретарь ИМ уговаривал меня, что и без аспирантуры можно заниматься научным творчеством. Однако в тот раз Б.В. победил. Я был принят в аспирантуру ИМ осенью 1951 года, связав тем самым навсегда свою жизнь с Институтом математики Национальной Академии Наук Украины. Я благодарен судьбе, и прежде всего Б.В.Гнеденко, сотворившего мой жизненный путь в науке.

9. УКРАИНСКАЯ ШКОЛА ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

С самого начала развития исследований по теории вероятностей и её разнообразным приложениям в Украине Б.В.Гнеденко организовал исследования в области предельных теорем и асимптотического анализа для случайных процессов, в области теории непараметрических статистических критериев согласия, а также в области систем обслуживания и теории надежности систем.

Уже в сентябре 1953 года в Киеве по инициативе Б.В.Гнеденко было проведено 3-е Всесоюзное совещание по теории вероятностей и математической статистике. Это была по сути первая представительная конференция, в которой принимали участие почти все специалисты по теории вероятностей и математической статистике того времени в Советском Союзе: А.Н.Колмогоров, Н.В.Смирнов, Ю.В.Линник, М.Г.Крейн, Т.А.Сарымсаков, А.М.Обухов, молодое поколение вероятностников — Ю.В.Прохоров, Е.Б.Дынкин, Р.Л.Добрушин и др. Конечно же в конференции принимали активное участие (в организации и с докладами) представители украинской вероятностной школы — Б.В.Гнеденко, И.И.Гихман, А.А.Бобров, В.С.Королюк, А.В.Скороход, В.С.Михалевич и др.

В заключительный день конференции была сделана фотография всех участников, которую можно считать исторической.

В последующие годы украинская вероятностная школа пополнялась новыми активно работающими специалистами, воспитанниками кафедры теории вероятностей Киевского университета, которой до 1960 года руководил Б.В.Гнеденко, затем И.И.Гихман, а с 1964 года заведующим кафедрой теории вероятностей стал ученик И.И.Гихмана — М.И.Ядренко (второе поколение учеников Б.В.). С тех пор украинская школа по теории вероятностей регулярно пополнялась лучшими выпускниками Киевского университета, которые успешно заканчивали аспирантуру под руководством первого, а затем второго поколения учеников Б.В., и вскоре становились докторами наук, а в дальнейшем и членами Академии Наук Украины.

Думаю, Б.В.Гнеденко является одним из самых уникальных учителей, у которого среди его учеников только членов Национальной Академии Наук Украины, по крайней мере, десять человек: академики НАН Украины — В.С.Королюк, А.В.Скороход, В.С.Михалевич, И.М.Коваленко, Ю.М.Ермольев; член-кореспонденты НАН Украины — И.И.Гихман, Е.Л.Ющенко (Рвачёва), М.И.Ядренко, Н.И.Портенко, Т.П.Марьянович.

Не случайно А.М.Самойленко как-то обронил во время сессии Академии Наук: “Чтобы быть избранным в члены академии, нужно молиться вероятностному богу”.

В середине 60-х — 70-х годов сформировалась новая традиция – чтения специальных курсов (а иногда и общих) в различных университетах Украины и других республик Советского Союза. Так влияние киевской вероятностной школы распространялось по всей Украине и за её пределами. Думаю, что в настоящее время “украинская вероятностная диаспора” за пределами Украины не менее многочисленна, чем её представители в Украине. И эта традиция была инициирована Б.В.Гнеденко, который и после переезда из Киева в Москву, в Московский университет, не оставлял без внимания своё детище в Украине, регулярно наведываясь в Киев, проводя семинары и консультации со своими учениками. В связи с активным участием Б.В. в жизни украинской вероятностной школы и после отъезда из Киева весьма странным представляется решение Президиума Академии Наук Украины о прекращении ему выплат за академическое звание.

Привожу письмо Б.В. президенту Академии по этому поводу:

“Глубокоуважаемый Александр Владимирович!

Мной получена выписка из постановления Президиума Академии от 20. 02. 61 г. относительно прекращения выплаты за звания. Я благодарю Президиум за своевременное извещение о принятом решении.

Одновременно считаю необходимым сообщить следующее: суммы, которые переводились мне за звание, я использовал для систематических поездок в Киев (не менее двух раз в месяц) с целью проведения научного семинара в Институте Математики, руководства двумя научными проблемами, консультаций аспирантам и научным работникам, выполнения обязанностей по редакции ДАН УССР и по Главной редакции УРЭ (обсуждения статей по математике, правка предлагаемых текстов, распределение заказов и пр.).

Поскольку в принятом Вами постановлении не содержатся никаких дополнительных разъяснений, его можно расценить только как стремление Президиума к прекращению выполнения указанных только что работ. Поэтому я считаю себя свободным от возложенных на меня Академией обязанностей и от систематических поездок в Киев.

Само собой разумеется, что я по-прежнему готов оказывать консультационную помощь моим бывшим сотрудникам и аспирантам, если только Президиум найдёт целесообразным их откомандирование в Москву на необходимые сроки. Это замечание относится и к возможности выполнения мной отдельных спорадических поручений Академии.

(Б.Гнеденко)”

А вот комментарии Б.В. в письме ко мне.

“Дорогой Владимир Семёнович!

Направляю Вам копию письма, которое я сегодня отправляю Палладину. Решение Президиума, как я уже говорил Вам, лишает меня возможности систематических поездок. С этой копией Вы вольны поступить так, как найдёте нужным: можете её бросить в мусорною корзину, передать Митропольскому или Парасюку, показать Фещенко и пр.

Из Беркли получил наш совместный доклад в английском переводе. Нейман пишет, что доклад оставил у него большое впечатление. Постараюсь сейчас внимательно прочесть его в английском варианте. Это нужно делать скорее, так как завизированный текст я должен возвратить как можно быстро. Досадно, что нет возможности выслать Вам и Скороходу текст для ознакомления с качеством написанного и перевода.

Дорогой Владимир Семёнович! Поскольку в ближайшую пятницу я не собираюсь приезжать, очень прошу Вас обсудить с “массовой” молодежью, что им делать. Быть может им разумно приехать сюда в командировку. Единственное, что я не могу им гарантировать и в чём не стану оказывать помощь, — это в раздобывании места в общежитиях и гостиницах.

Привет всем вероятностникам."

10. ВЛИЯНИЕ Б.В. НА ТВОРЧЕСКУЮ МЫСЛЬ В УКРАИНЕ ПРОДОЛЖАЛАСЬ В ТЕЧЕНИЕ ВСЕЙ ЕГО ЖИЗНИ В МОСКВЕ

Приведу пример, связанный с моей научной деятельностью. В начале 60-х годов Б.В. получил впервые асимптотические результаты в анализе дублированных систем с произвольно распределёнными временами работы и восстановления приборов. В это же самое время в Институте математики, на семинаре, обсуждалась теория полумарковских процессов, изложенная в статьях Р.Пайка. Анализируя результаты, полученные Б.В., я пришёл к заключению, что проблема анализа времени безотказной работы восстанавливаемых систем может быть сформулирована в общем виде как проблема изучения времени пребывания полумарковского процесса в подмножестве состояний. Так, под влиянием работ Б.В. возникло новое направление в теории надёжности — асимптотический анализ полумарковских процессов в схеме фазового укрупнения. Кстати, и уточнение названия этого направления принадлежит Борису Владимировичу, который при обсуждении предварительных результатов указал, что рассматриваемая схема укрупнения является, конечно, схемой фазового укрупнения, поскольку в асимптотическом анализе укрупняются (сливаются, объединяются) фазовые состояния полумарковского процесса.

Не менее значимое влияние Б.В. было и на творчество И.Н.Коваленко. Достаточно указать, что становление И.Н.Коваленко как специалиста в области теории надёжности стохастических систем проходило под непосредственным патронатом Б.В. Творческое содружество Б.В. и И.Н.Коваленко реализовано в хорошо известной монографии по теории систем обслуживания. Разумеется, творческая жизнь в Украине проходила по своим внутренним законам, сохраняя и приумножая традиции, заложенные Б.В.Гнеденко. Однако, определяющие принципы сотрудничества — доброжелательность, заботливое внимание к начинающему талантливому ученику, щедрость в распространении идей и методов и даже постановок задач — всегда были цементирующим началом в жизни украинской вероятностной школы. Мне хочется надеяться, что и будущее поколение вероятностников в Украине (и не только в Украине) всегда будут верны заветам нашего Учителя, Бориса Владимировича Гнеденко.

11. ПОРТРЕТ УЧИТЕЛЯ

С самого начала нашего знакомства с Борисом Владимировичем и вплоть до его смерти мое отношение к учителю было благоговейным. В своих воспоминаниях я как-то подробно рассказал о своей мечте встретить академика, который предложит мне поступить к нему в аспирантуру. Эта мечта возникла у меня, когда я, был офицером Советской армии.

Реальность оказалась более изобретательной. Б.В. сначала подверг меня испытанию, предложив найти условия задания нормирующих констант в предельных теоремах сходимости к устойчивым законам, а затем сформулировал задачу об устойчивости законов, принадлежащих области притяжения устойчивого закона, отличного от нормального. Мне удалось построить контрпример к гипотезе Гнеденко, и это была моя первая самостоятельная работа, опубликованная в Докладах АН Украины. И тогда Б.В. написал отзыв на мою дипломную работу, который был и характеристикой как для работы в высшем учебном заведении, так и в научно-исследовательском институте.

Вскоре моя мечта всё же сбылась, и осенью 1951 года я стал аспирантом Б.В. в Институте математики. С тех пор моя жизнь всегда находилась под влиянием Б.В. Каждая встреча с ним, беседа на научную тему или же по житейским проблемам всегда возбуждала меня, как глоток чистого горного воздуха. Для меня Б.В. был сияющей вершиной, недосягаемой для простых смертных, и в то же время доступной для обозрения, общения и вдохновения. Обладая блестящей памятью, острым и ярким языком, Б.В. всегда поражал нас нестандартными характеристиками своих учеников и коллег, удивляя нас даром предвидения последствий тех или иных действий административных чиновников. Настойчивость Б.В. при решении проблем была потрясающей. Никто, даже враги, не могли устоять перед убедительными аргументами Б.В. Так было при переводе лаборатории вычислительной техники в Институт математики, при организации кафедры математического анализа, так было и при моём поступлении в аспирантуру и во многих других случаях, когда Б.В. был уверен в своей правоте. Поражал противников Б.В. его сарказм и находчивость в дискуссии. Вспомним, например, реплику Б.В. на обвинение его в великодержавном шовинизме в связи с тем, что книга “Очерки по истории математики в России” была написана на русском языке. Б.В. тогда ответил: “А вы что, считаете В.И.Ленина также шовинистом?” И спор был исчерпан. Б.В. легко наживал себе врагов среди чиновничьей братии потому, что всегда был уверен — если проблема ясна, нет предмета для дискуссии. А ведь можно было прикинуться простачком, убеждая чиновника в том, что данная проблема им сформулирована впервые, что именно чиновник служит инициатором этой проблемы. Естественность в поведении, без академического величия и в то же время интеллектуальное превосходство — всегда были для нас очаровывающими чертами характера Б.В. Он никогда не прощал промахов — как в научном исследовании так и в решении гражданской проблемы. Однако его замечания никогда не оскорбляли виновника (если он, конечно, служил истине), не унижали и не создавали атмосферы безнадёжности.

Как важно при обнаружении ошибок в работе поддержать ученика, ненавязчиво вдохновить его на поиск новых путей решения задачи. Для Б.В. такой подход был естественным состоянием души. Всегда готовый прийти на помощь — материальную, моральную или научную — Б.В. неизменно осуществлял такую помощь, не придавая своим действиям существенного значения. Это часто вводило в заблуждение его учеников. Им начинало казаться, что они этого заслуживают. Оглядываясь назад, в туманные в памяти наши с ним встречи, беседы и дискуссии, я с огромным сожалением констатирую, что был внешне равнодушен к его советам и поддержкам, не умел выразить мою благодарность и благоговение, считая такую реакцию чрезмерной и бутафорной. А ведь каждому человеку, в сущности, приятно услышать слова благодарности и почтения, когда ты чувствуешь, что этого заслуживаешь. Б.В. всегда был натуральным в своих благодеяниях и, конечно же, испытывал удовлетворение от свершения добрых дел. И всё-таки добрые слова благодарности всегда способствуют энергии добра.

Б.В. был нетерпим к чинопочитанию, подхалимству, подлости и интригам. Здесь он был беспощаден. Сарказм сражал наповал чиновника, который становился его безусловным врагом. Мне кажется, что в этом Б.В. был чересчур крут. Иногда, ради общего дела, следует “поступиться принципами” и сделать вид, что не замечаешь интриг, с тем чтобы обратить эти интриги против интригана. Но нет, Б.В. не мог позволить себе хитрить и изворачиваться. Думаю, что когда проблема для него была ясна, то Б.В. даже не пытался убеждать других в своей правоте. Он считал, что всем также ясность проблемы очевидна. А в жизни, конечно, все бывало значительно сложнее.

12. ДОМАШНЯЯ ОБСТАНОВКА

Я уже упоминал о наших визитах к Б.В. 1 января на праздничный новогодний обед с индюшкой. Это был также день рождения Б.В. В доме всем заправляла супруга Б.В., Наталия Константиновна, удивительно внимательная, ненавязчивая, гостеприим-ная. Стол поражал нас изобилием и красотой. Впервые я увидел изумительные хрустальные бокалы из цветного стекла, миниатюрные серебряные рюмки для крепких напитков, которые появлялись на десерт к чаю.

Квартира Гнеденко всегда поражала меня уютом, атмосферой благожелательности и гостеприимства. И в доме на Ленинских горах , в Москве, квартира Б.В. в университетском здании также сохранила всё своё обаяние. Бывая в Москве, я с нетерпением ожидал приглашения Б.В. в дом и всегда его получал. Каждый раз посещение дома Бориса Владимировича было для меня праздником. Я с удовольствием погружался в просторное кожаное кресло в кабинете, стены которого заставлены стеллажами, наполненными книгами. В кабинете стоял небольшой рояль, на крышке которого громоздились в видимом беспорядке книги, рукописи, диссертации, фотографии и т.п. Неторопливая беседа с Б.В. создавала неповторимое блаженство общения с умным, внимательным и добрым человеком. Обсуждались последние новости научной жизни киевской школы вероятностников, бытовые события семейных дел, административная ситуация в Академии Наук и Институте математики. Часто я обращался к Б.В. за советом по тому или иному вопросу и всегда получал исчерпывающее, серьёзное мнение моего учителя. Только изредка в беседе я ощущал ностальгические замечания по поводу наших киевских дел. Чувствовалось, что Б.В. всегда считал себя ответственным за судьбы своих украинских учеников.

Затем следовало приглашение супруги в столовую, где за полукруглым столом собиралась семья. Как правило, у Б.В. я всегда встречал гостей, не только из москвичей, но из ближнего и дальнего зарубежья, как принято сейчас говорить. Б.В. нарезал на доске тонкие ломтики твёрдого сыра. Наталия Константиновна хлопотала с чаем. Стол всегда был обильным и щедрым. Часто на столе появлялись диковинные продукты, привезенные друзьями и учениками Б.В. из разных стран, из Средней Азии и Кавказа. Трудно было покидать гостеприимный дом. Я уходил всегда с чувством восторга и зависти. Уходят годы, исчезают из памяти даже самые невероятные события, а вот общение с учителем сохраняется в душе, создаёт состояние удовлетворения и праздничности.

13. СОВМЕСТНОЕ ТВОРЧЕСТВО

Начало моего творческого пути, как видно из описания, целиком и полностью определялось влиянием Б.В.Гнеденко. Однако уже кандидатская диссертация в основном писалась под влиянием работ А.Я.Хинчина и И.И.Гихмана и, конечно же, А.Н.Колмогорова, аспирантом которого я был в 1953-1954гг. По инициативе Б.В. я занялся проблемами программирования для электронных вычислительных машин (1954-1960гг.). В результате был написан учебник по программированию совместно с Б.В. и Е.Л.Ющенко, первый в Советском Союзе, переведённый на немецкий, французский и венгерский языки.

Докторская диссертация завершалась, уже когда Б.В. был в Москве. Впрочем, его настойчивые пожелания не тянуть с оформлением работы немало способствовали сокращению сроков подачи диссертации и защите. Б.В. был оппонентом по моей докторской диссертации. Его устный отзыв заслуживает быть опубликованным, особенно его преамбула и заключение.

“Очень часто возникает вопрос – сколько нужно сделать кандидатских диссертаций, чтобы из них можно было составить докторскую диссертацию? И каждый по своему доброму желанию отвечает: пять диссертаций достаточно кандидатских, десять; не хватит и пятидесяти диссертаций. Мне кажется, что эта постановка вопроса порочна. Мне думается, что доктор должен обладать некоторыми новыми качествами, не только качеством уметь написать ещё одну кандидатскую диссертацию, или предложить ещё одну тему дипломной работы. От доктора-математика требуется умение найти частные задачи – источник больших проблем. Это первое требование.

Второе требование – из рассмотрения частных задач найти тот метод, который применим и к этим задачам и позволяет решить множество других задач.

Третье требование — чтобы доктор наук не был замкнутым в круге своих узких интересов, чтобы он умел выходить за пределы своей области,
видеть те методы, которые могут быть полезны для круга его задач, и в то же время должен видеть, что в математике в целом могут принести его задачи и разработанные им методы, может быть даже в очень далеких областях математики.

Четвертое требование, не обязательное, но желательное — чтобы доктор-математик умел выходить за пределы собственно математики, чтобы он умел находить большие математические проблемы в смежных областях наук.

И, наконец, пятое требование, абсолютно необходимое для каждого учёного, — чтобы он был увлечён наукой”.

Я безмерно благодарен Б.В. за его влияние на выбор тематики после защиты докторской диссертации.

Два мощных метода анализа, используемых в докторской диссертации, — метод погранслоя и метод факторизации могли быть источником всех последующих задач в асимптотическом анализе граничных функционалов для случайных блужданий. Мне повезло, что я, изучая работы Б.В. по надёжностному анализу дублированных систем, нашёл обобщение задачи, которая формулируется в виде задачи о времени пребывания полумарковского процесса в подмножестве состояний. Я с неизбежностью пришёл к необходимости использовать метод решения проблем сингулярного возмущения для линейных операторов.

К сожалению, вся последующая творческая деятельность происходила уже с моими учениками без непосредственного участия Б.В. Хотя я всегда стремился обсудить с Б.В. новые проблемы, новые результаты и всегда находил внимание и сочувствие со стороны Б.В.

Последней совместной нашей работой была подготовка доклада на IV Берклеевском симпозиуме в США в 1960 году, в которой участвовал и А.В.Скороход.

Я всегда завидовал И.Н.Коваленко, который активно сотрудничал с Б.В. на протяжении десятилетий. Мне казалось, что наше сотрудничество с Б.В. в области теории надежности с применением математического аппарата теории полумарковских процессов и уравнений марковского восстановления, могло быть более эффективным и было бы более значимым, если бы Б.В.Гнеденко в 60-х годах продолжал работать в Институте математики АН Украины. К сожалению, эта возможность была пресечена администрацией Президента Академии.

14. ТРАДИЦИИ ШКОЛЫ

Влияние Учителя на творчество его учеников не ограничивается лишь участием Учителя в творческом процессе. Существенна роль Учителя в создании традиций существования школы. Среди четырёх поколений учеников Б.В. перебывали разные математики и инженеры, с разными характерами и привычками, интересами и запросами. Однако в сфере функционирования Украинской школы по теории вероятностей и разнообразных ее применений, созданной Б.В.Гнеденко, поведение в коллективе регламентировалось традициями, установленными Учителем. Прежде всего, безграничная преданность науке, добросовестность, неустанная жажда познания. В общественных отношениях — доброжелательность, откровенность в критике и похвале, объективность и достоверность. В житейских отношениях — дружеское расположение, готовность откликнуться на призыв о помощи, товарищеское взаимодействие, не взирая на ранги и почести.

Красной нитью в жизни школы проходит внимание к новым талантливым ученикам, воспитание их в лучших традициях школы.

Вот почему коллектив украинских вероятностников так богат молодыми талантами, так устойчив в научном процессе, впитывая современные проблемы и методы их решения, дружелюбен на зависть окружающим, борющимся внутри, коллективам. Можно быть уверенным в стабильном существовании школы Б.В.Гнеденко и в настоящем, и в будущем.

Спасибо Учителю!

ЖАЖДА ЖИЗНИ

Два визита Б.В. Гнеденко в Америку

Игорь Ушаков

Не будет преувеличением сказать, что я никогда больше не встречал человека с большей жаждой жизни, делавшим людям добро с такой неуемной радостью, с таким мужеством переносившим тяжелейшие жизненные испытания и страшные болезни...

Мне повезло в жизни: мы с Борисом Владимировичем многие годы работали плечом к плечу, я многократно ездил с ним в научные командировки, проводил многие вечера в его гостеприимной семье, и он неоднократно приезжал ко мне...

Я был удостоен большой чести – иначе и не скажешь: Бориса Владимирович дважды навещал меня в Вашингтоне: весной 1991 года и затем летом 1993. Я постараюсь дать некий «фото-репортаж» об этих визитах с минимальными комментариями.

К сожалению, качество фото оставляет желать лучшего: это отсканированные «доцифровые» снимки, которые и сами по себе выли не «перший класс».

США-91

Перед самым визитом Б.В. меня назначили на операцию. Была смешная ситуация: нужна была неотложная операция по поводу... врожденного порока сердца. И умолил хирурга перенести операцию, поскольку непременно должен встретить своего Учителя, прилетающего из Москвы. Хирург согласился с моими доводами, что за эти три дня я не умру бес искусственного клапана...

Первая встреча в аэропорту Вашингтона: Б.В., как всегда, полон сил и энергии: ничто не выдает, как тяжело он был уже болен... Справа – Дима, старший сын Б.В.

Недолгий (не более часа) путь из аэропорта к нам в Арлингтон, где мы жили, когда я работал в Университете Джорджа Вашингтона. Казалось, что 11-часовой перелет никак не сказался на Б.В. Это видно по фотографии, сделанной в тот же день.

Первый ужин: слева направо – Таня Ушакова, Дима Гнеденко и Б.В.

Очередной ужин: стол ломится от заморских яств (включая неизбежную бутылку «Stoli» («Столичной»), но…

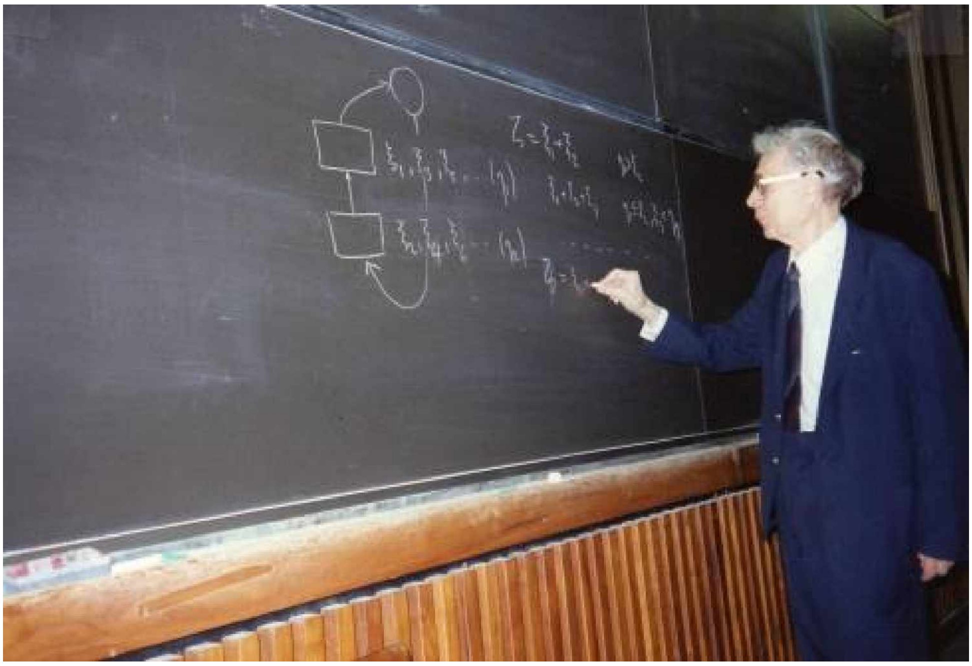
Б.В. С неизбежным бокалом воды и столь же неизбежной улыбкой. На его лице не видно и тени усталости... А день выдался тяжелым.

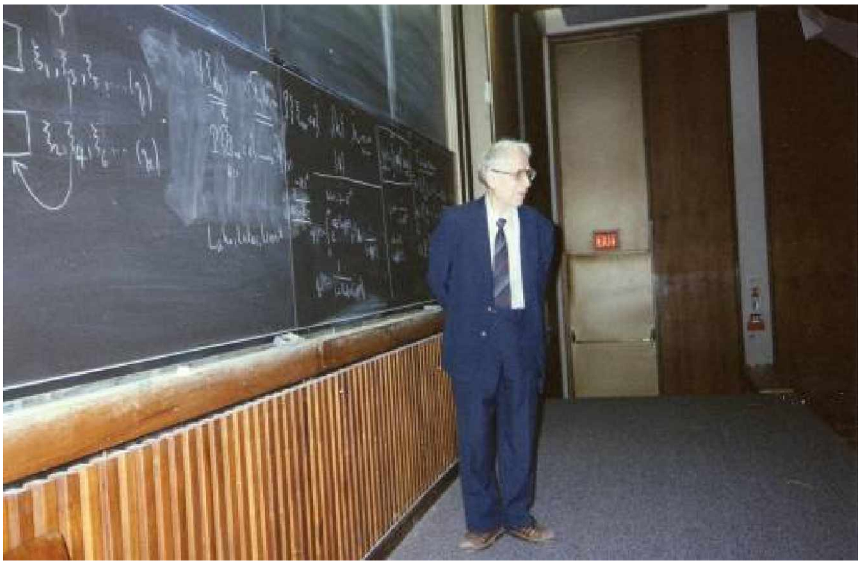
Когда местные университетские газетчики узнали о визите Б.В. на Кафедру Исследования Операций, то фоторепортеры были тут как тут. Это снимок для университетской многотиражки сделан в моем кабинете.

А это в гостях у профессора той же кафедры – Джеймса Фолка, который впоследствии стал американским редактором нашей с Б.В. книги *Probabilistic Reliability Engineering* (*John Wiley and Sons*, *New York*, 1995).

Через три дня я уже был на операционном столе... А в это время Б.В. по приглашению профессора Ричарда Смита поехал в Университет Северной Каролины. Когда через пять дней он вернулся, я был уже «на ногах» – в американских госпиталях не дают залеживаться! На следующий же день я, скрепя зубами от боли в «разрубленной» грудной клетке, уже был в университете: меня попросили быть переводчиком...

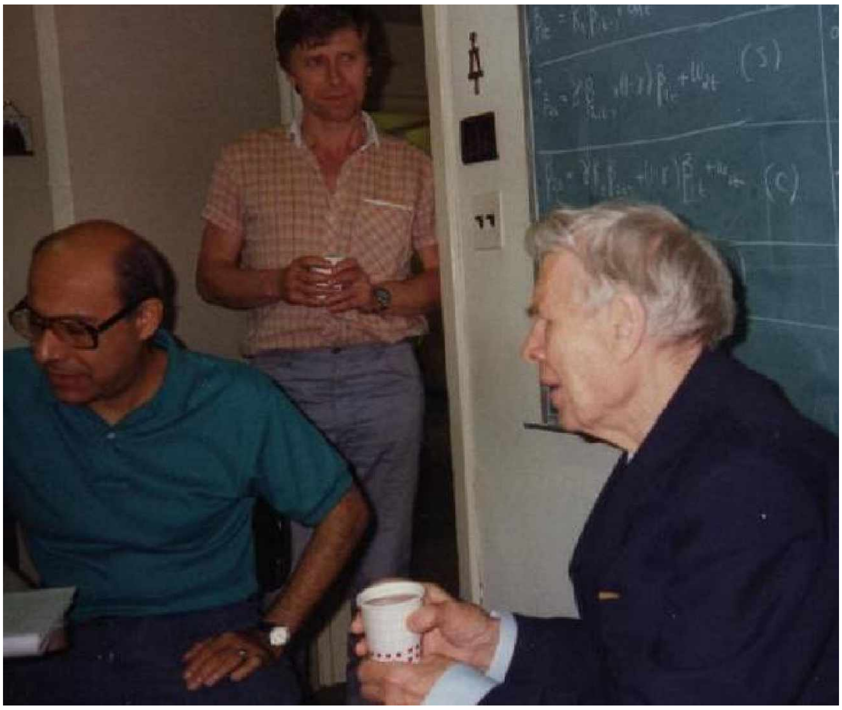
Как всегда, Б.В. с блеском провел лекцию. Моего участия в качестве переводчика, естественно, не понадобилось. Но я решил остаться на сцене, сев на стул за трибуной: один спуститься по лестнице я бы не смог. Так я и просидел, не маяча на глазах аудитории.





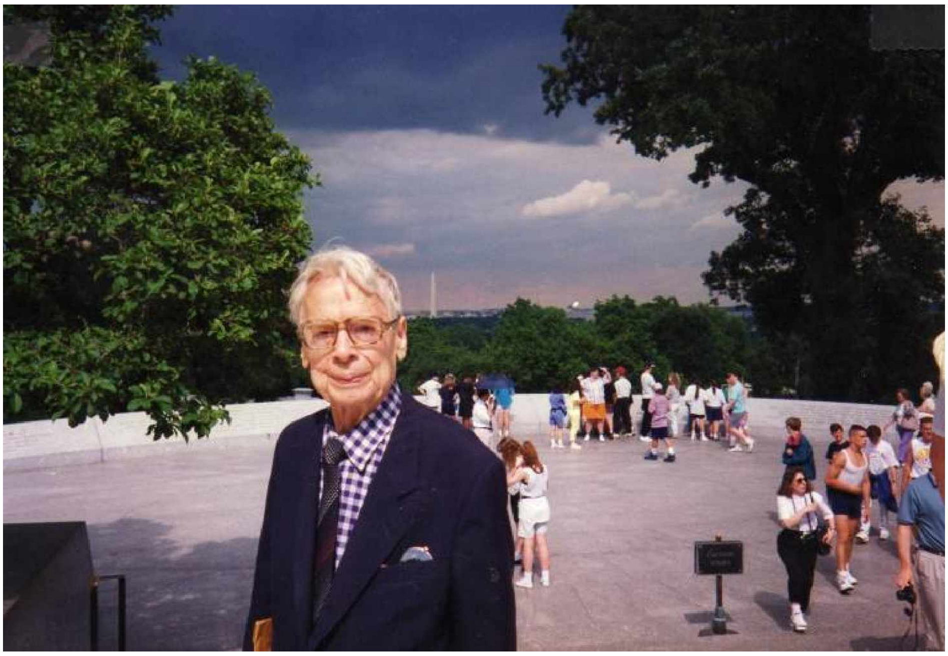
Когда лекция кончилась и затихли аплодисменты, Б.В. подошел ко мне помог подняться со стула, взял меня под руку, и мы тихохонько буквально поползли в сторону ступенек, ведущих со сцены. Тут я неосторожно пошутил: «Б.В., а ведь все думают, что это я Вас веду, а не Вы меня...» Б.В. остановился, содрогаясь от смеха, и сказал: «Нельзя так шутить, И.А.! А то ведь мы с Вами, и правда, – упадем!»

В один из дней было то самое интервью, которое провели с Б.В. Нозер Сингпурвалла и Ричард Смит, сопровождавший Б.В. из Университета Сев. Каролины в Вашингтон. Интервью проходило в кабинете Нозера, участвовали еще я и Дима Гнеденко.

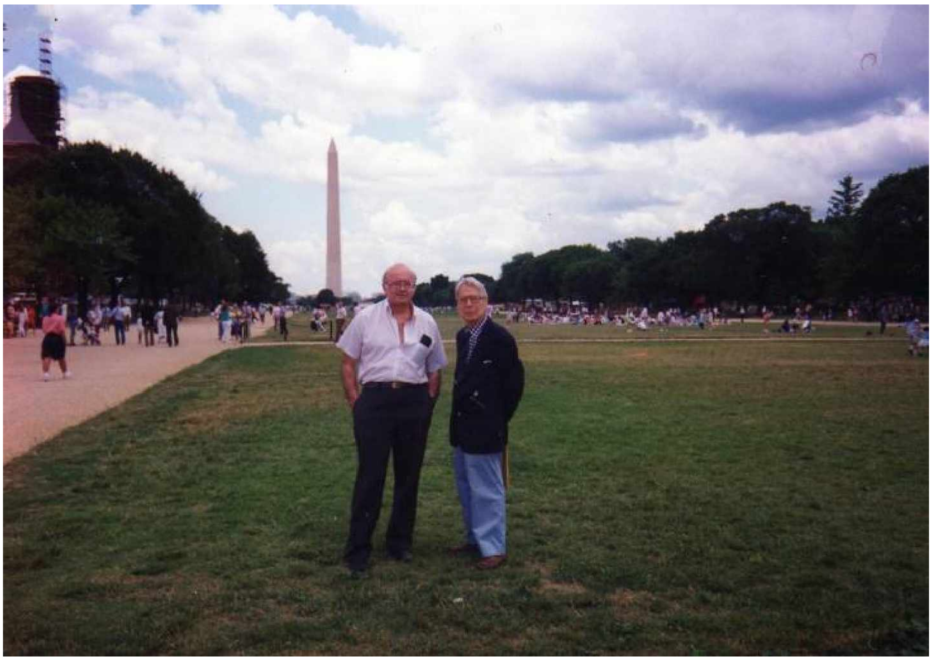


В один из вечеров к нам в гости пришел Джим Фолк со своей женой Джин. Кажется, именно тогда мы с Б.В. «завербовали» Джима в качестве переводчика нашей книги с моего английского на общечеловеческий и общего редактора, хорошо понимающего конъюнктуру американского книжного рынка.

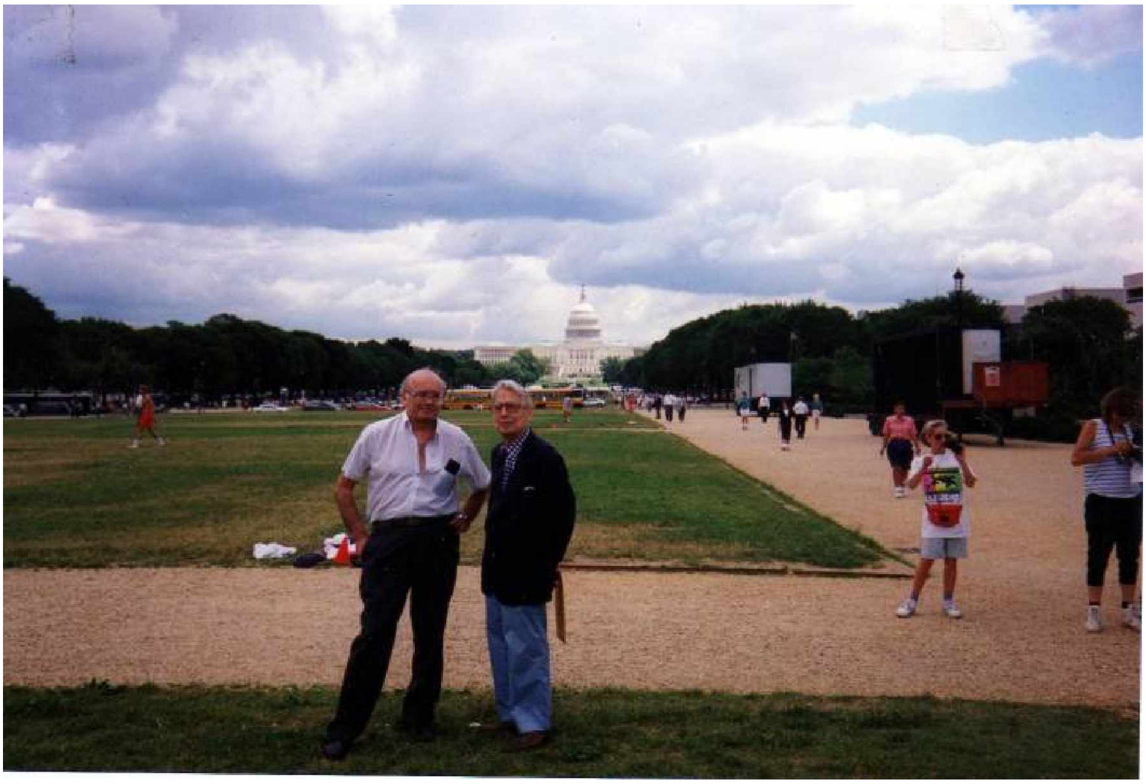
Мы с Б.В. много гуляли по Вашингтону. Меня спасало, что он щадил меня после операции. Но именно с его помощью я быстро обрел физическую форму. Когда мы были на знаменитом Арлингтонском кладбище, Б.В. пошутил: «Вот мы с Вами на встрече с будущим»...



Мы говорили о многом, но, пожалуй, меньше всего на профессиональные темы. Б.В. был большой знаток и любитель литературы, музыки, живописи... Однажды я сказал, что мне у Мендельсона, кроме скрипичного концерта, мало что нравится. Б.В. не стал меня распекать за незнание музыки или разъяснять что и чем хорошо у Мендельсона. Он сказал мне просто: «Вы просто послушайте его побольше, он Вам понравится...» И ведь именно так и произошло! Теперь диски с музыкой Мендельсона стоят у меня рядом с Рахманиновым, Бетховеном и Моцартом.



В другой раз, я покаялся, что с детства не люблю Пушкина: мозгами понимаю, что он гений, а сердцем не чувствую... «К Пушкину приходят с возрастом...» Но тут пока я, видимо, еще не созрел...



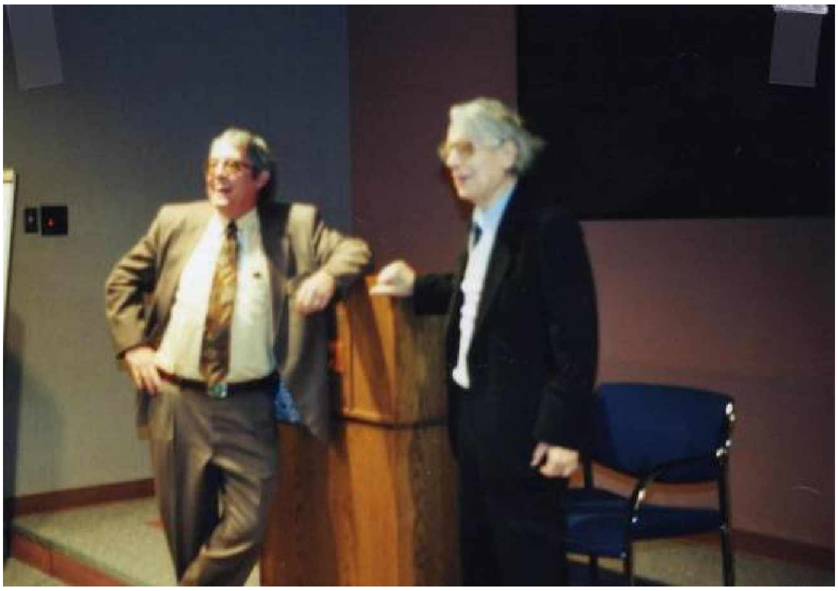
Ну, и конечно же, вечерами бурная социальная жизнь: вашингтонские математики устраивали в честь Б.В. ужины у себя дома. На всех этих встречах Б.В. был всегда центром притяжения. В обычной американской интернациональной обстановке Б.В. очень пригодилось знание, помимо английского, еще и немецкого с французским...

США-91

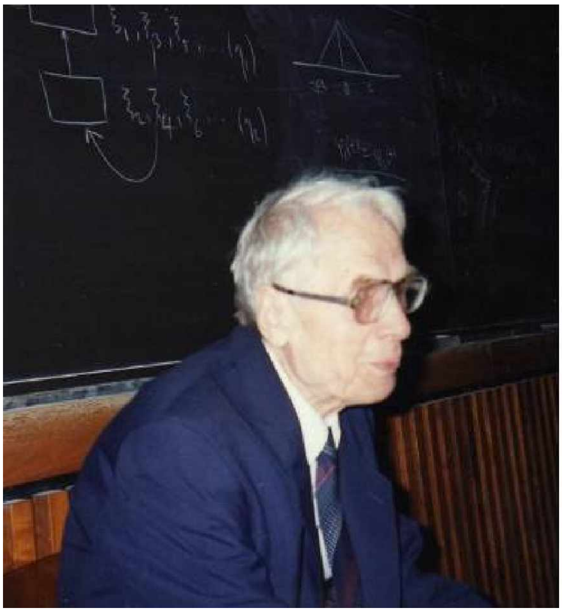
Прошло два года, и Б.В. опять приехал в Вашингтон. На этот раз мне удалось устроить приглашение практически от ведущей в то время телекоммуникационной компании MCI.. Болезнь заметно прогрессировала, хотя Б.В. и не показывал вида. Он вообще никого не нагружал своими личными проблемами, хотя нам было видно, что он быстрее устает...

Но все равно, он всегда был в центре любой дискуссии, глаза его светились обычным интересом к самым различным проблемам. Несмотря на проблемы со здоровьем, он составил для себя план турне по научным центрам, которые его пригласили.

Первым визитом стало посещение штаб-квартиры MCI, расположеббой невдалеке от Далласа – столицы штата Техас. На весьма людной встрече в большом актовом зале Б.В. был представлен аудитории Крисом Харди, который был тогда Chief Scientist в компании. Он рассказал, как быстро он убедил руководство фирмы пригласить Б.В.: «Я сказал Президенту, что для нас принять профессора Гнеденко, это все равно что для Лос-Аламосских Лабораторий принять в свое время Норберта Винера». На фото внизу Крис Харди представляет Гнеденко работникам компании.



После того, как Харди представил его, Б.В. неспешно начал свою лекцию, затронув ряд проблем, стоявших в то время перед компанией. Всю лекцию на сей раз он провел сидя на сцене: сказывалось плохое самочувствие после длительного перелета.



Через день Б.В. и мы с Димой вылетели в Бостон, в Гарвардский Университет, где нас встретил Евгений Литвак, один из лучших моих аспирантов, который работал в университете. На фото внизу (слава направо): Е.Литвак, Д. Гнеденко, Б.В. и автор)

Поскольку аудитория была «не слишком математической», Б.В. выбрал тему: «Теория вероятностей и математической статистики от средневековья до наших дней». Нужно сказать, что Б.В. всегда удивительным образом чувствовал аудиторию уже заранее, да и в процессе перестраивался, чтобы увлечь аудиторию, как можно больше.

HARVARD SCHOOL OF PUBLIC HEALTH
Department of Biostatistics
677 Huntington Avenue Boston, Massachusetts 02115
(617) 432-1056
FAX: (617) 739-1781
Internet.dept@biostat.harvard.edu

COLLOQUIUM SERIES

Professor Boris V. Gnedenko

Chairman, Department of Probability Theory
Moscow University

will speak on

"Probability Theory and Mathematical Statistics from Medieval to Modern Times"

Monday, December 13, 1993
4:00 - 5:00 p.m.
Kresge, Room G-3

Coffee, tea and cookies
3:30 - 4:00 p.m.
Outside Kresge, Room G-3

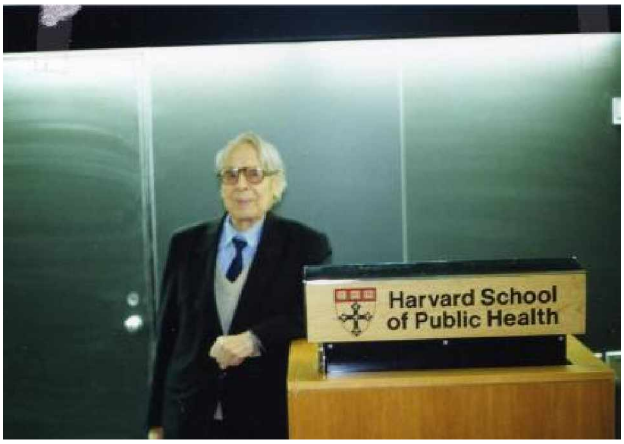
ABOUT THE SPEAKER: Professor Gnedenko is one of the greatest living probabilists. His contributions to probability theory and statistics have ensured his place in the history of Mathematics. His results in limit distributions of ordered statistics and summation of random variables are classical. He was one of the creators of Queuing Theory and Reliability Theory. Professor Gnedenko was a pupil, colleague, co-author and a personal friend of Professor Andrey Kolmogorov, one of the creators of Modern Probability Theory. Among their joint publications is the well known book *Limit Distributions for Sums of Random Variables*.

Professor Gnedenko wrote a comprehensive and intriguing historical review which was published in the last edition of his famous *The Theory of Probability*. This textbook has been standard for many generations of mathematicians.

Professor Gnedenko is an Honorary Member of the American Statistical Society and the Royal Statistical Society as well as an Honorary Professor at the University of Berlin and the University of Athens.

This talk is co-sponsored by SOTAS Inc., Rockville, Maryland.

Б.В. был, что называется, в ударе. Я знал, что история математики - «конек» Б.В., но не представлял, как интересно можно рассказывать о казалось бы слишком формальных вещах...



Сразу после лекции было обязательное измерение давления. Дима мастерски справлялся с обязанностями семейного врачевателя: знал, когда и что надо дать отцу...

Это была, кажется, последняя серьезная поездка Б.В... Время неумолимо разрушало его организм, болезнь уже вышла из-под контроля. Но он продолжал много трудиться, писал одновременно несколько книг.

Когда я последний раз навестил Бориса Владимировича в Москве летом 1995 года, он уже практически не вставал со своего кресла в гостиной. Я привез ему нашу только что вышедшую книгу *Probabilistic Reliability Engineering*. Вторая книга, *Statistical Reliability Engineering* написанная нами совместно с Игорем Павловым, вышла только в 1999 году... Борис Владимирович ее уже не увидел...

ПРИМЕЧАНИЯ

Attantion!

The Russian version of the articles
is not authentic to the English ones.

Внимание!

Русский вариант размещённых в журнале статей
не аутентичен соответствующему варианту статей
на английском языке.

ISSN 1932-2321

http://www.gnedenko-forum.com/Journal/index.htm