

# RELIABILITY:

## Theory & Applications

Vol.2 No.1, issue of March, 2007

Electronic Journal  
Of International Group On Reliability

Sun Diego



ISSN 1932-2321

© "Reliability: Theory & Applications", 2007

© I.A.Ushakov, 2007

© A.V.Bochkov, 2007

<http://www.gnedenko-forum.org/Journal/index.htm>

**All rights are reserved**

The reference to the magazine "Reliability: Theory & Applications"  
at partial use of materials is obligatory.

Journal of International Group on Reliability

---

**RELIABILITY:  
THEORY  
& APPLICATIONS**

No. 1 (Vol. 2)  
March 2007

**ISSN 1932-2321**

San Diego  
2007

## Editorial Board



### Editor-in-Chief

Igor Ushakov  
[igorushakov@gmail.com](mailto:igorushakov@gmail.com)



### Scientific Secretary

Alexander Bochkov  
[a\\_bochkov@yahoo.com](mailto:a_bochkov@yahoo.com)



### Associate Editor

Yu.K. Belyaev  
[yuri.belyaev@matstat.umu.se](mailto:yuri.belyaev@matstat.umu.se)



### Associate Editor

I.B. Gertsbakh  
[elyager@bezeqint.net](mailto:elyager@bezeqint.net)



### Associate Editor

I.N. Kovalenko  
[kovigo@yandex.ru](mailto:kovigo@yandex.ru)



### Associate Editor

M. Nikulin  
[M.S.Nikouline@sm.u-bordeaux2.fr](mailto:M.S.Nikouline@sm.u-bordeaux2.fr)



### English Technical Editor

Kristina Ushakov  
[kudesigns@yahoo.com](mailto:kudesigns@yahoo.com)

## Send your paper

e-Journal *Reliability: Theory & Applications* publishes papers, reviews, memoirs, and bibliographical materials on Reliability, Quality Control, Safety, Survivability and Maintenance.

Theoretical papers have to contain new problems, finger practical applications and should not be overloaded with clumsy formal solutions.

Priority is given to descriptions of case studies.

General requirements: papers have to be presented in English in MSWord format; desirably to be supplied with Russian version, since (at least now) most of readers are Russians.

The total volume of the paper (with illustrations) has to be not more than 15 pages (Times New Roman TTF - 12 pt - 1,5 intervals).

Publication in this e-Journal is equal to publication in other International scientific journals.

Papers directed by Members of the Editorial Boards are accepted without referring.

The Editor has the right to change the paper title and make editorial corrections.

The authors keep all rights and after the publication can use their materials (re-publish it or present at conferences).

Send your papers to

the Editor-in-Chief,  
Igor Ushakov  
[iushakov2000@yahoo.com](mailto:iushakov2000@yahoo.com)

or

the Scientific Secretary,  
Alexander Bochkov  
[a.bochkov@gmail.com](mailto:a.bochkov@gmail.com)

## List of contents

### On English

---

<b>Igor Ushakov</b> IS RELIABILITY THEORY STILL ALIVE?.....	6
<b>M. Nikulin, L. Gerville-Réache, V. Couallier</b> <b>NEW BOOK!</b> STATISTIQUE DES ESSAIS ACCÉLÉRÉS .....	20
<b>Sumantra Chakravarty</b> ADAPTING BASS-NIU MODEL FOR PRODUCT DIFFUSION TO SOFTWARE RELIABILITY .....	22
<b>G. Tsitsiashvili</b> ASYMPTOTIC ANALYSIS OF LOGICAL SYSTEMS WITH UNRELIABLE ELEMENTS .....	34
<b>E. Aliguliyev</b> OPTIMIZATION PROBABILITY OF THE UNFAILING WORK OF A NETWORK WITH USE OF STATISTICAL TESTS ON A MONTE-CARLO METHOD .....	38
<b>M. Kaminskiy</b> RISK ANALYSIS OF MILITARY OPERATIONS .....	41
<b>I. Ushakov</b> COUNTER-TERRORISM: PROTECTION RESOURCES ALLOCATION. PART III. FICTIONAL “CASE STUDY” .....	50

### On Russian

---

<b>И. Ушаков</b> ЖИВА ЛИ ЕЩЕ ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ?.....	66
<b>Г. Цициашвили</b> АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕНАДЕЖНЫМИ РЕБРАМИ.....	84
<b>Э. Алигулиев</b> ОПТИМИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО .....	88
<b>И. Ушаков</b> АНТИ-ТЕРРОРИЗМ: РАЗМЕЩЕНИЕ РЕСУРСОВ ЗАЩИТЫ. ЧАСТЬ III. УСЛОВНЫЙ ПРИМЕР.....	91
<b>Г. Цициашвили</b> ВОСПОМИНАНИЯ О ВЛАДИМИРЕ ВЯЧЕСЛАВОВИЧЕ КАЛАШНИКОВЕ.....	101
<b>А. Андронов</b> ПРОФЕССОР КОРДОНСКИЙ – ИССЛЕДОВАТЕЛЬ И УЧИТЕЛЬ.....	103

## IS RELIABILITY THEORY STILL ALIVE?

---

**Igor Ushakov**

•  
San Diego, California, USA  
e-mail: [igorushakov@gmail.com](mailto:igorushakov@gmail.com)

At the banquet held during closing of the MMR-2004 Conference (Santa Fe, USA), one of the most prominent specialists on Reliability Theory, Professor of The George Washington University Nozer Singpurwalla was a host of the discussion during the dinner. The topic he chose was a bit provocative: "IS RELIABILITY THEORY STILL ALIVE ?" Even the question itself led to a furious reaction of the conference participant: "Yes! It is alive! It is flourishing!"

What is going now if even such a question was suggested to the audience by such a serious mathematician who dedicated all his talent to developing Reliability Theory?

It seems to me that Professor Singpurwalla is right asking such a question. Though an answer to this question is not so simple. Being in a position a "mammoth" (if not a dinosaur J) in Reliability Theory, I take a brevity to discuss this difficult question.

### **FACTORS THAT DETERMINED IN THE PAST AND DETERMINE NOW RELIABILITY THEORY**

1. A theory always germinates in the depth of practical problems.

Let us recollect when the first boom of Reliability Theory happened. It was the Korean War time (1950-53). Military equipment of the both opposing sides developed in the years of the "Cold War" very intensively: Soviet and American hawks competed at armament race. Equipment became more and more sophisticated, more and more complex and – as a result – more and more unreliable. Both sides lose huge money due to unreliability, and of course Americans were the first who began to develop Reliability Theory: they always could count money better.

First, the US engineers paid more attention to quality control, reliability engineering and maintenance. Institute of Radio Engineers (IRE) and later Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE) called annual Symposia on Reliability and Quality Control (R&QC) and published Proceedings. At the beginning of 60s, a real tsunami of publication on reliability hit the engineering communities...

A little later (as usual!) activity in this area began in the former Soviet Union. Academician Axel Berg coined a phrase: "Reliability is the problem number №1 !"

Thus, there appeared the problem that had to be solved fast and efficiently.

2. Decreasing interest to Reliability Theory.

First reason is objective: equipment now is much more reliable than earlier. If vacuum lamps in electronic equipment in 50-60s had MTTF about at most hundreds hours, today's microchips that can perform much more complex operations have failure rate  $10^{-8}$  1/h and less.

It is clear that reliability problems moved to the system level rather than component level.

### 3. Oversaturation of the "scientific market".

A theory should always go ahead of needs of practice. Otherwise it will take a hand on the pulse of a dead man J... However, one can say that modern reliability theory ran too far from practical engineering needs or even went to dead ends of "exotic" and practically useless mathematical exercises. Actually, practical reliability engineering has enough first class solution for today's problems. New "local" problems can be solved on the local levels.

Probably, for engineering companies, it is more effective way to solve current reliability problems is to invite specialists on a contract basis.

### 4. Beginning "theory for theory".

If you take a look at the first works on reliability of the end of 50s and of the beginning of 60s, you could see pure pragmatic nature of those works. Even "pure mathematicians" wrote for users rather than for themselves: their results were transparent and their applicability was evident. However, in the middle of 70s there appeared papers considering unrealistic models, math results began to be non-understandable with no common sense interpretation.

That situation led to definite discredit of Reliability Theory as a whole. This situation was expressed by one of leading specialist in reliability engineering: "The reliability Theory is for those who understand nothing in reliability. Those who understand reliability, they design and produce reliable equipment!"

(Unfortunately, such position led to a catastrophe with Soviet "Soyuz-1" when due to a failure at the cabin sealing three Soviet astronauts died during landing: Sputnik's designers forgot that relay schemes have two types of failures: false opening and false closing.)

Nevertheless, indeed, pragmatism of theoretical reliability works went down dramatically...

### 5. Aspects of "modern fashion" in technology.

Once I asked my old friend Robert Machol, who is known for his book "System Engineering", why did a new direction "Management Science" appear? Initially, it was Cybernetics, then Operations Research has been coined, and now we have Management Science... "You already answered on your own question: this is a problem of fashion changing! Who will pay for an old dress? It is assumed that new is better than old!" – answered Machol.

Of course, it was a joke though, as it said, any joke contains a *bit of joke*.

### 6. Moving a "center of gravity" of the problem.

At its first steps, Reliability Theory paid its main attention to problems of field data gathering methodology and data inference. In the modern theory the system analysis became the main topic. At the same time, giant technological systems like telecommunication, transportation, computer networks or oil and gas distributing systems need specific methods rather than general ones. Very often a solution for one particular type of the system is absolutely inapplicable for another. However, any specific solution is based on the fundamental results of common reliability theory.

Thus, as Marc Twain said, the hearsay about the death of reliability are premature, though the age of its flourish doubtlessly is behind...

## RELIABILITY WORKS IN THE FORMER SOVIET UNION.

In the end of 50s there appeared first publications on reliability, and in 1958 the First All-Union Conference on Reliability took place in Moscow.

Informal scientific groups began to form in Moscow, Leningrad, Kiev and Riga...

### Moscow school of Reliability.

First group was formed in Zhukovsky (B. Vasilyev, G. Druzhinin, M. Sinitsa) and one of the Military R&D Institute of Defense Ministry (V. Kuznetsov, I. Morozov, K. Tsvetaev).

At the same time at the Popov Society, a brilliant manager Jacov Sorin organized Reliability Chapter where the main role played R. Levin. Then in 1959 J. Sorin established the very first Reliability Department at one of the industrial institutes of the Military-Industrial Complex of the former USSR.

From the very first days of the department existence, Academician Boris Gnedenko and Professors of the Moscow State University Alexander Solovyev and Yuri Belyaev collaborate with this department. A well known statistician – Jacov Shor from one of Military R&D Institutes joined them. Those scientists with J. Sorin and the first employee of the department Igor Ushakov became official consultants on reliability at the State Bureau on Standardization (Gosstandard) and later form the Scientific Council on Reliability.

In 1962 B. Gnedenko I J. Sorin established at the Moscow State University weekly Seminar on Reliability for engineers. It was a very popular event attended by tens of practical engineers. That Seminar was led by B. Gnedenko with help of A. Solovyev, Yu. Belyaev and I. Kovalenko.

Tandem "Sorin-Gnedenko" has been successfully existing about 25 years and has performed a huge organizational and educational work.

Approximately in a year, J. Sorin established Moscow Reliability Consulting Center, and as the Director of the Center appointed B. Gnedenko as a Scientific Lead of the organization and I. Ushakov as its Scientific Coordinator.

A number of Doctors of Sciences and Professors collaborated with the Center, among them A. Aristov, I. Aronov, Yu. Belyaev, B. Berdichevsky, E. Dzirkal, F. Fishbein, J. Shor, A. Solovyev, R. Ulinich, I. Ushakov, and others. They performed everyday's consulting for industrial engineers and twice a month there were three 2-hour lectures. More than 50% of attendees were not from Moscow. They came from various parts of the former Soviet Union: Far East and Baltic Republics, Ukraine and Caucasus Republics.

In 1969 J. Sorin established the journal titled "Reliability and Quality Control" and became its first Editor, taking B. Gnedenko, J. Shor and I. Ushakov as his deputies.

Approximately at the same time, the Publishing House "Soviet Radio" (later "Radio and Telecommunication") established Editorial Council headed by B. Gnedenko. It began to publish series named "Library of Reliability Engineers". Books of the series played significant role in educating reliability engineers all over the former Soviet Union.

In the middle of 70s, a respectful academic journal "Technical Cybernetics" (translated and published in the USA as "Soviet Journal of Computer and System Sciences") established a special Section "Reliability Theory".

It is difficult to name all those who belong to the Moscow reliability school, nevertheless I should mention A. Aristov, I. Aronov, V. Gadasin, Yu. Konyonkov, G. Kartashov, I. Pavlov, A. Rajkin, R. Sudakov, O. Tyoskin, V. Shper.

Talking about Moscow Reliability School, it is reasonable to mention two books that reflected many results in Reliability Theory.



First of all, it was an excellent book "Mathematical Methods in Reliability" by B. Gnedenko, Yu. Belyaev and A. Solovyev [ 1 ]. The book was translated into English [ 2 ]. Even now, 40 years after the publication, this book and the book by R. Barlow and F. Proschan book [ 3, 4 ] that was translated into Russian [ 5, 6 ], remain the best best monographs on the subject.

Secondly. It was "Handbook on Reliability" by B. Kozlov and I. Ushakov [ 7 ] that had several editions [ 8 – 9 ] and translations [ 10 – 14 ]. This handbook remained many years a table book for reliability engineers.

### **Leningrad Reliability School.**

In 1959 at one of Leningrad R&D Institutes of Shipbuilding Ministry has been established the first Reliability Department headed by I. Malikov. In the same year I. Malikov, A. Polovko, N. Romanov and P. Chukreev, who led the Leningrad Reliability School, published first Russian book "Fundamentals of Reliability Calculation" [ 15 ]. The book contained only 139 pages, but it was the first book where one could find systematic description of an elementary knowledge in reliability theory.

Soon in Leningrad A. Polovko founded Leningrad Reliability Center.

In 1964 A. Polovko published the very first monograph on Reliability Theory [16] that was the first Russian book on the subject translated into English [ 17 ].

Leningrad Reliability School gave several significant names: G. Cherkosov, L. Gorsky, I. Ryabinin, N. Sedyakin, I. Shubinsky and others.

### **Kiev Reliability School.**

In Kiev Military Radio Engineering Academy flourished a group headed by N. Shishonok: L. Barvinsky, B. Kredentser, M. Lastovchenko, A. Perrote, V. Repkin, S. Senetsky. Under Shishonok's editorial leadership it was published "Fundamentals of Reliability Theory for Electronic Equipment" [ 18 ].

In parallel, at Kiev State University and later in Cybernetics Institute appears a very strong group consisted mostly of pupils of B. Gnedenko. This group dealt with general stochastic processes theory applied to queuing and reliability problems. In this group there were such outstanding scientists like Academicians I. Kovalenko and V. Korolyuk, and such specialists like V. Anisimov, V. Volkovich, T. Maryanovich, A. Turvin, V. Zaslavsky and others.

### **Riga Reliability School.**

Founder of Riga Reliability School was Kh. Kordonsky who was a Chair of Department at Riga Institute of Civil Aviation. His pupils – A. Andronov, I. Gertsbakh and Yu. Paramonov.

Probably this group was specifically practice oriented. In 1963 Kh. Kordonsky published his book [ 19 ], in which some reliability models were discussed, then in 1969 I. Gertsbakh published his book [ 21 ], that is, probably, the best book on maintenance problem.

Kh. Kordonsky, following his Moscow and Leningrad colleagues open a regular seminar on reliability theory for engineers.

Independently at the same time in the same area V. Leontiev and V. Levin have been working.

### **Irkutsk Reliability School.**

Reliability problems in Siberia were related mostly to energy systems. Director of Siberian Energy Institute Academician Yu. Rudenko led those researches gathering a group of young scientists (N. Voropai, G. Kolosok, L. Krivorutsky, V Zorkaltsev and other). For the work related to survivability analysis of All-Union Energy system, Yu. Rudenko and I. Ushakov were honored by prestigious Academy of Sciences' Krzhizhanovsky Prize. They published together the first book on energy systems reliability [ 22, 23 ].

Famous Rudenko's Seminars in Baikal Lake area attracted not only by exotic place... Among participants there were such specialists like E. Chervony, Yu. Guk, N. Manov, E. Stavrovsky, M. Sukharev, E. Farkhad-Zadeh, M. Cheltsov, M. Yastrebenetsky and other.

Of course, the list could be continued: Tashkent, Gorky, Kharkov, Minsk, Tbilisi, Erevan and Vladivostok should be mentioned here.

### **Brief history of development Reliability Theory in the former Soviet Union.**

As already was mentioned, the first steps in Reliability Theory developing were done in the USA. However, Soviet statisticians and engineers began to work in that direction with a small delay.

This brief review does not target to be complete, though I believe that some analysis of theoretical ideas developed in the Soviet Reliability School should be done.

Interesting method of analysis of confidence estimates of system reliability based on non-failure tests of its components was suggested by R. Mirny and A. Solovyev [ 24 ]. Then some general results based on Monte Carlo simulation were obtained by Yu. Belyaev [ 25, 26 ]. Many new analytical results afterwards were obtained by I. Pavlov [ 27 – 29 ], R. Sudakov [ 30 ] and O. Tyoskin [ 31 ].

Many works were related to analysis of complex systems with degradation of the operational level (partial failures). Indeed, hardly a complex system might be characterized by simple binary criteria of type "yes-no" [ 32-34 ].

The proofs of too limit theorem for stochastic point processes played significant role in further development of methods of analysis of repairable system.

First Hungarian A. Renyi [ 35 ] proved theorem concerning asymptotical "sifting" of stochastic point process, and approximately at the same time G. Ososkov [36] proved theorem concerning asymptotical superposition of the processes of the same type. Afterwards Yu. Belyaev, B. Grigelionis and I. Pogozhev generalized those results. Their results permitted to develop convenient approximate practical methods for reliability analysis of complex repairable (renewable) systems [ 37 ].

B. Gnedenko [ 38, 39 ] was the first investigator of asymptotic methods of reliability analysis of repairable (renewable) systems in the beginning of 60-s. He considered a duplicated renewable system and proved that asymptotic distribution (under condition of "fast repair") of the system time to failure is exponential and does not depend on the distribution of the repair time. This work opened a new direction in Reliability Theory that was successfully developed, first of all, by I. [ 40 - 42 ] Kovalenko and A. Solovyev [ 43 - 46 ].

Interesting ideas of semi-Markov processes aggregation related to reliability problems were suggested by V. Korolyuk and A. Turbin [ 47 – 48 ], and afterwards these ideas were developed in a series of works [ 49 – 50 ]. Interesting applications to Reliability Theory contains in the works by V. Anisimov [51] and D. Silvestrov [ 52 ].

Methods of optimal redundancy were developed in [ 53 - 57 ]. Some results from these works were used for preparation of Military Standards.

Such important direction of Reliability Theory as accelerated testing appeared in the very beginning of activity of Soviet specialists on reliability. Here works by N. Sedyakin [58], I. Gertsbakh and Kh. Kordonsky, [59], G. Kartashov, A. Perrote and K. Tsvetaev [ 60 ] have to be mentioned first of all. Models od accelerated tests with time-dependent loading were considered by V. Bagdanavichus and M. Nikulin [ 61 ].

Concluding this brief review, it is necessary to mention an excellent book edited by B. Gnedenko [ 62 ], in which many results of Soviet School on Reliability Theory have been summed up.

\* \* \*

Evidently, these brief notes could not mention everybody who made an input into Reliability Theory and its practical implementation. Moreover, such brief review almost always suffer from author’s subjective viewpoint. Actually, writing such review is a very dangerous thing: the author can offend his friends and colleagues who appears out of the review...

The flow of publications in Reliability Theory is very intensive. A new generation of specialists in reliability can loose their orientation in these trouble waters of books and papers on the subject.

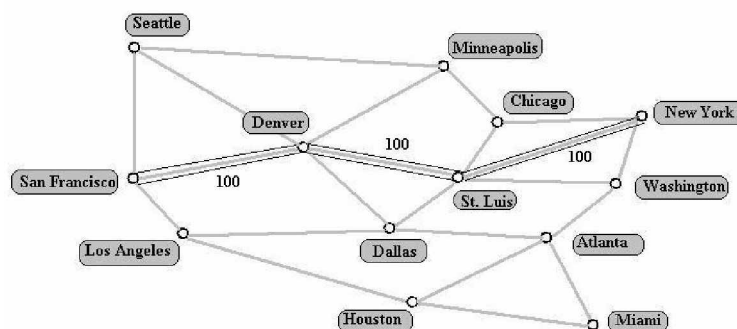
We have our Gnedenko Forum. Maybe it is reasonable to arrange rating of books on reliability?

Below I am presenting examples of some practical problems that I solved last years, working for several American companies.

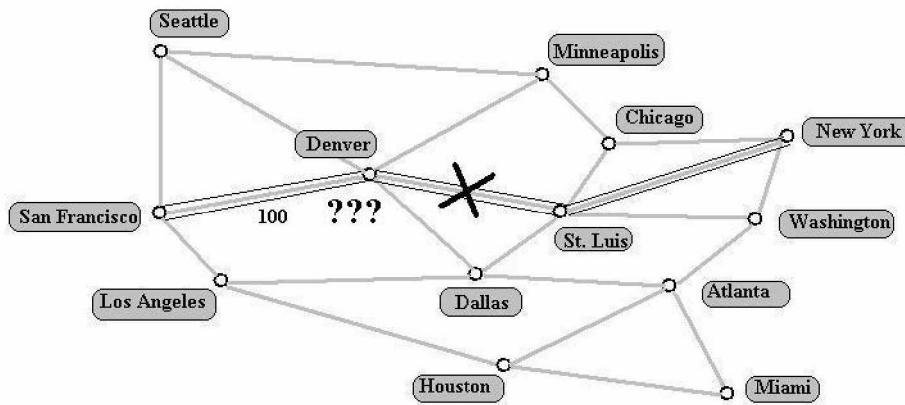
### EXAMPLES OF SOLUTION OF PRACTICAL PROBLEMS

#### Computer model of survivability analysis of the telecommunication network (for US company MCI)

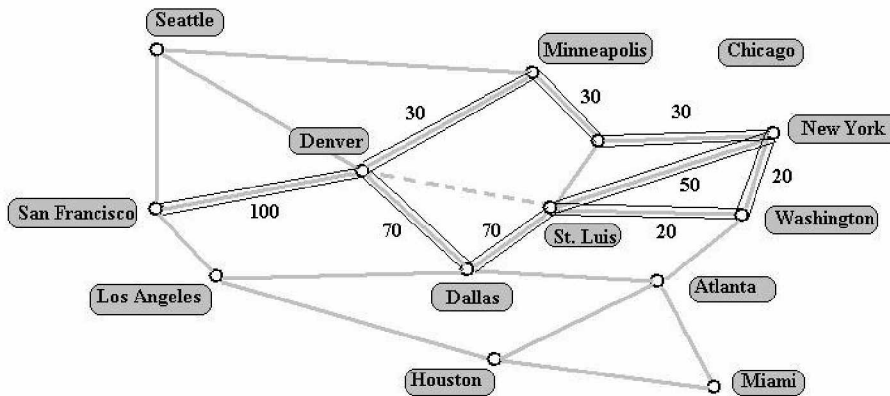
The problem of optimal allocation of traffic after catastrophic failure is considered. Matrix of traffic between various pairs of nods and capacity of trunks are taken into account. Let us assume that the traffic between San Francisco and New York iz such as presented in the figure below.



The model is working in interactive regime: a user would like to look at the network reaction on failure (or emergency turn off) of the trunk between Denver and St. Luis.



The model calculates new input data (loss of the trunk) and finds a new optimal traffic allocation between San Francisco and New York, taking into account minimum "harm" for other system users.



This computer model has been used for control of real telecommunication network.

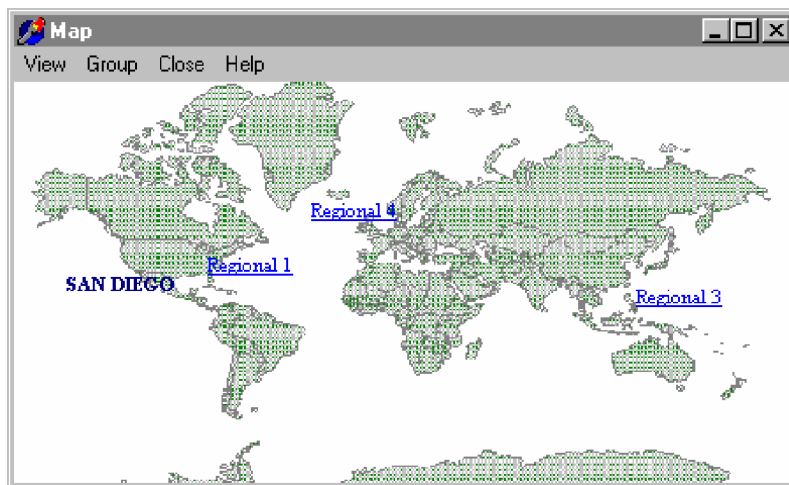
**Computer model for optimal allocation of spare parts for base stations of satellite telecommunication system GlobalStar**



GlobalStar system uses low-orbit satellites that move around the Earth by spiral trajectories, covering practically all regions. It was planned to have about hundred ground base stations. Each such station might have its own configuration depending on the population density in the station zone, access to other communication systems, etc.

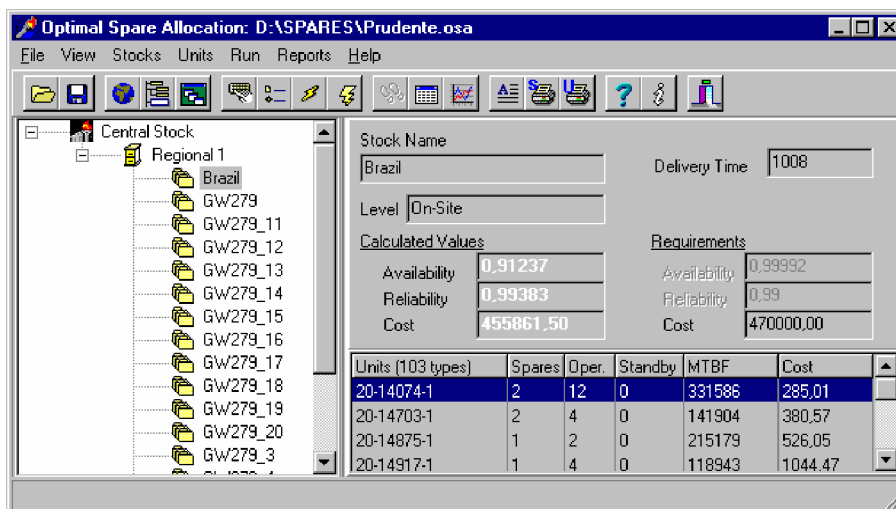
In a situation when each station might have an individual optimal allocation plan, the only possibility to solve the problem was designing of a computer model. Educated managers almost immediately understood that Neanderthal methods of type "5% of operating units, though not less than one" did not work.

It was also clear that spare supply from a single center is absolutely unreasonable. So, there were Central storage in San Diego (California) and three regional storages.



A computer model of optimal spare allocation allowed to get lists of spares for each individual base station taking into account capacity of the base station, the type of spares replenishment (periodical or by request), time of delivery and so on. Input data (failure rates of various units and its costs) were kept in a special database.

The user's window with the list of basestations within one of the regions is presented below.



For each ground base station, the model kept all necessary input data for calculating optimal spare allocation.

Part No	Name	Qty	Standby	Comments
20-14074-1	TFU Distribution CCA	12	0	TFU_RF Rack
20-14703-1	TFU Site Alarm CCA	4	0	TFU_RF Rack
20-14875-1	TFU Frequency Reference CCA	2	0	TFU_RF Rack
20-14917-1	ATM IC CCA	4	0	CIS_SBS Rack
20-14918-1	CCA, YMCA Interface	4	0	CCP Combo Rack
20-14918-1	CCA, YMCA Interface	4	0	GC Rack
20-14930-1	BCN IC 8 Port CCA	24	0	CIS_SBS Rack
20-18034-1	CCA, ALARM INTERFACE, BULKHEAD	2	0	TFU_RF Rack
20-26035-1	GW Receiver Card (GRcC) CCA	90	0	Receive Rack
20-26085-1	Digital Common CCA	7	0	Digital Rack
20-26115-1	GW UpConveror Card CCA	112	0	FL_GCU RACK
20-26195-1	Timing Freq. Dist. Card (TFDC) CCA	6	0	Receive Rack
20-26205-1	CCA FAILT MONITORING BRFAKFR	1	0	CCP Combo Rack

Two problems can be solved: (1) Find optimal number of spare units of each type to warranty maximum base station availability under limited total expenses; and (2) Find optimal number of spare units of each type that delivered total expenses under condition that availability was not less than specified level.

After the computation, the report printing was available in the form defined by the user.

**Stock Report**

**OPTIMAL Spare Allocation Report: Stocks**

Title:

Header:

Notes:

Unit Detail:

- Name
- MTBF
- Cost
- Operating
- Standby
- Spare
- Total Qty
- Spare Cost

Include into report:

- Logo
- UNIT DETAIL
- Header
- Level
- Notes
- Delivery Time
- Date
- Return Time

Requirements:

- Availability
- Reliability
- Cost

Calculated values:

- Availability
- Reliability
- Cost

Include stocks:

- All
- Selected
- Selected & Children

Sort units by:

- Part No
- Name
- Unit Cost
- Unit MTBF
- Spare Cost
- Spare Qty

Sort stocks by:

- Name
- Level
- Reliability
- Availability
- Cost
- Hierarchy

Buttons: Close, Preview, Print, Export, Help

An example of the report is given below.

QUALCOMM		OPTIMAL SPARE ALLOCATION STOCKS			
Stock: Brazil		Level: On-Site		Availability: 0,912372575375	
Spare unit delivery time: 1008				Reliability: 0,993832202067	
				Cost: 455861,50	
Unit data:					
Part No	Name	MTBF	Cost	Spare	Spare Cost
20-14074-1	TFU Distribution CCA	331386	28,5,01	2	570,02
20-14703-1	TFU Site Alarm CCA	141904	380,57	2	761,14
20-14875-1	TFU Frequency Reference CCA	215179	526,05	1	526,05
20-14917-1	ATM IC CCA	118943	1044,47	1	1044,47
20-14918-1	CCA, YMCA Interface	66667	92,42	3	277,26
20-14930-1	BCN IC 8 Port CCA	102364	609,74	3	1829,22
20-18034-1	CCA, ALARM INTERFACE, BULKHEAD	166667	178,44	1	178,44
20-26035-1	GW Receiver Card (GRc) CCA	78468	1301,53	6	7809,18
20-26085-1	Digital Common CCA	133333	788,14	2	1576,28
				12	15218,64

**Finding size of maintenance zones, number of servicemen and location of the maintenance center within the zone for serving users of satellite telecommunication system**

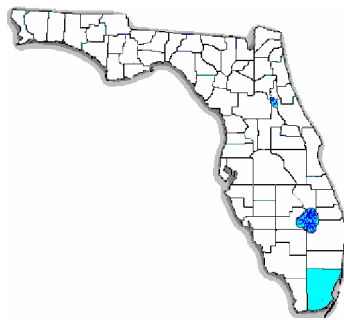
There were data of request rate obtained from a previous history of the maintenance system operation in different counties of Florida State (there are several tens of such counties)

County	Number of requests	Area	Rate (number of requests per day)
Alachua	8	902	0.148148
Baker	0	585	0
Bay	9	758	0.166667
Bradford	3	293	0.055556
Brevard	16	995	0.296296
Broward	70	1211	1.296296
...	...	...	...
Wakulla	3	601	0.055556
Walton	8	1066	0.148148

The designed computer model gave a possibility of interactive solution. Such method has been chosen because the problem had a lot of non-formalized factors. For instance, a maintenance center of the zone should be chosen at some town rather than from pure geometrical considerations.

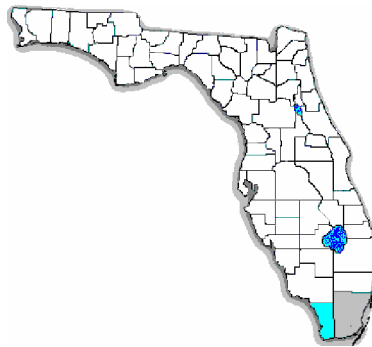
The designed algorithm based on directed enumeration with local step-by-step optimization. It was also taken into account an intuitive hypothesis that solution for, say, South Florida counties did not influence on the solution for Northern Florida counties.

The first county was chosen arbitrarily, though the maximum population density has been taken into account. Such county occurred to be Dade.

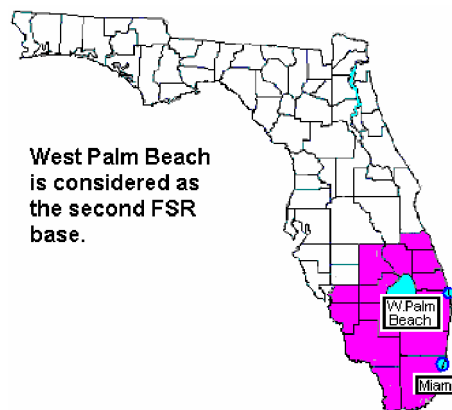


. After computing obtained maintenance parameters, it was clear that it is possible to add some neighbor county. Again informal hint for choosing the next county was that new two county should form a "compact area", i.e. this solution based on expert opinion. In this particular case the added county was

Monroe.



After multiple application of the described procedure, the first maintenance zone has been constructed.



Then in this zone one tried to split a single maintenance center into two (keeping the same total number of servicemen). It gave a possibility (again in interactive regime) to widen the maintenance zone.

After this first "macro step", the first maintenance zone became "frozen" and the same procedure is applied to find a next zone.



As the result of constructing new maintenance zones, only in Florida State alone estimated save was about \$400,000 a year due to best zoning, best location of maintenance centers and decreasing the staff.

## CONCLUSION

Reliability Theory is alive! However, it should be applied in a right direction. Probably, needs in pure theoretical researches is decreasing, nevertheless, there are many practical problems, which are waiting solutions.

Thus, since life is continuing, the need of solving practical problems in reliability and maintainability will exist always!

## BIBLIOGRAPHY

1. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. (1965) *Математические методы в теории надежности*. Москва, Наука.
2. Gnedenko, B.V., Belyaev, Yu. K., Solovyev, A.D. (1969). *Mathematical. Methods of Reliability Theory*. New York: Academic Press.
3. Barlow, R., and F. Proschan (1965). *Mathematical Theory of Reliability*. New York, John Wiley & Sons, NY.
4. Barlow, R., and F. Proschan (1975). *Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Probability models*. New York. John Wiley & Sons, NY.
5. Барлоу Р. и Ф. Прошан (1969). *Математическая теория надежности*. Под ред. Б.В. Гнеденко. Москва, Сов. Радио.
6. Барлоу Р., Ф. Прошан (1984). *Статистическая теория надежности и испытания на безотказность*. Под ред. И.А. Ушакова. Москва, Наука.
7. Козлов Б.А. и Ушаков И.А. (1966). *Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры*. Москва, Сов. радио.
8. Козлов Б.А. и Ушаков И.А. (1975) *Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики*. Москва, Сов. радио.
9. Ушаков И.А., редактор (1985). *Надежность технических систем: Справочник*. Москва, Радио и связь.
10. Kozlov, B.A., and I.A. Ushakov (1970). *Reliability Handbook*. New York, Holt, Rinehart and Winston.
11. Koslow, B.A., und I.A. Uschakow (1978) *Handbbuch zur Berechnung der Zuverlassigkeit in Elektronik und Automatentechnik*. Berlin. Akademie-Verlag.
12. Koslow, B.A., und I.A. Uschakow (1979) *Handbbuch zur Berechnung der Zuverlassigkeit fur Ingenieure*. Munchen – Wien. Carl Hansen Verlag.
13. Ushakov, I.A., editor (1989). *Prorucka Spolehlivosti v Radioelektronice a Automatizacni Technice*. Praha, SNTL.
14. Ushakov. I.A., editor(1994) *Handbook of Reliability Engineering*. New York, John Wiley & Sons.
15. Маликов И.М., Половко А.М., Романов Н.А. и Чукреев П.А. (1959) *Основы теории и расчета надежности*. Ленинград, Судпромгиз.
16. Половко А.М. (1964) *Основы теории надежности*. Москва, Наука.
17. Polovko, A.M. (1985) *Fundamentals of Reliability Theory*. Amer. Society for Quality.
18. Шишонов Н.А., Репкин В.Ф., Барвинский Л.Л. (1964). *Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники*. Москва, Сов. радио.

20. Кордонский Х.Б. (1963) *Приложения теории вероятностей в инженерном деле*. Москва, Физматгиз.
21. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. (1966). *Модели отказов*. Москва, Сов. Радио.
22. Герцбах И.Б. (1969) *Модели профилактики*. Москва, Сов. Радио.
23. Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. (1986). *Надежность систем энергетики*. Под ред. Л.А. Мелентьева. Москва, Наука.
24. Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. (1989). *Надежность систем энергетики*. Изд. 2-е. Под ред. Б.В. Гнеденко. Новосибирск, Наука.
25. Мирный Р.А., Соловьев А.Д. (1964). *Оценки надежности системы по результатам испытаний ее компонент*. В кн. Кибернетику на службу коммунизму, т.2. Москва, Энергия.
26. Беляев Ю.К., Дугина Т.Н., Чепурин Е.В. (1967). *Вычисление нижней доверительной оценки для вероятности безотказной работы сложных систем*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №2, 3.
27. Беляев Ю.К. (1968). *Об упрощенных методах построения доверительных границ для надежности систем по результатам испытаний компонент*. Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика, №5.
28. Павлов И.В. (1974). *Оценка надежности системы по результатам испытаний стареющих элементов*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 3.
29. Павлов И.В. (1976.) *Интервальное оценивание надежности системы по оценкам надежности ее компонент*. Надежность и контроль качества. №10.
30. Павлов И.В. (1982). *Статистические методы оценки надежности сложных систем по результатам испытаний*. Под ред. И.А. Ушакова. Москва, Радио и связь.
31. Судаков Р.С. (1974). *К вопросу об интервальном оценивании показателя надежности последовательной системы*. Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика. №3.
32. Тескин О.И. (1969). *Точные доверительные границы для надежности резервированных систем при безотказных испытаниях их элементов*. Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика, №4.
33. Ушаков И.А. (1960). *Оценка эффективности сложных систем*. В кн. «Надежность радиоэлектронной аппаратуры». М., Сов. радио.
34. Ушаков И.А. (1966). *Эффективность функционирования сложных систем*. В кн. «О надежности сложных систем». М., Сов. радио.
35. Дзиркал Э.В. (1974). *Задание и проверка требований к надежности сложных изделий*. М., Радио и связь.
36. Rényi, A. (1956). *Poisson-folyamat egy jellemzése*. (Венгерский). Ann. Math. Statist., Vol. 1, №4.
37. Ососков, Г.А. (1956). *Предельная теорема для потоков подобных событий*. Теория вероятностей и ее приложения, Том 1, №2.
38. Gnedenko, B.V., and I.A. Ushakov. (1995). *Probabilistic Methods in Reliability*. New York, John Wiley & Sons.
39. Гнеденко Б.В. (1964a). *О ненагруженном дублировании*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №4.
40. Гнеденко Б.В. (1964b). *О дублировании с восстановлением*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №5.
41. Коваленко И.Н. (1967). *Асимптотический метод оценки надежности сложных систем*. В кн. «О надежности сложных систем». М., Сов. радио.
42. Коваленко И.Н. (1975). *Исследования по анализу надежности сложных систем*. Киев, Наукова думка.

43. Коваленко И.Н. (1980). *Анализ редких событий при оценке эффективности и надежности систем*. М., Сов. радио.
44. Соловьев А.Д. (1968). *Предельные теоремы для процесса гибели и размножения*. Теория вероятностей и ее применения, №4.
45. Соловьев А.Д. (1970). *Резервирование с быстрым восстановлением*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №1.
46. Гнеденко Д.Б., Соловьев А.Д. (1974). *Одна общая модель резервирования с восстановлением*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №6.
47. Гнеденко Д.Б., Соловьев А.Д. (1975). *Оценка надежности сложных восстанавливаемых систем*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №3.
48. Королюк В.С., Турбин А.Ф. (1978). *Математические основы фазового укрупнения сложных систем*. Киев, Наукова Думка.
49. Королюк В.С., Турбин А.Ф. (1978). *Фазовое укрупнение сложных систем*. Киев. Вища школа.
50. Korolyuk, V.S., and Korolyuk, V.V. (1999). *Stochastic Models of Systems*. Kluwer Academic Publisher. Netherland.
51. Павлов И.В., Ушаков И.А. (1978). *Асимптотическое распределение времени до выхода из ядра полумарковского процесса*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №5.
52. Anisimov, V.V. (2000). *Asymptotic analysis of reliability for switching systems in light and heavytraffic conditions*. Recent Advances in Reliability Theory. Ed. by N. Limnios and M. Nikulin. Birkhauser, Boston-Basel-Berlin.
53. Сильвестров Д.С. (1976). *Об одном обобщении теоремы восстановления*. ДАН СССР. Серия А11.
54. Ушаков И.А. (1969). *Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений*. Москва, Сов. радио.
55. Райкин А.Л. (1971). *Вероятностные модели функционирования резервных устройств*. Москва, Наука.
56. Райкин А.Л. (1978). *Элементы теории надежности технических систем*. Под ред. И.А. Ушакова. М., Сов. Радио.
57. Волкович В.Л., Волошин А.Ф., Заславский В.А., Ушаков И.А. (1992). *Модели и методы оптимизации надежности сложных систем*. Киев, Наукова думка.
58. Гнеденко Б.В., редактор (1983) *Вопросы математической теории надежности*. Москва. Наука.
59. Седякин Н.М. (1966). *Об одном физическом принципе в теории надежности*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №3.
60. Кордонский Х.Б., Герцбах И.Б. (1966) *Модели отказов*. М., Сов. Радио.
61. Перротте А.И., Карташов Г.Д., Цветаев К.Н. (1968) *Основы ускоренных испытаний на надежность*. Москва, Сов. Радио.
62. Bagdanavichius, V., and M. Nikulin (1997). *Accelerated testing when process of production is unstable*. *Statist. and Probab. Letters*, Vol. 35.
63. Гнеденко Б.В., редактор (1983). *Вопросы математической теории надежности*. (Авт.: Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко, А.Д. Соловьев, И.А. Ушаков.) Москва, Радио и связь.



collection méthodes stochastiques appliquées dirigée par Nikolaos Limnios et Jacques Janssen

*Statistique des essais accélérés* constitue le premier ouvrage francophone exposant les principales idées et techniques utilisées en statistique des essais accélérés, en mettant l'accent sur les développements les plus récents de l'inférence statistique pour les modèles de vie accélérée et de dégradation.

Les méthodes développées dans ce livre permettent de porter un regard nouveau sur le traitement statistique des durées de vie en environnement dynamique dans le domaine de la fiabilité, de l'épidémiologie, de l'économétrie, ou encore de la démographie.

Cet ouvrage est destiné aux étudiants, doctorants, ingénieurs et chercheurs qui souhaitent développer leurs connaissances en modélisation statistique des durées de vie.

*Les auteurs*

Mikhail Nikulin est docteur en probabilités et statistique de l'Institut Steklov de Moscou et professeur de l'université Bordeaux 2. Il a été longtemps directeur de laboratoire et directeur d'UFR, il est actuellement membre de l'institut mathématique de Bordeaux.

Léo Gerville-Réache est docteur en mathématiques appliquées, maître de conférences de l'université Bordeaux 2 et membre de l'institut mathématique de Bordeaux. Il est vice-doyen de faculté depuis 2001.

Vincent Couallier est docteur en mathématiques appliquées, maître de conférences de l'université Bordeaux 2 et membre de l'institut mathématique de Bordeaux. Il est responsable du master professionnel Ingénierie statistique et fiabilité des universités de Bordeaux.

Mikhail Nikulin  
Léo Gerville-Réache  
Vincent Couallier

**Statistique des essais accélérés**



www.hermes-science.com

978-2-7462-1534-4



## ADAPTING BASS-NIU MODEL FOR PRODUCT DIFFUSION TO SOFTWARE RELIABILITY

---

**Sumantra Chakravarty**

e-mail: [sumontro@hotmail.com](mailto:sumontro@hotmail.com)

### INTRODUCTION

Software reliability growth is a well studied subject, perhaps starting with the classic work by Jelinski and Moranda [Jelinski 1972]. Applicability of reliability growth models is well established in where large (100 KLOC or more) software is written and maintained. Examples of such enterprises are application software, space exploration, telecommunication, etc. One can obtain the definition of standard terms (e.g., fault, failure) and operational summary of most widely used software reliability models from a document maintained by NASA Software Assurance Technology Center [Wallace].

Software reliability growth models address two important, but related, questions faced by the software industry: 1) How many remaining bugs are likely to be present in newly developed software and how much resources are needed for debugging to accepted level, 2) given that it is more expensive to fix a bug after software is released to the users, when it is economically prudent to release the software.

### SOFTWARE RELIABILITY GROWTH MODELS

Software reliability growth models (SGRM) generally assume a finite but random number of initial faults that are revealed as failures according to a Non Homogeneous Poisson Process (NHPP). Time dependence of NHPP (see [Ross 2003] for an introduction to stochastic processes) rate is supposed to capture all underlying effects including learning effects by the debug team [Goel 1979, Ohba 1984, Pham 1999]. Some models also claim to incorporate effect of introducing new bugs during the actual debug process. Operationally, most SGRMs resort to estimating the mean value function of the NHPP using observed failure data and maximum likelihood estimation procedure (see [Hoel 1996] for an introduction to maximum likelihood estimation).

Observed software failure data tends to be S-shaped. Thus, SGRM applications of NHPP choose an S-shaped mean value function depending on two or more parameters. Homogeneous Poisson Process (HPP) is also used as SGRM [Ohba 1984] because of parsimony. However, exponential distribution arising from HPP does not fit all software failure data. When a software suite is composed of dissimilar modules, hyperexponential distribution has been used to model software reliability growth [Ohba 1984].

NHPP is not the only family of stochastic models used to model software reliability growth. Weibull PDF has also been used to model time rate of bug appearance [Kenny 1993]. Weibull model is justified when debug effort increases with calendar time as a power law and this is the dominant effect in determining the number of remaining bugs. If the debug effort grows linearly with time, an exponential model is obtained.

A common theme in SGRM is to a process or, a distribution and fit some observed time sequence of failure times to the model. One model may successfully summarize some datasets and fail to summarize some other datasets. Thus, statistical goodness of fit measure is the only criteria that can be used to evaluate any given SGRM. Sum of Squared Errors (SSE), Akaike Information Criterion (AIC), and Chi-square tests have been used in the literature [Pham 1999].

## MODELS WITH RANDOM EXECUTION MEDIA

Software reliability growth models, except for the Jelinski-Moranda model [Jelinski 1972], described above assumes the number of bug to be a random quantity initially. We take the view that initial number of bugs in a code is fixed by unknown quantity. Execution media for the code provides a random environment. If different debug teams were to debug the same code, different realizations of fault detection would be achieved.

Ross has a model for software reliability growth starting with fixed number of bugs [Ross 2003]. However, practical use of the Ross model may be limited because it requires classification of faults according to the number of failures it causes. Lee et al. has recently attempted to model software reliability growth by a stochastic equation where random execution environment has been modeled by ad hoc Gaussian noise source [Lee 2004]. Lee model seems to fit much of the published data on software failures.

We posit another model for software reliability growth based on analogy with product diffusion of consumer durable goods. Bass-Niu (BN) formulation attempts to provide a proper stochastic formulation starting with fixed number of bugs in the code in the spirit of Jelinski et al., Ross and Lee at al. Bass model also provides interpretation of the parameters ( $p$  and  $q$ ) based on intrinsic complexity of the code and ability of a debug team. Bass-Niu model also attempts to solve a problem with NHPP based SGRM. Because NHPP assumes independent increments in disjoint time intervals, it is difficult to model introduction of new bugs within NHPP setting.

## BASS MODEL FOR PRODUCT DIFFUSION

Bass model for was introduced in the marketing research community to model production diffusion (adoption) of a durable (e.g., VCR) good [Bass 1969]. Let  $M$  be the size of the potential market and  $N(t)$  be the number of adoptions by time  $t$ . It is assumed that  $M$  is large and continuous approximation of  $N(\cdot)$  is justified. Product adoption is parametrized by to real positive constants  $p$  (coefficient of innovation) and  $q$  (coefficient of imitation). Bass postulates that time evolution of  $N$ , starting with no adoption at  $t=0$ , is described by the following (non-linear) differential equation.

$$\frac{dN(t)}{dt} = [M - N(t)] \left[ p + q \frac{N(t)}{M} \right]; t \geq 0$$

Let  $F(t)$  be the fraction of adoptions by time  $t$ . As  $M \rightarrow \infty$ , we have the Bass equation and the Bass formula (CDF) as its solution. Bass CDF is derived from the Bass equation in Appendix-A.

$$\frac{dF(t)}{dt} = [1 - F(t)] \cdot [p + qF(t)]; t \geq 0, F(0) = 0$$

$$\Leftrightarrow F(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \left(\frac{q}{p}\right) e^{-(p+q)t}}; t \geq 0, p > 0, q \geq 0 .$$

Classic Bass solution offers some desirable features observed in production diffusion.  $F(t)$  is S-shaped and has an inflection point. It also fits observed market data for many durable goods. However, transition from  $N(\cdot)$  to  $F(\cdot)$  assumes  $M \rightarrow \infty$ . This is difficult to justify in software reliability setting because it is not possible have infinite number of faults in a software with finite number of LOC (lines of code).

Notwithstanding this apparent difficulty, we will explore the similarities between the process of production and software reliability growth after introducing stochastic version of the Bass model.

**STOCHASTIC BASS-NIU MODEL**

Niu has provided a stochastic framework of the Bass model [Niu 2002]. Bass-Niu formulation of product diffusion is a pure-birth model (see [Ross 2003] for an introduction to pure-birth models) with birth rates:

$$\lambda_n = (M - n) \left[ p + q \frac{n}{M - 1} \right]; n = 0, \dots, M - 1 .$$

$$\lambda_M = 0$$

Coefficients  $p$  and  $q$  have same interpretation as in the classic Bass Model. Note that deterministic Bass equation involved  $M$  is the denominator of its RHS. However, difference of  $M$  and  $(M-1)$  is negligible as  $M \rightarrow \infty$ . Additionally, Niu has shown that

$$\lim_{M \rightarrow \infty} F_M(t) = \lim_{M \rightarrow \infty} E \left[ \frac{n}{M} \right] = F(t) .$$

$$F(0) = 0$$

Time dependence of RHS arises from taking expectation with respect to time dependent probability. Thus, the BN model converges in the mean to the Bass formula and this equation exhibits the connection between the two models. Everyone adopts the product by  $t \rightarrow \infty$  and  $F(\infty) = 1$ . This justifies calling the Bass fraction as a Cumulative Distribution Function (CDF). Niu also provides a differential equation for  $F_M(t)$ ,  $F(t)$  with finite  $M$ . We will not quote Niu’s derivation here for brevity. Instead, we will provide an elementary derivation for  $F_M(t)$  in Appendix-B.

Niu has found exact expressions for the asymptotic ( $M \rightarrow \infty$ ) of variance  $M$  [Niu 2005].



$$\psi(t) = \lim_{M \rightarrow \infty} M \cdot \text{Var}\left(\frac{n}{M}\right) = F(t)[1 - F(t)] + C(t)$$

$$C(t) = \frac{(1 + q/p)(q/p)(1 - e^{-(p+q)t})}{[1 + (q/p)e^{-(p+q)t}]^4 e^{2(p+q)t}} \left\{ 2 \left[ \frac{(p+q)t}{1 - e^{-(p+q)t}} \right] + \left( \frac{q}{p} \right) (1 - e^{-(p+q)t}) \right\}$$

Expression for asymptotic variance involves the Bass CDF and complement. It also involves contribution from the covariance of indicator function (denoting  $j^{\text{th}}$  adoption by time  $t$ ; see [Niu 2005] for details). Expressions of mean and variance of adoptions can be used to adapt the BN model product diffusion to software reliability growth.

### BASS-NIU MODEL FOR SOFTWARE RELIABILITY GROWTH

Bass-Niu model for software reliability growth adapts the BN model for product diffusion with a different interpretation of parameters  $n$ ,  $M$ ,  $p$  and  $q$ . We will rewrite the BN birth rates for ease of reading.

$$\lambda_n = (M - n) \left[ p + q \frac{n}{M - 1} \right]; n = 0, \dots, M - 1$$

$$\lambda_M = 0$$

$M$  is interpreted to be the number of bugs initially present in the software. Here  $M$  is assumed to be fixed (not random) but unknown.  $\lambda$  denotes the time rate of bug appearance and  $n$  denotes the number of bugs found (assuming no new introduction).

We would like to solve the Bass-Niu equation for finite (but moderately large)  $M$  without further assumption on  $p$  or,  $q$ . An approximate solution is presented in Appendix-C. Another scheme to find a better solution, based on backward Kolmogorov equations, is presented in the section describing future work.

### INTERPRETATION OF PARAMETERS $P$ AND $Q$

Parameter  $p$  is a measure of intrinsic complexity of the code (for given  $M$ , because number of initial bugs and effective software complexity are likely to correlate with LOC). Effect of  $p$  can be understood by assuming  $q=0$ . If  $q=0$ , there is no debugging, and each bug reveals itself independently with mean time  $1/p$ . Bugs in a more complex software take longer to reveal themselves. (Exponential duration between two successive revelations is an approximation of the execution environment.)

Parameter  $q$  is a measure of learning by a particular debug team. Let's note that time of bug appearance increases initially (small value of  $n$ ). Starting with no knowledge about the software, the debug team learns more about the software as another bug is isolated and eliminated. Let us also note that learning contribution to bug appearance rate enters a region of diminishing returns after enough (about  $\sqrt{M}$ ) bugs have been fixed. This implies onset of learning saturation.

**INTERPRETATION OF TIME DEPENDENT VARIANCE**

Let  $\lambda(t)$  be the intensity (rate) of a Non Homogeneous Poisson Process. It is well known [Ross 2003] that number of events in time interval  $(0, t)$  is given by a Poisson distribution with mean

$$\int_0^t \lambda(u).du .$$

Moreover, the variance of a Poisson distribution is equal to the mean. This presents a problem for NHPP based SGRM. Let us assume no new bugs are introduced while debugging. Then, we expect all the bugs to be revealed in the time interval  $(0, \infty)$ . If software reliability is modeled as a Poisson process, variance of the number of bugs must be interpreted as the variance of initial number of bugs. Second, why should the variance grow as more bugs are observed? These present conceptual difficulties.

In contrast, Bass-Niu model assumes fixed number of initial bugs and physically plausible behavior for time dependent variance. Niu has calculated the expression for variance as  $M \rightarrow \infty$  [Niu 2005]. Asymptotic variance of number of observed bugs is zero at  $t=0$  and  $t=\infty$ . No bugs have been observed at  $t=0$ , with certainty; no bugs remain at  $t=\infty$ , also with certainty.

**FITTING PUBLISHED SOFTWARE RELIABILITY DATA TO BASS-NIU MODEL**

NHPP based models have been reasonably successful in modeling software reliability growth [Goel 1979, Ohba 1984, Pham 1999]. Further evidence comes from adoption of these models by NASA [Wallace]. Primary focus of this work is to address some theoretical questions presented by NHPP based SGRM, while not compromising on practical applicability.

It is easy to reinterpret asymptotic ( $M \rightarrow \infty$ ) Bass CDF as the "inflection S-shaped growth function  $h(t)$  of NHPP" (compare with Eq. 8 of [Ohba 1984] with proper scaling by  $M$ ).

$$h(t) = M \frac{1 - e^{-\phi t}}{1 + \psi . e^{-\phi t}} ; t \geq 0, \phi > 0, \psi \geq 0, M > 0$$

$$F(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \left(\frac{q}{p}\right) e^{-(p+q)t}} ; t \geq 0, p > 0, q \geq 0$$

We expect asymptotic solution of Bass-Niu model to be numerically close to  $F_M(t)$  when  $M$  is moderately large. Thus, Bass-Niu model automatically fits observed software failure data fitted by inflection S-shaped NHPP-SGRM. As an example, Project 2 data of Rome Air Development Project [Brooks 1980] is fitted by  $p = 0.0084$  and  $q = 0.213$  or,  $(p+q) = 0.221$  and  $(q/p) = 25.3$ . Fitted value of  $M$  is 1315.9 in this example. We note, magnitude of  $q$  is much bigger than that of  $p$  for this dataset.

## FUTURE WORK BASED COAGULATION ANALOGY

We have found it difficult to solve the Bass-Niu equation by quadrature for large values of the learning parameter  $q$  because of non-linearity in the BN differential equation. This mathematical issue limits the applicability of the BN model to software reliability. There is another promising technique based on solving the backward Kolmogorov equation (see [Ross 2003] for an introduction to Kolmogorov equations) for the BN pure-birth model.

The backward Kolmogorov equation was solved exactly for a mathematically related problem of stochastic death model of droplet coagulation [Arciapiani 1980]. Arciapiani's method involves solving the backward Kolmogorov equations in matrix form by finding the eigenvalues and eigenvectors of the matrix of "death coefficients." Coefficient matrices for Arciapiani as well as BN models are bi-diagonal with quadratic terms (in number of droplets or, software bugs detected). Thus, eigenvalues can be found almost by inspection. BN birth rates turn out to be the eigen-values of the coefficient matrix for backward Kolmogorov equations.

Identification of eigenvalues leads to valuable insight into the system. As the Kolmogorov equations from a system of linear differential equations, the solution (state probabilities) is a linear combination of  $\exp\{-\lambda_n t\}$ ,  $n = 0, 1, \dots, (M-1)$ . Let us observe that birth-rates of the Bass-Niu model may be rewritten as

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= Mp \\ \lambda_1 &= (M-1)p + q \\ &\dots \\ \lambda_{M-1} &= 2(p+q) + \frac{2q}{M-1} \\ \lambda_M &= p + q\end{aligned}$$

Thus, birth rates for higher states ( $\lambda$  with large values of sub-script) tend to independent of  $M$  whereas, birth rates for low states tend to grow with  $M$ . Thus, only higher states contribute when  $M$  becomes large (with  $p$ ,  $q$  and  $t$  fixed). However, finding the eigenvectors requires significant effort and this may be a topic for future work.

## CONCLUSION

We have introduced NHPP based software reliability growth model. These models suffer from some theoretical problems even though they are able to fit observed failure data reasonably well. We have also introduced the Bass-Niu model for market diffusion of durable goods. We have mapped a particular (inflection S-shaped) NHPP based SGRM to the asymptotic solution Bass-Niu model. This provides empirical validation for Bass-Niu model in software reliability. We have provided approximate solution for the Bass-Niu model for large (but finite)  $M$  in Appendix-C. Finding an exact solution to the Bass-Niu model may be a project for the future.

## ACKNOWLEDGEMENTS

We would like thank Prof. Shun-Chen Niu for helpful discussions.

**REFERENCES**

- Arcipiani, B. (1980), "The Backward Kolmogorov equation for statistical distribution of coagulating droplets," *J. Phys. A: Math. Gen.* Vol. 13, pp. 3367-3372.
- Bass, F.M. (1969), "A new product growth model for consumer durables," *Management Sciences*, Vol. 15, pp. 215-227.
- Brooks, W.D. and R.W. Motley (1980), "Analysis of Discrete Software Reliability Models," *Technical Report RADC-TR-80-84*, Rome Air Development Center, New York.
- Goel, A.K. and K. Okumoto (1979), "Time Dependent Error Detection Rate Model for Software Reliability and Other Performance Measures," *IEEE Transactions on Reliability*, R-28, pp. 206-211.
- Hoel, P.G., S.C. Port and C.J. Stone (1996), *Introduction to Statistical Theory*, Houghton Mifflin Company.
- Jelinski, Z. and P. Moranda (1972), "Software Reliability Research," *Statistical Computer Performance Evaluation*, W. Freidberger (ed.), Academic Press, pp. 465-484.
- Kenney, G.Q. (1993), "Estimating Defects in Commercial Software During Operational Use," *IEEE Transactions on Reliability*, V. 48, No. 1, pp. 107-115.
- Lee, C.H., Y.T. Kim and D.H. Park (2004), "S-shaped software reliability growth models derived from stochastic differential equations," *IEEE Transactions*, V. 36, pp. 1193-1199.
- Niu, S.-C. (2002), "A Stochastic Formulation of the Bass Model New-Product Diffusion," *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 8(3) pp. 249-263.
- Niu, S.-C. (2005), "A Piecewise-Diffusion model of New Product Diffusion," The University of Texas at Dallas School of Management Working paper, to appear in *Operations Research*.
- Ohba, M. (1984), "Software Reliability Analysis Models," *IBM Journal on Research and Development*, V. 28, No. 4.
- Pham, H., L.N. Rutgers and X. Zhang (1999), "A General Imperfect-Software-Debugging Model with S-Shaped Fault-Detection Rate," *IEEE Transactions on Reliability*, Vol 48, No. 2, pp. 169-175.
- Ross, S.M. (2003), *Introduction to Probability Models*, 8<sup>th</sup> ed., Academic Press.
- Wallace, D. and C. Coleman, "Hardware and Software Reliability (323-08)," NASA Software Assurance Technology Center.

**APPENDIX-A: Derivation of Bass Formula**

We start with the Bass differential equation

$$\begin{aligned} \frac{dF(t)}{dt} &= [1 - F(t)][p + qF(t)]; t \geq 0, F(0) = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{F'(t)} &= \frac{1}{1 - F(t)} \cdot \frac{1}{p + qF(t)} = \frac{1}{p + q} \cdot \frac{1}{1 - F(t)} + \frac{q}{p + q} \cdot \frac{1}{p + qF(t)}. \\ \Leftrightarrow (p + q)t + \text{const1} &= -\ln(1 - F) + \ln(p/q + F) \\ \Leftrightarrow \frac{1 - F(t)}{p/q + F(t)} &= \text{const2} \cdot e^{-(p+q)t} \end{aligned}$$

Initial condition  $F(0)=0$  implies  $\text{const2}=(q/p)$ .

$$\begin{aligned} 1 - F(t) &= e^{-(p+q)t} + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t} F(t) \\ \Leftrightarrow 1 - e^{-(p+q)t} &= F(t) \cdot \left[ 1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t} \right] \end{aligned}$$

Finally we get,

$$F(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + (q/p) \cdot e^{-(p+q)t}}$$

Inflection point of Bass CDF can be found computing its second derivative. We start with the Bass differential equation.

$$\begin{aligned} \frac{dF(t)}{dt} &= [1 - F(t)][p + qF(t)]; t \geq 0, F(0) = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{F'(t)} &= \frac{1}{1 - F(t)} \cdot \frac{1}{p + qF(t)} = \frac{1}{p + q} \cdot \frac{1}{1 - F(t)} + \frac{q}{p + q} \cdot \frac{1}{p + qF(t)} \\ \Leftrightarrow \frac{-F''}{(F')^2} \cdot (p + q) &= \frac{F'}{(1 - F)^2} - \frac{F'}{(q/p + F)^2} \end{aligned}$$

Location of the inflection point is found by setting its second derivative to zero.

$$\begin{aligned} F''(t_*) = 0 &\Rightarrow (1 - F) = (p/q + F) \\ \Rightarrow F(t_*) &= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{p}{q} \right) \\ \Rightarrow t_* &= \frac{-\ln\left(\frac{p + q}{4q}\right)}{p + q} \end{aligned}$$

We note that inflection point of Bass CDF exists only if  $q > p$ .

**APPENDIX-B: Derivation of Bass-Niu equation**

Finite state, pure-birth BN model is defined by the birth rates

$$\lambda_n = (M - n) \left[ p + q \frac{n}{M - 1} \right]; n = 0, \dots, M - 1$$

$$\lambda_M = 0$$

Forward Kolmogorov equations for this model (dash denotes time derivative), together with probability normalization and initial conditions are

$$p_0' = -\lambda_0 p_0$$

$$p_n' = \lambda_{n-1} p_{n-1} - \lambda_n p_n; n = 1, \dots, (M - 1)$$

$$p_M' = +\lambda_{M-1} p_{M-1}$$

$$1 = \sum_{n=0}^M p_n(t)$$

$$p_0(0) = 1; p_n(0) = 0; n = 1, \dots, M$$

We can see that state- $M$  is an absorbing state from the evolution equation for  $p_M$ . Fractional penetration (average number of bugs revealed) by time  $t$  is

$$F_M(t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^M n p_n(t) = \sum_{n=0}^M p_n(t) \frac{n}{M}$$

Using the "tail formula" for expectation we get

$$F_M(t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^M n p_n(t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^M \sum_{k=n+1}^M p_k(t) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^M \left( 1 - \sum_{k=0}^n p_k(t) \right)$$

$$\Leftrightarrow F_M(t) = \frac{M + 1}{M} - \frac{1}{M} \sum_{n=0}^M \sum_{k=0}^n p_k(t)$$

We may use the forward Kolmogorov equations to derive a system of differential equations for the cumulative probability.

$$\pi_n(t) = \sum_{k=0}^n p_k(t);$$

$$\pi_0(t) = p_0(t); \pi_M(t) = 1;$$

$$\pi_n' = -\lambda_n p_n(t); n = 0, \dots, M - 1$$

$$\pi_n(0) = 1$$

Differentiating the expression for  $F_M(t)$  on both sides with respect to  $t$ , we get a (formal) differential equation get after some algebraic manipulations using the forward equations for cumulative probability.

$$\frac{dF_M(t)}{dt} = \sum_{n=0}^M p_n(t) \frac{\lambda_n}{M}.$$

Using the definition of birth rates, we finally have

$$\frac{dF_M(t)}{dt} = [1 - F_M(t)][p + qF_M(t)] + \frac{q}{M-1} \left[ F_M(t) \cdot \{1 - F_M(t)\} - M \cdot \text{Var} \left( \frac{n}{M} \right) \right].$$

Asymptotic expression for the variance can be obtained from [Niu 2005].

**APPENDIX-C: Reducing asymptotic Bass-Niu equation to quadrature**

Bass-Niu differential involves the variance. Exact expression for variance for finite  $M$  is unknown at time. We will use asymptotic expression for variance found by Niu to find an approximate differential equation for large  $M$ . This approximation is justified when  $q/(M-1) \ll 1$ . Faced with a practical software reliability growth problem of complex software, we expect large number of undiscovered bugs initially (moderate to large  $M$ ).

Even after the asymptotic expression for variance is substituted, we are unable to solve the resulting nonlinear differential equation. Hence, a further linearizing approximation becomes necessary. In the following, we will use work with the complimentary CDF

$$G_M(t) = 1 - F_M(t)$$

And we will linearize the asymptotic differential equation by approximating  $G_M(t) = G(t) + \epsilon(t)$ . From the Bass-Niu differential equations we have

$$-G'(t) = G(t) \cdot [p + q - q \cdot G(t)]$$

$$-G'_M(t) = G_M(t) \cdot [p + q - q \cdot G_M(t)] + \frac{q}{M-1} [F(t) \cdot G(t) - \psi(t)]$$

Bass CDF and CCDF are linearized in the following way

$$G_M(t) = G(t) + \epsilon(t); F_M(t) = F(t) - \epsilon(t)$$

$$F_M(t) \cdot G_M(t) = F(t) \cdot G(t) + [1 - 2 \cdot G(t)] \cdot \epsilon(t) - \epsilon(t)^2$$

$$G_M(t)^2 = G(t)^2 + 2 \cdot G(t) \cdot \epsilon(t) + \epsilon(t)^2$$

This give to the following linearized differential equation for the correction term

$$\frac{d\epsilon(t)}{dt} = - \left[ p + q - 2G(t) + \frac{q}{M-1} (1 - 2 \cdot G(t)) \right] \epsilon(t) + \frac{q}{M-1} C(t)$$

Let us change the independent ( $t$ ) variable to

$$\tau = e^{-(p+q)t}; \frac{d}{dt} = -(p+q)\tau \frac{d}{d\tau}$$

$$t = 0 \Rightarrow \tau = 1, t = \infty \Rightarrow \tau = 0$$

When  $M \cdot q \cdot \epsilon(\tau) / (M-1) \ll 1$ , the differential equation reduces to



$$\frac{d\varepsilon_M(\tau)}{d\tau} - g(\tau) = \frac{1}{M-1} \cdot \frac{q/p}{1+q/p} \cdot \frac{C(\tau)}{\tau}$$

$$g(\tau) = \frac{K_1}{\tau} - \frac{K_2'}{1+(q/p)\tau}$$

$$K_1 = 1 + \frac{q/p}{(1+q/p).(M-1)}; K_2' = \frac{2M(q/p)}{(1+q/p).(M-1)}$$

Integrating factor for this first order differential equation is

$$I(\tau) = \exp\left[-\int g(u).du\right] = -\ln\left[\frac{(1+q/p\tau)^{K_2}}{\tau^{K_1}}\right]$$

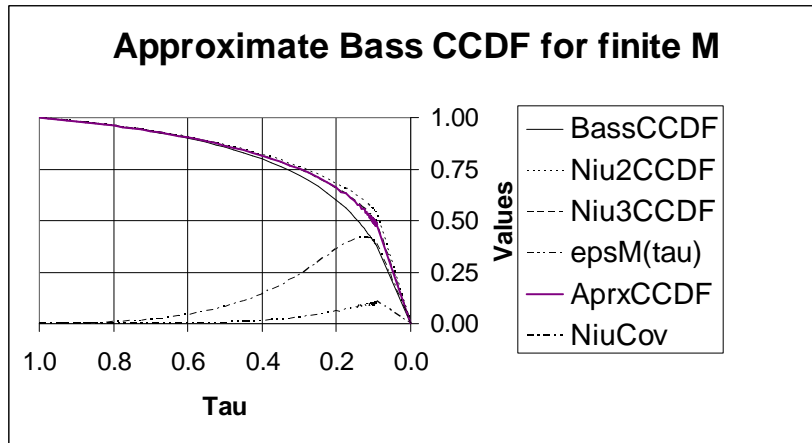
$$K_2 = \frac{p}{q} K_2' = \frac{2M}{(1+q/p).(M-1)}$$

Finally, approximate solution for the Bass-Niu equation is given by

$$\varepsilon_M(\tau) = \frac{1}{M-1} \cdot \frac{q/p}{1+q/p} \cdot \frac{1}{I(\tau)} \int_1^\tau I(u) \frac{C(u)}{u} du$$

$$F_M(\tau) \approx F(\tau) - \varepsilon_M(\tau); G_M(\tau) \approx G(\tau) + \varepsilon_M(\tau)$$

We illustrate the usefulness of this approximation with an example.



We have chosen  $M=3$ ,  $p=1$  and  $q=5$  in this example. The plot shows exact expressions for the CCDF for  $M=2$  and  $3$  [Niu 2002]. It also shows the Bass formula corresponding to  $M=\infty$ . Source term in the linearized differential equation,  $C(\tau)$  [Niu 2005], is also plotted.

Integration of the linearized differential equation was performed in MS Excel with variable step Simpson method. This led to numerical evaluation of  $\varepsilon_M(\tau)$ . Distortion around  $\tau=0$  ( $t=\infty$ ) is an artifact of this Excel based integration scheme. Let's note that approximate expression almost coincides with the exact expression for this illustrative example.

## ASYMPTOTIC ANALYSIS OF LOGICAL SYSTEMS WITH UNRELIABLE ELEMENTS

**G. Sh. Tsitsiashvili**

•  
e-mail: [guram@iam.dvo.ru](mailto:guram@iam.dvo.ru),  
690041, Vladivostok, Radio 7 str.,  
Institute of Applied Mathematics,  
Far Eastern Branch of RAS

In this paper models of networks with unreliable arcs are investigated. Asymptotic formulas for probabilities of the networks work or failure and the networks lifetime distributions are obtained. Direct calculations of these characteristics in general case [1], [2] demand sufficiently large volumes of arithmetical operations. Main parameters of the asymptotic formulas are minimal way length and minimal section ability to handle. A series of new algorithms and formulas to calculate parameters of asymptotic formulas are developed.

**Main characteristics.** Define oriented graph  $\Gamma$  with finite number of nodes  $U$  and the set  $W$  of arcs  $(u, v)$ . In this graph there is single node  $u_*$ , without input arcs and single node  $u^*$ , without output arcs, the graph has not arcs  $(u, u)$ .

Suppose that  $n(s)$  is a number of arcs of a subgraph  $s$ ,  $s \subseteq W$ . For  $S \subseteq \{s : s \subseteq W\}$  put

$$n(S) = \min_{s \in S} n(s), \quad D(S) = \sum_{s: n(s)=n(S)} \prod_{(u,v) \in s} c(u,v),$$

$$C(S) = \min_{s \in S} C(s), \quad C(s) = \sum_{(u,v) \in s} c(u,v),$$

$$C_1(S) = \min_{s \in S} C_1(s), \quad C_1(s) = \max_{(u,v) \in s} c(u,v),$$

$$T_h(S) = \sum_{s: C_1(s)=C_1(S)} \prod_{(u,v) \in s} \exp(-h^{-c(u,v)}),$$

$c(u, v)$  - is positive and integer function. Designate by  $N(S)$ ,  $N_1(S)$ ,  $N_*(S)$  - numbers of  $s \in S : C(s) = C(S)$ ,  $C_1(s) = C_1(S)$ ,  $n(s) = n(S)$  correspondingly.

Put  $\mathfrak{R}$  the set of all ways  $R$  from  $u_*$  to  $u^*$  without selfintersections. Consider the sets  $A = \{A \subset U, u_* \in A, u^* \notin A\}$ ,  $L = L(A) = \{(u, v) : u \in A, v \notin A\}$  and  $L = \{L(A), A \in A\}$  - is the set of all sections in the graph  $\Gamma$ .

**Graphs with unreliable arcs.** For each the graph  $\Gamma$  define arc define the number  $\alpha(u, v) = I$  (the arc  $(u, v)$  works), where  $I(G)$  - is an indicator function of the event  $G$ . It is not difficult to confirm, that

$$\bigvee_{R \in R} \bigwedge_{(u,v) \in R} \alpha(u,v) = \bigvee_{L \in L} \bigwedge_{(u,v) \in L} \alpha(u,v). \tag{1}$$

Denote  $\alpha(\Gamma)$  the quantity of both sides of the equality (1) which characterizes the graph  $\Gamma$  work.

Suppose that  $\alpha(u,v), (u,v) \in W$  are independent random variables,  $P(\alpha(u,v) = 1) = p_{u,v}(h)$ ,  $q_{u,v}(h) = 1 - p_{u,v}(h)$ , where  $h$  - is small parameter:  $h \rightarrow 0$ . Then the following asymptotic formulas are true for  $h \rightarrow 0$ .

1. If  $p_{u,v}(h) \sim c(u,v)h$ , then  $P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim h^{n(R)}D(R)$ .
2. If  $p_{u,v}(h) \sim h^{c(u,v)}$ , then  $P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim N(R)h^{C(R)}$ .
3. If  $p_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)})$ , then  $P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim T_h(R)$ .
4. If  $q_{u,v}(h) \sim c(u,v)h$ , then  $P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim h^{n(L)}D(L)$ .
5. If  $q_{u,v}(h) \sim h^{c(u,v)}$ , then  $P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim N(L)h^{C(L)}$ .
6. If  $q_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)})$ , then  $P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim T_h(L)$ .

**Applications to lifetime models.** Suppose that  $\tau(u,v)$  - independent random variables are arcs  $(u,v) \in W$  lifetimes. Denote  $P(\tau(u,v) > t) = p_{u,v}(h)$  and put the graph  $\Gamma$  lifetime  $\tau(\Gamma) = \min_{R \in R} \max_{(u,v) \in R} \tau(u,v)$ .

Suppose that  $h = h(t)$  s monotonically decreasing and continuous function and  $h \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ , then asymptotic formulas 1, 2, 3 are true if  $P(\alpha(\Gamma) = 1)$  is replaced by  $P(\tau(\Gamma) > t)$ . Suppose that  $h$  is monotonically increasing and continuous function and  $h \rightarrow 0, t \rightarrow 0$ , then the formulas 4, 5, 6 are true if  $P(\alpha(\Gamma) = 0)$  is replaced by  $P(\tau(\Gamma) \leq t)$ .

**Calculation of graph characteristics.** For  $A \in A$  define  $Q(A) = \{v \notin A : \exists u \in A, (u,v) \in W\}$  and construct the sets  $A_1 = Q(A_0) = \{u_*\}, A_{k+1} = A_k \cup Q(A_k), k = 1, 2, \dots$ . Denote  $n = n(R) = \min(k : u_* \in A_k)$ .

Designate by  $\varphi(u,v), (u,v) \in W$  integer and nonnegative function:  $\sum_{(u,v) \in W} \varphi(u,v) = \sum_{(v,u) \in W} \varphi(v,u), \varphi(v,u) \leq c(u,v), (u,v) \in W$ , and call it a flow. A quantity of the flow is the sum  $\sum_{(u_*,v) \in W} \varphi(u_*,v)$ .

Denote by  $\Gamma_1, \Gamma_2$  he graph constructed from the graphs  $\Gamma_1, \Gamma_2$  by a connection of their initial and final nodes, correspondingly, and by  $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$  the graph constructed by a connection of the graph  $\Gamma_1$  final node with the graph  $\Gamma_2$  initial node. Consider the sets  $R_1, L_1, R_2, L_2$  for the graphs  $\Gamma_1$ , in the same sense as the sets  $R, L$  for the graph  $\Gamma$ . Suppose that further  $u_i \in Q(A_{i-1}), i = 1, \dots, n$ .

Calculation of  $D(R)$ :  $D(u_1) = 1, u_1 \in A_1, D(u_{k+1}) = \sum_{u_k \in Q(A_{k-1})} D(u_k)c(u_k, u_{k+1}), 1 \leq k < n,$

$$D(R) = D(u^*).$$

Calculation of  $N_*(R)$ :  $N_*(u_{n-1}) = 1, u_{n-1} \in Q(A_{n-2}),$

$$N_*(u_{n-k-1}) = \sum_{u_{n-k} \in Q(A_{n-k-1})} N_*(u_{n-k})I((u_{n-k-1}, u_{n-k}) \in W), 1 \leq k < n-1, N_*(R) = N_*(u^*).$$

Calculation of  $C(R), N(R)$ : each arc  $(u, v)$  of the graph is divided into arcs with initial lengths (because the function  $c(u, v)$  is integer). Then the graph  $\Gamma$  is transformed into the graph  $\Gamma_1$  with single lengths arcs and applying the  $n = n(R), N_*(R)$  calculation procedures to the graph  $\Gamma_1$  obtain  $C(R), N(R)$  for the graph  $\Gamma$ .

Calculation of  $C(L), n(L)$ : using the theorem [3] of coincidence of maximal flow value and minimal section ability to handle  $C(L)$  and Ford-Falkerson algorithm define  $C(L)$ . Then  $n(L)$  equals to  $C(L)$  for  $c(u, v) \equiv 1$ .

Suppose that  $W = \{(u_k, u_{k+1}), u_i \in Q(A_{i-1}), i = 1, \dots, n\}$  in next five points.

Calculation of  $C_1(R)$ :  $C_1(u_1) = 0, u_1 \in A_1, C_1(u_{k+1}) = \min_{u_k \in Q(A_{k-1})} \max(C_1(u_k), c(u_k, u_{k+1})),$

$$1 \leq k < n, C_1(R) = C_1(u^*).$$

Calculation of  $N_1(R)$ :  $N_1(u_1) = 1, u_1 \in A_1, N_1(u_{k+1}) = \sum_{u_k: C_1(u_{k+1}) = \max(C_1(u_k), c(u_k, u_{k+1}))} N_1(u_k),$

$$1 \leq k < n, N_1(R) = N_1(u^*).$$

Calculation of  $C_1(L)$ : as the formula (1) leads to  $C_1(L) = \max_{R \in R} \min_{(u, v) \in R} c(u, v)$ , then  $C_1(L)$  is defined by  $C_1(u_{k+1}) = \max_{u_k \in Q(A_{k-1})} \min(C_1(u_k), c(u_k, u_{k+1})), 1 \leq k < n, C_1(u_1) = \infty,$

$$u_1 \in A_1, C_1(L) = C_1(u^*).$$

Direct formulas of  $C(L), N(L)$ : if  $c(u_k, u_{k+1}) \equiv c_k, 1 \leq k < n-1, c(u_{n-1}, u^*) = c_n, N_k$  - is a number of nodes in  $Q(A_{k-1}), 1 \leq k < n-1, N_n = 1$ , then  $C(L) = \min_{1 \leq k < n} c_k N_k N_{k+1}$ , and  $N(L)$  - is a number of elements in the set  $\{k : M = c_k N_k N_{k+1}, 1 \leq k < n\}$ .

Weak elements in the graph  $\Gamma$ . Suppose that for any pairs of arcs  $(u_1, v_1), (u_2, v_2) \in W$ , such that  $(u_1, v_1) \neq (u_2, v_2)$ , the inequality  $c(u_1, v_1) \neq c(u_2, v_2)$  is true. Then there is single arc  $(u(S), v(S)) \in s : C_1(s) = c(u(S), v(S))$ , and  $-\ln T_h(S) \sim h^{-c(u(S), v(S))}, h \rightarrow 0$ .

Call this arc  $(u(S), v(S))$  a weak element of  $(\Gamma, S)$ .

3'. If  $p_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)}), h \rightarrow 0$ , then  $-\ln P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim -h^{-c(u(R), v(R))}$ .

6'. If  $q_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)}), h \rightarrow 0$ , then  $-\ln P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim -h^{-c(u(L), v(L))}$ .

In conditions of the statement **3'** or the statement **6'** a definition of a weak element  $(u(S), v(S))$  is made by *the procedure for*  $C_1(S)$  with  $S = R$  or with  $S = L$ , correspondingly. A definition of the weak element and related asymptotic formula may be spread from a network onto arbitrary logic function represented in a disjunctive or in a conjunctive normal form.

*Recursive formulas for the graph*  $\Gamma_1 \Gamma_2$ :

$$C(R) = \min(C(R_1), C(R_2)), \quad (2)$$

$$N(R) = \begin{cases} N(R_1), C(R_1) < C(R_2), \\ N(R_2), C(R_2) > C(R_1), \\ N(R_1) + N(R_2), C(R_1) = C(R_2), \end{cases} \quad (3)$$

$$C(L) = C(L_1) + C(L_2), \quad (4)$$

$$N(L) = N(L_1)N(L_2), \quad (5)$$

$$C_1(L) = \max(C(L_1), C(L_2)), \quad (6)$$

$C_1(R)$ ,  $n(R)$  are defined analogously (2),  $N_1(R)$ ,  $n(L)$  are defined analogously (3), (4), correspondingly.

*Recursive formulas for the graph*  $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$ .  $C(R)$ ,  $n(R)$  are defined analogously (4),  $N(R)$ ,  $N_1(R)$  are defined analogously (5),  $C_1(R)$  are defined analogously (6),  $C(L)$ ,  $C_1(L)$ ,  $n(L)$  are defined analogously (2),  $N(L)$ ,  $N_1(L)$  are defined analogously (3).

## REFERENCES

- [1] Riabinin I.A. Logic-probability calculus as method of reliability and safety investigation in complex systems with complicated structure. *Automatics and remote control*. 2003, No 7. P. 178-186. (In Russian).
- [2] Solojentsev E.D. Features of logic-probability risk theory with groups of antithetical events. *Automatics and remote control*. 2003, No 7. P. 187-203. (In Russian).
- [3] Belov V.V., Vorobiev E.M., Shatalov V.E. *Graph theory. Education guidance for technical universities*. Moscow: High School. 1976. (In Russian).

## OPTIMIZATION PROBABILITY OF THE UNFAILING WORK OF A NETWORK WITH USE OF STATISTICAL TESTS ON A MONTE-CARLO METHOD

---

**Elshan Aliguliyev**

Baku, Azerbaijan

e-mail: [elshanaga@yahoo.com](mailto:elshanaga@yahoo.com)

A reliability of systems with a network structure, for example, as telecommunication networks, is determined by a reliability of elements, making it, which can essentially differ on the reliability. At the analysis of a reliability the telecommunication networks usually is described graph, where the edges of the are reflected map the network channels, and as units act the workstations, servers, followers, switches, router or other devices. The parameters of a reliability frequently depend on a loading of a network (values of loadings of channels determining access of the users, and quality of their service). For this reason, formulating a problem of optimization of a reliability, it is necessary to determine, which of parameters are important: coherence, channel capacity, mean time to repair, time of recovery coherence or minimization of delay. Thanks to the structural redundancy of telecommunication networks, the refusal of the separate elements usually don't result in full of the refusal of the network, and only to partial deterioration of quality of its functioning. The full of the refusal of a network (for example, in any separately of taken territory) can happen in the result of some large-scale acts of nature - floods, hurricanes, earthquakes, which can result in destruction of communication lines or to global switching-off of the power supply.

The quality of functioning of networks with switching of packages are usually evaluated by the loss of packages. These losses depend on the current condition of the elements of the network, etc. are described by random process, which we shall designate as  $e(t)$ . Allowed value of mean losses of packages we shall designate as  $e^0$ . As refusal of the network in this case we shall name an occurrence of an event  $e(t) < e^0$ . Despite of the structural redundancy of the network, the problem of reliability of its elements remains rather actual. In this connection it is possible to formulate the following statement optimization of the problem: a maximization probability of the unfailing of a network with allowance for of specific criterion of the refusal  $e^0$  at cost limitation on reserve of elements.

The problem of optimization of probability of the unfailing work of a network can be decided by the method of optimization on statistical realizations offered in [3,4]. The solution relating on modification of this method is resulted below [5]. This method was circumscribed also in [6] for the optimization of number of the channels in a communication network. The idea of a procedure of optimization with reference to probability of the refusal of a network with switching of packages can be formulated as follows.

Similarly to procedure in [4] the statistical experiment on a Monte-Carlo method [1] is carried out as independent for each separate element of a network. The distribution of time to repair of elements is considered uniform. In some moment the refusal of separate elements of a network can appear unnoticed, if these the refusals have not braked the condition of the functional of quality. At the failing the first element, which upsets the specific condition  $e^0$  on the functional of quality - mean

losses of packages, the reserve for this element is introduced which in default of basic element here rises on its place.

During statistical simulation each time at the failing of the next element is introduced the appropriate reserve of element. Such procedure proceeds before full exhaustion of resources:

$$C(X) > C^0$$

where  $C^0$  - limitation on the total cost of elements.

In the result of the first realization the first " vector of a reserve " of elements of a network is received.

$$X = (x_1, \dots, x_n); x_i - \text{number of reserve of elements of a } i\text{-type, } i = 1, \dots, n$$

During simulation for each realization the moment of the consumption of elements each of a  $i$ -type in each realization are stored independently. Having such construction thus trajectory of the consumption of reserve elements it is possible to decide a problem of selection of an optimum structure of the reserve elements [4]. In the case of optimization of probability of the unfailing work of a network it looks as follows: the possible structures of the reserve elements appropriate to the limiting condition are fixed. For network with the "n" elements such is located  $n$ -dimensional a cube satisfying to the condition  $C(X) < C^0$ , inside which the least number of trajectory is finished, i.e. where the least number of cases of the failing and accordingly probability of the unfailing work happens above. At the chosen structure of the reserve the probability of the unfailing work will be optimum.

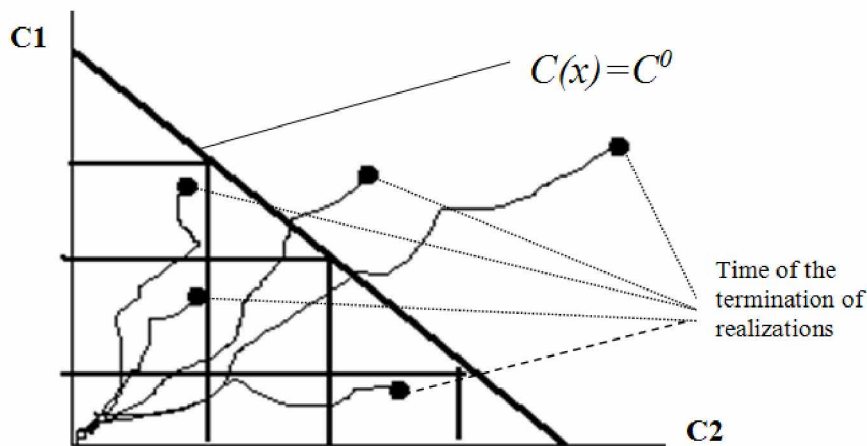


Fig 1. Selection of an optimum structure of the reserve for 2-dimensional case

On the figure 1 for convenience the example of selection of a "optimum" rectangle for two-dimensional case is shown. From all rectangles, inside which only one realization is finished, the mean and lower rectangle are optimal.

## THE LITERATURE

1. **Sobol I.M.** Numerical Monte-Carlo methods. Moscow; Nauka. 1973.
2. **Ushakov I.A., Topolskiy M.T.** Optimization of mean time of the unfailing work activity of a system // Reliability and quality surveillance. - 1974.- № 3
3. **Yasenovets A.V.** Statistical methods of the solution of problems of optimum reservation // Academy of Sciences USSR. Technical cybernetics.-1977, № 6.
4. **Ushakov I.A., Gordienko E.I.** About the statistical approach to the solution of some problems of optimization // Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik. 1978. Bd.14, № 11.
5. **Aliguliyev E.A.** Use of statistical models at the solution of optimization problems of reservation // Reliability and quality surveillance, 1987.- № 12.
6. **Ushakov I.A, Aliguliyev E.A.** Use of simulation for optimization of number of channels in a network of communication// Academy of Sciences USSR. Technical cybernetics, 1988. - № 1.



## RISK ANALYSIS OF MILITARY OPERATIONS

---

**Mark Kaminskiy**

•  
Center for Technology and Systems Management  
Department of Civil and Environmental Engineering  
University of Maryland College Park, MD 20742  
301-405-0428 (Tel), 301-405-2585 (Fax)  
e-mail: [mkaminsk@eng.umd.edu](mailto:mkaminsk@eng.umd.edu)  
[mkaminskiy@hotmail.com](mailto:mkaminskiy@hotmail.com)

**Keywords:** war-time military operations, repairable systems, point processes, Poisson process, power law model, improving/deteriorating systems, Iraq, case study.

### 1. Introduction

The contemporary war-time military operations can be divided into the following two stages. The first and rather short stage includes very active actions with considerable losses. It is followed by a much longer stage, during which the events associated with losses occur at a much lower rate. The examples of such military operations are the current international military operations in Afghanistan, Iraq and the recent Russian military actions in Chechnya (whatever their political status is). Below, an approach to analysis of the military operations performance during the mentioned above second stage is suggested.

Because the daily losses during the second stage is much less compared to the first stage, the military operations during the second stage, from the reliability standpoint, can be considered as a functioning repairable system, which is rapidly restored after each failure to at least the same condition as it was just before the failure.

In this paper, an analysis of such military operations is developed in the framework of the so-called *repairable system analysis*. The approach can be applied not only to the system failures, but to successes (as the respective adversary's losses) as well.

### 2. Military Operations as Improving/Deteriorating Repairable Systems

This section begins with introducing some basic notions of repairable system analysis needed for the following discussion.

## 2.1. Point Processes as Models for Repairable Systems

### Basic Definitions

A point process can be informally defined as a mathematical model for highly localized events distributed randomly in time. The major random variable of interest related to such processes is the number of failures (or generally speaking *events*)  $N(t)$  observed in the time interval  $[0, t]$ , which is why such processes are also referred to as *counting processes*. Using the nondecreasing integer-valued function  $N(t)$ , the point process  $\{N(t), t \geq 0\}$  is defined as the one satisfying the following conditions:

1.  $N(t) \geq 0$
2.  $N(0) = 0$
3. If  $t_2 > t_1$ , then  $N(t_2) \geq N(t_1)$
4. If  $t_2 > t_1$ , then  $[N(t_2) - N(t_1)]$  is the number of events (e.g., failures) occurred in the interval  $(t_1, t_2]$

A *trajectory (sample path) or realization* of a point process is the successive failure times of an item:  $T_1, T_2, \dots, T_k, \dots$ . It is expressed in terms of the integer-valued function  $N(t)$  i.e., the number of events observed in the time interval  $[0, t]$ .

$$N(t) = \max(k | T_k \leq t) \quad (1)$$

It is clear that  $N(t)$  is a random function. The mean value  $E(N(t))$  of the number of failures  $N(t)$  observed in the time interval  $(0, t]$  is called *cumulative intensity function (CIF)* [Hoyland and Rausand, 1994, Moddares, et al., 1999 ], or *mean cumulative function (MCF)* [Nelson, 2003] In the following the term *cumulative intensity function (CIF)* is used. The CIF is usually denoted by  $W$ , i.e.,

$$W(t) = E(N(t))$$

Another important characteristic of point processes is the *rate of occurrence of failures (ROCOF)*, which is defined as the derivative of CIF with respect to time, i.e.

$$w(t) = \frac{dW(t)}{dt}$$

Based on the above definition of ROCOF, the CIF is sometimes called *cumulative ROCOF*.

Most of the processes, which are discussed in the following have monotone ROCOF. The system modeled by a point process with an increasing ROCOF is called *deteriorating (aging, unhappy, or sad)* system. Analogously, the system modeled by a point process with a decreasing ROCOF is called *improving (happy or rejuvenating)* system.

The distribution of time to the first failure of a point process is called *the underlying distribution*. For some point processes this distribution coincides with the distribution of time between successive failures (which is also called *interarrival time*), for others it does not. The *underlying distribution* is included in definition of any particular point process used as a model for failure/repair process of repairable systems.

### 2.2 Nonhomogeneous Poisson Process

A point process, having independent increments, is called Nonhomogeneous Poisson Process (NHPP) with time dependent ROCOF  $\lambda(t) > 0$ , if the probability that exactly  $n$  events (failures) occur in any interval  $( a , b ]$  has the Poisson distribution with the mean equal to  $\int_a^b \lambda(t)dt$ , i.e.,

$$P[N(b) - N(a) = n] = \frac{\left[ \int_a^b \lambda(t)dt \right]^n e^{-\int_a^b \lambda(t)dt}}{n!} \tag{2}$$

for  $n = 0, 1, 2, \dots$ , and  $N(0) = 0$ .

In opposite to some other point processes, the times between successive events (e.g., failures) in the frame work of the NHPP model are neither independent nor identically distributed.

Based on the above definition, the CIF and ROCOF of NHPP obviously can be written as follows

$$W(t) = \int_0^t \lambda(\tau)d\tau \tag{3}$$

$$w(t) = \lambda(t) \tag{4}$$

The cumulative distribution function (CDF) of time to the *first* failure (i.e., the CDF of underlying distribution) for the NHPP can be found as

$$F(t) = 1 - \Pr[ N(t) - N(0) = 0 ] = 1 - \exp(-W(t)) \tag{5}$$

where  $W(t)$  is given by (3).

Let's consider a series of failures occurring according to the NHPP with ROCOF  $\lambda(t)$ . Let  $t_k$  be time to  $k$ th failure, so, at this moment, the ROCOF is equal to  $\lambda(t_k)$ . The probability that no failure occurs in interval  $(t_k, t]$ , where  $t > t_k$ , can be written as

$$R(t_k, t) = e^{-\int_{t_k}^t \lambda(\tau)d\tau} = \frac{e^{-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau}}{e^{-\int_0^{t_k} \lambda(\tau)d\tau}} = \frac{R(t)}{R(t_k)} \tag{6}$$

which is the conditional reliability function of a system having age  $t_k$ . In other words, we can consider NHPP as a process in which each failed system is instantaneously replaced by *identical one having the same age as the failed one*. This type of restoration model is referred to *same as old* (or *minimal repair*) condition.

Another very important property of NHPP under the given assumptions follows from Equation (6). If  $t_k$  is equal to zero, Equation (6) takes on the following form

$$R(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(\tau)d\tau\right), \tag{7}$$

which means that the ROCOF of NHPP coincides with the failure (hazard) rate function of the underlying distribution. In other words, all future behavior of repairable system is completely defined by this distribution. It also means that just after any repair/maintenance action carried out at time  $t$ , the

ROCOF is equal to the failure rate of the TTF distribution  $\lambda(t)$ . So, we can also consider NHPP as a process, in which each failed system is instantaneously replaced by *identical one having the same failure rate as the failed one*.

Is "same as old" restoration a realistic assumption? The answer depends on a given application. Applied to a one-component system, it is definitely not a realistic assumption. For a complex system, composed of many components having close reliability functions, this assumption is rather realistic, because only a small fraction of the system components is repaired or replaced, which results in a small change of the system failure rate (Hoyland and Rausand, 1994). This can be definitely applied to the military operations considered in the following.

An important particular case of NHPP is the case when the CIF a power function of time, i.e.,

$$W(t) = \left(\frac{t}{\alpha}\right)^\beta \quad t \geq 0, \quad \alpha, \beta > 0, \quad (8)$$

with the respective ROCOF given by

$$w(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad t \geq 0, \quad \alpha, \beta > 0, \quad (9)$$

which obviously results in the Weibull time to the first failure (underlying) distribution. Accordingly, the NHPP process with ROCOF given by (9) is sometimes referred to as the Weibull process, the power law NHPP process, or the "Crow-AMSAA model". It is clear that, if  $\beta > 1$  the system is improving, and in the case of  $\beta < 1$ , the system is deteriorating.

Statistical procedures for this model were developed by Crow (1974, 1982), based on suggestions of Duane (1964). These procedures can also be found in MIL-HDBK-781, IEC Standard 1164 (1995). The main applications of the power law model are associated with reliability monitoring (which is optimistically called "reliability growth") of repairable products and as well as for non-reparable ones.

### 3. Case Study: US Military Operations in Iraq after Fall of Baghdad

#### 3.1 Data Source

The data used for this case study are available from the website <http://icasualties.org/oif/Details.aspx>, which is called *Iraq Coalition Casualties*. According to the website, the data are being accumulated using the information from the following U.S. government sources:

1. CENTCOM (the United States Central Command in Tampa, FL ), which news releases are published regularly on the Internet at <http://www.centcom.mil/>
2. News releases from the U.S. Department of Defense, that can be found on the Internet at <http://www.defenselink.mil/releases/>

#### 3.2 Data Analysis

The above suggested approach to risk analysis of military operations is illustrated by an analysis of the US military operations in Iraq (the system). The performance of this system is considered with respect

of two failure modes – *fatalities* (the weekly number of US soldiers killed) and *accidents*. In the first part of this case study, the system is analyzed with respect of the fatalities.

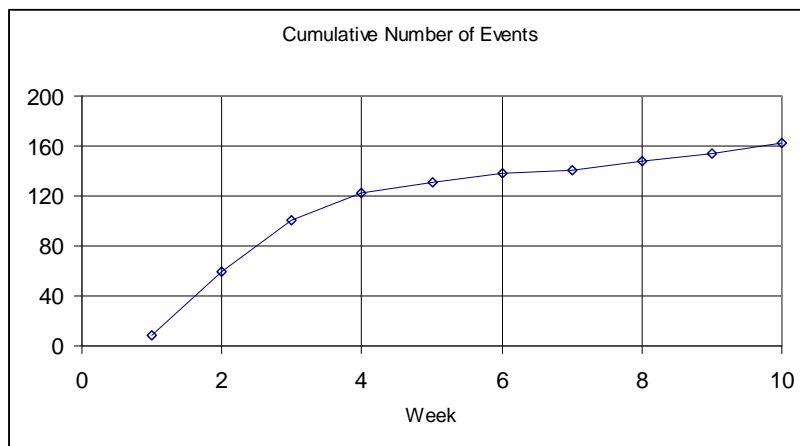
In the given context, the data related to fatalities include the following four causes of death:

1. Hostile fire
2. Accidents
3. Friendly fire
4. Other

In the second part of our case study, the system performance with respect to the failure mode called *accidents* is analyzed. Using the respective data analysis, it will be shown that in spite of slowly improving system performance with respect of the second failure mode (accidents), the system is slowly deteriorating with respect to the first failure mode (fatalities), which definition includes accidents as well.

### 3.2.1 Fatalities after Fall of Baghdad

Figure 1 below depicts the cumulative number (ECIF) of fatalities during first 10 weeks of military operations.



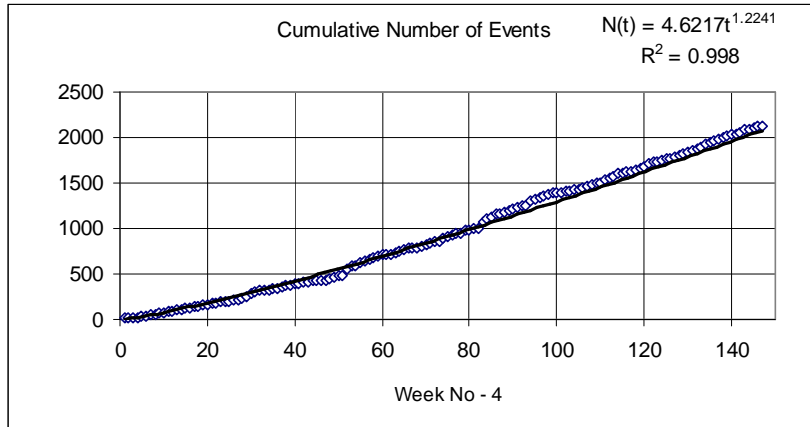
**Figure 1.** Cumulative Number of Fatalities during First 10 Weeks of Military Operations

The ECIF increases rapidly during first 4 weeks, and afterwards it slows down. The 4<sup>th</sup> week (04/06/03 – 04/12/03) includes the fall of Baghdad, so the first four weeks is the period of very active military operations with inevitably high losses (i.e., it is the first phase discussed in Introduction). The following case study is going to cover the military operations after this 4 week interval.

The plot of time dependence of cumulative number of fatalities during the time interval between the 5<sup>th</sup> and 151<sup>st</sup> week (04/13/2003 -- 02/04/2006) is presented in Figure 2. The data were fitted using the NHPP power low model (Equation (8)). The fitted model for CIF is given by the following equation:

$$N(t) = 4.622(t - 4)^{1.224}, \quad t \geq 5 \tag{10}$$

The fitted cumulative number of fatalities (CIF) is shown as a continuous curve depicted in Figure 2 below.



**Figure 2.** Cumulative number of fatalities during the time interval between the fifth and 151<sup>st</sup> week (04/13/2003 - 02/04/2006)

The squared correlation coefficient  $R^2$  (proportion of the variance of  $N(t)$  explained by  $t$ ) is 0.998, which shows that the fitted model is adequate enough.

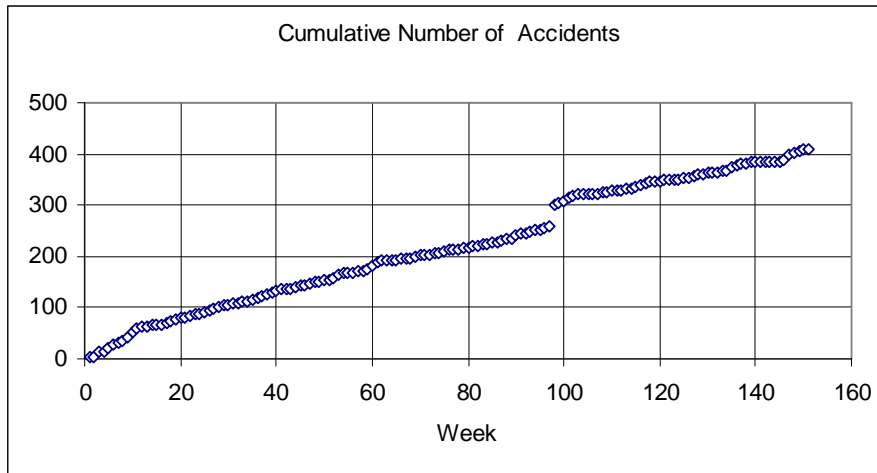
The parameter  $\beta$  of model (10) shows that the ROCOF of fatalities is not even constant, but slowly increasing ( $\beta > 1$ ), which means that the system of military operation is slowly deteriorating with respect to the “fatalities” failure mode. Being on an optimistic side (in spite of the 2 sigma interval of (1.216, 1.232) on  $\beta$ ), one can state with a very high confidence that the system performance with respect to the given failure mode (fatalities) is not improving.

The reader can notice a slight jump in ECIF at some time about 87<sup>th</sup> – 88<sup>th</sup> weeks. This increase might be explained by the emerging insurgent activity in September – October 2004. This could suggest breaking down the data into two subsets – before 87<sup>th</sup> week and after it, for a further analysis. The respective analysis is beyond the given paper scope.

### 3.2.2 Accidents from the Beginning of Military Operations

Now we are going to analyze the system performance with respect to the *accidents* only, which constitute one out four failure modes related to the *fatalities* considered in the previous section.

Figure 3 below depicts the cumulative number (ECIF) of accidents during the complete time interval between the first week of operations (03/16/2003 - 03/22/2003) and 151<sup>st</sup> week (01/29/2006 - 02/04/2006). The 98<sup>th</sup> week is definitely a “discontinuity point.” During this week, there were 43 accidental fatalities. Most of the respective causes were identified as "non-hostile – helicopter crash." There were two helicopter crashes during this week.



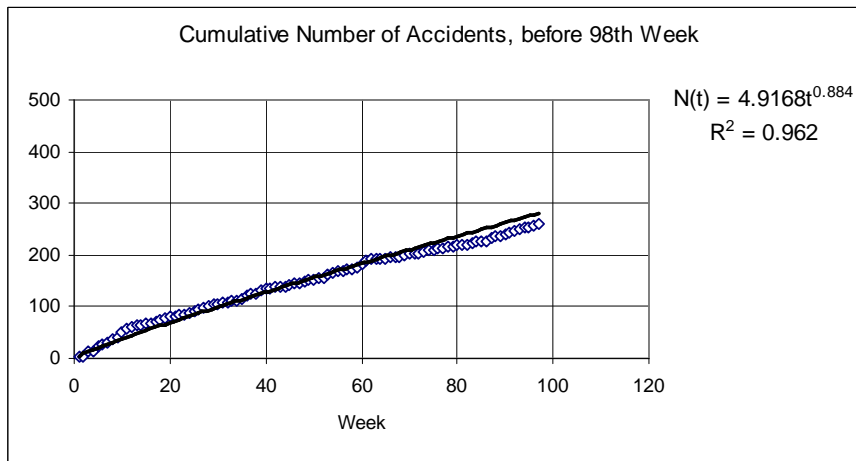
**Figure 3.** Cumulative number of fatalities during the time interval between the first week of operations (03/16/2003 - 03/22/2003) up to 151<sup>st</sup> week (01/29/2006 - 02/04/2006)

Due to the discontinuity point at 98<sup>th</sup> week, it is reasonable to break the data down into two subsets – before 98<sup>th</sup> week and after it. The plots of the respective ECIFs are shown in Figure 4 and in Figure 5 respectively. The fitted curves of the cumulative number of accidents (CIF) are shown as the continuous curves in the figures.

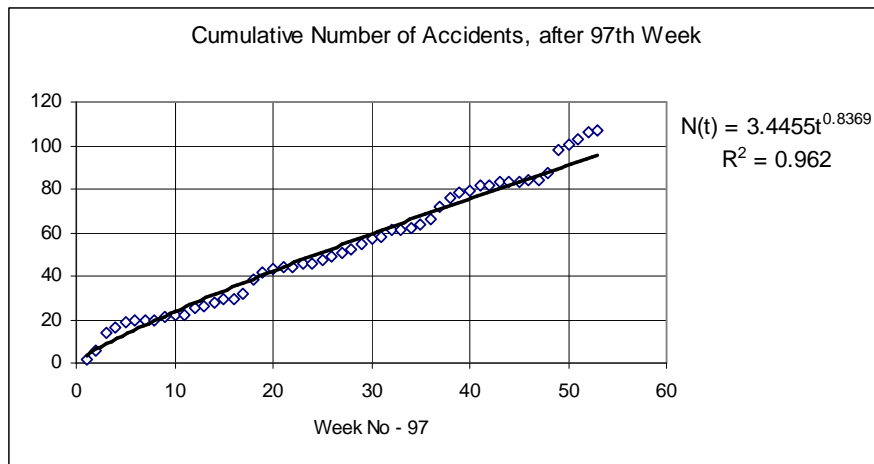
For the first time interval, the fitted model for CIF is given by the following equation:

$$N(t) = 4.917t^{0.884}, \tag{11}$$

The squared correlation coefficient  $R^2$  (proportion of the variance of  $N(t)$  explained by  $t$ ) is 0.962, which shows that the fitted model is rather adequate. The parameter  $\beta = 0.884$  indicates that the system is slowly improving with respect to the “accidents” failure mode.



**Figure 4.** Cumulative number of accidents from the beginning the military operations up to 97<sup>th</sup> week (01/16/2005 - 01/22/2005)



**Figure 5.** Cumulative number of accidents from the beginning the military operations after 97<sup>th</sup> week

For the second time interval (after the 97<sup>th</sup> week), the fitted model for CIF is given by the following equation:

$$N(t) = 3.445t^{0.834} \tag{12}$$

The equation reveals that the system continues to improve with a possible slight decrease in the accident rate of occurrence, compared to the one related to the first interval, which might indicate that some safety improvements have been done.

The squared correlation coefficient  $R^2$  for model (12) is the same as the one related to model (11), which shows that both models have approximately the same accuracy. Both models have the parameter  $\beta < 1$ .

Based on the above analysis one can come to the following conclusion. In spite of slowly improving system performance with respect to the “accidents“, as a failure mode, the system is slowly deteriorating with respect to the “fatalities” failure mode, which definition includes accidents as a specific case.

#### 4. Concluding Remarks

The considered case study shows that the risk analysis of military operations can be performed in the framework of traditional repairable system data analysis using the notions of improving and deteriorating systems. This approach can be suggested as a potentially useful tool among other decision making support tools and techniques.



## REFERENCES

1. Hoyland A and Rausand M. System Reliability Theory, Wiley, NY, 1994
2. Modarres, M., Kaminskiy, M. and Krivtsov V. *Reliability Engineering and Risk Analysis: A Practical Guide*, 1999, Marcel Dekker, Inc
3. Nelson, Recurrent Event data Analysis for Product Repairs, Disease Recurrences and Other Applications, ASA-SIAM, 2002
4. Crow, L. H. 1974. "Reliability Analysis for Complex Repairable Systems" in *Reliability and Biometry* (eds. F. Proschan and R. J. Serfling). SIAM, Philadelphia
5. Crow, L. H. 1982. "Confidence Interval Procedures for the Weibull Process with Applications to Reliability Growth", *Technometrics*, 24, pp. 67-72.
6. Duane, J. T. 1964. "Learning Curve Approach to Reliability Monitoring", *IEEE Trans. Aerospace Electron. Systems*, 2, pp. 563 – 566

## COUNTER-TERRORISM: PROTECTION RESOURCES ALLOCATION

---

**Igor Ushakov**

•

San Diego, USA

e-mail: [igorushakov@gmail.com](mailto:igorushakov@gmail.com)

### PART III. FICTIONAL "CASE STUDY"

**ABSTARCT.** This paper is continuation of [*Ushakov, 2006a; Ushakov, 2006b*]. Here a demonstration of the methodology is demonstrated on a fictional case study.

#### 1. SOME PRELIMINARY COMMENTS

Below is presented a simple demonstration of the method considered in [*Ushakov, 2006a; Ushakov, 2006b*]. All notations and terminology were given and explained in the previous papers.

Before considering the fictional case study, let us once more briefly characterize the proposed model.

This mathematical model can be used for design of an interactive computer model, which can be used by counter-terrorism decision-makers to solve the following problems:

- What are the priorities of the subjects of protection?
- What measures are most appropriate to protect these subjects?
- What is the best money allocation for this protection?

Notice from the very beginning that we are going to design a model for analysis the entire problem as a unique and single "body".

A decision-maker will be able to "play" with the model, change parameters and limitations and get current results. In other words, it will be a "WHAT IF" type of a model.

#### *Suggested procedure of use of the model*

Expert enters the following input data into the model:

- list of assumed objects of terrorists' attacks,
- priority of defended objects,
- estimated cost of various defending measures,
- estimated effectiveness of the protection of listed subjects,
- limitation on the resources assigned for the protection program.

The model will present an output (solution) in the form of resources allocation between various measures of protection and between the chosen subjects of defense.

***Input data***

- *List of subjects of protection.*
- *Categorization of the subjects of protection: human lives (like stadiums, conventions, etc.), economical, political, historical/symbolical.*
- *Expert-prepared relative priorities of these subjects (in scale from 1 to 10, for instance).*
- *Assumed enemy's priorities of destruction of the same subjects.*
- *Total resources for anti-terrorists' activity on the country level and on regional levels.*
- *Categorization of types of possible terrorists' attacks for each subject of protection.*
- *Expert's evaluation of the "degree of assurance" that the given subject of protection would be saved if some specified measures would have been undertaken.*
- *Cost of reliable information about terrorists plans, their location, forms of their support, etc.*
- *Experts' evaluation of the effectiveness of the pre-emptive anti-terrorists strikes depending on the expenses.*

Of course, the number of listed types of input information should be corrected (as well as the model itself) during real implementation.

***Expected results of the modeling***

*The computer tool will allow a decision-maker to estimate numerically the effect of counter-terrorism measures and will help making optimal (рационал) allocation of the available resources.*

*The model will give the decision-maker a range of human resources, finances, logistics, etc. needed for achieving the desired goal of protection the chosen objects.*

**2. FICTIONAL CASE STUDY****2.1. Description of the subjects of defense.**

Consider in some fictional city, let's call it *Freedom City*, where there are the following subjects for counter-terrorism protection:

- 1. Stadium (during an event),**
- 2. Monument of Glory,**
- 3. Great Bridge,**
- 4. Stock Exchange,**
- 5. National Park.**

Let  $\pi_k$  is a priority number of subject  $k$ . The priority number in some sense reflects the priority of the subject for the society. Of course, such "scalar" evaluation is a trivialization of the problem, but this method is used in many cases by Operations Research analysts. The numerical value of  $\pi_k$  has to be decided by counter-terrorism experts. Let the priority numbers for the considering fictional example are:

$$\pi_1 = 10 \text{ (possibility of loss of huge number of lives)}$$

- $\pi_2 = 8$  (important National symbol),  
 $\pi_3 = 5$  (important transport link),  
 $\pi_4 = 7$  (destruction may lead to a large scale economical chaos),  
 $\pi_5 = 1$  (city's symbol, few living buildings).

For the beginning, we do not pay attention on the specific of the protected subject, (human, economical or political). These factors might be taken into account on the further stages of the research.

## **2.2. Description of attack types.**

Consider possible types of terrorists' attacks on the listed subjects and measures of protection.

### **Stadium**

Possible types of attacks:

- Suicide bomber  
 Form of protection:
  - (1) Police at the entrance visually checking suspicious objects (big bags, suitcases, etc.); explosive-sniffing trained dogs are used.
  - (2) Strong visa checking on the country borders to avoid penetrating terrorist.
  - (3) Gathering information about unusual or suspicious activity within Freedom City community of possible origin of terrorism support.
  - (4) Emergency state of paramedic service of Freedom City
- Private planes or helicopters used as kamikaze.  
 Form of protection:
  - (1) Semi-military police helicopter barraging around the stadium with the weapon possible to destroy unexpected flying object.
  - (2) Attentive scrutiny of candidates for pilot training schools.
  - (3) Emergency state of paramedic service of Freedom City
- Regular civil planes.  
 Form of protection:
  - (1) Hardener checkpoints at airports (with inevitable "politically non-correct" profiling by names and appearance).
  - (2) Presence of marshals at each flight between large cities.
  - (3) Emergency state of paramedic service of Freedom City.

### **Monument of Glory**

Possible types of attacks:

- Suicide bomber  
 Form of protection:
  - (1) Police at the enter of the Monument of Glory for visual checking suspicious objects (big bags, suitcases, etc.); using explosive trained dogs.
  - (2) Strong visa checking on the country borders to avoid penetrating terrorists.
- Private planes or helicopters  
 Form of protection:

- (1) Semi-military police helicopter barraging around the stadium with the weapon possible to destroy unexpected flying object.
- (2) Attentive scrutiny of candidates for pilot training schools.

- Regular civil planes

Form of protection:

- (1) Hardener checkpoints at airports (with inevitable "politically non-correct" profiling by names and appearance).
- (2) Presence of marshals at each flight between large cities.
- (3) Emergency state of paramedic service of Freedom City.

## Great Bridge

Possible types of attacks:

- Suicide car-bomber

Form of protection:

- (1) Police at the entrance of the bridge checking suspicious vehicles.
- (2) Police checking suspicious vehicles entering Freedom City.
- (3) Strong checking all employees at transportation organizations (with inevitable "politically non-correct" profiling by names and appearance).
- (4) Strong visa checking on the country borders to avoid penetrating terrorists.

- Bomb at the pier of the bridge

Form of protection:

- (1) Control for suspicious diving activity in the area.
- (2) Control for suspicious boat movement on the river under the Great Bridge.
- (3) Strong checking all owners of boats in the basin.

## Stock Exchange

Possible types of attacks:

- Suicide car-bomber

Form of protection:

- (1) Police at the entrance of the street to the Stock Exchange checking suspicious vehicles.
  - (2) Police checking suspicious vehicles entering Freedom City.
  - (3) Strong checking all employees at transportation organizations with inevitable profiling by appearance, names and the country of origin.
- Strong visa checking on the country borders to avoid penetrating suspected terrorists.

- Suicide bomber

Form of protection:

- (1) Police at the Stock Exchange visually check suspicious objects (big bags, suitcases, etc.); using explosive-sniffing trained dogs.
- (2) Strong visa checking on the country borders to avoid penetrating terrorists.

**National Park**

Possible types of attacks:

- Suicide bomber  
 Form of protection:  
 (1) Police at the entrance observe more carefully visitors of the National Park.  
 (2) Strong visa checking on the country borders to avoid penetrating terrorists.

From brief analysis of measures above, one can see that some measures are local and specific for a particular subjects of protection, some of them are common for objects within a particular region (or area), and, finally, some measures protect all subjects in the country.

For instance,

- Police checking suspicious vehicles entering Freedom City,
  - Gathering information about unusual or suspicious activity within some communities
- are local measures effective for entire Freedom City but only for this city.

At the same time, such measures as:

- Strong visa checking at the country borders
- Attentive attendees checking at the pilot training centers (with strong profiling of the trainees)
- Hardener checking at airports, especially to and from main cities
- Putting marshals at the civil planes

influence on the subjects of protection within entire country. All counter-terrorism pre-emptive strikes abroad always effect on the level of entire country.

**2.3. Measures of defense, its effectiveness and related expenses.**

Below we consider the simplest case study for the situation described above. All numbers are fictional. Expenses for various protection measures taken in some conditional units, *CU*.

*Governmental (all-country) level of protection:*

Type of protection measure	Protection level		Related expenses	
	F <sub>i(1)</sub>	0.9	C <sub>11</sub>	5 CU
Attentive visa issuing in respect to nationality and country of applicant	F <sub>1(2)</sub>	0.95	C <sub>12</sub>	10 CU
	F <sub>2(1)</sub>	0.8	C <sub>21</sub>	50 CU
Checking arrived passengers	F <sub>2(2)</sub>	0.9	C <sub>22</sub>	100 CU
	F <sub>3</sub>	0.8	C <sub>3</sub>	50 CU
More attentive checking cargo	F <sub>4(1)</sub>	0.8	C <sub>41</sub>	300 CU
Introducing strong control for staying in the country with guest visas	F <sub>4(2)</sub>	0.9	C <sub>42</sub>	500 CU
	F <sub>5</sub>	0.95	C <sub>5</sub>	10 CU
Checking pilot schools attendees	F <sub>6</sub>	0.95	C <sub>6</sub>	50 CU
Checking employees of transportation organizations				
.....	.....	.....	.....	.....

All expenses are to protect all objects within the country, so "individual" expenses for a single object will be relatively small. (For instance, defending 10.000 objects within the country due to CHECKING ARRIVED PASSENGERS will correspond approximately 0.01 CU of expenses for each object.)

The list of possible types of protection measures on all levels, corresponding levels of protection and related expenses have to be prepared by expert familiar with security problems.

Zone (Regional) level of protection:

Every zone has to be considered individually because they have their own specific and their own measures of protection. Consider introduced above Freedom City as a zone and consider possible protection measures on zone (regional) level.

Type of protection measure	Protection level		Related expenses	
Checking incoming trucks	Z <sub>1</sub>	0.9	C <sub>11</sub>	5 CU
Police scrutiny of suspicious communities	Z <sub>2(1)</sub>	0.8	C <sub>2(1)</sub>	10 CU
	Z <sub>2(2)</sub>	0.9	C <sub>2(2)</sub>	15 CU
Control of airspace over the city	Z <sub>3</sub>	0.95	C <sub>3</sub>	50 CU
.....	.....	.....	.....	.....

Local (object) level of protection:

All objects have to be considered individually because they have their own specific and their own measures of protection. Besides, the same measures of protection might effect differently for different objects.

**1. Stadium**

Type of attack	Type of protection	Protection level		Related expenses	
Suicide bomber	Visual checking suspicious personal belongings (bags, suitcases, etc.)	L <sub>1(1)</sub> <sup>(1)</sup>	0.9	C <sub>1(1)</sub> <sup>(1)</sup>	1 CU
		L <sub>1(2)</sub> <sup>(1)</sup>	0.95	C <sub>1(2)</sub> <sup>(1)</sup>	2 CU
	Sample checking suspicious persons	L <sub>2(1)</sub> <sup>(1)</sup>	0.9	C <sub>2(1)</sub> <sup>(1)</sup>	3 CU
		L <sub>2(2)</sub> <sup>(1)</sup>	0.95	C <sub>2(2)</sub> <sup>(1)</sup>	4 CU
	Explosive-founding trained dogs	L <sub>3</sub> <sup>(1)</sup>	0.97	C <sub>3</sub> <sup>(1)</sup>	5 CU
Private plane crash	(zone level)	-	-	-	-
Airliner crash	(all-country level)				
.....	.....	.....	.....	.....	.....

### 2. Monument of Glory

Type of attack	Type of protection	Protection level		Related expenses	
		$L_{i(j)}^{(2)}$		$C_{i(j)}^{(2)}$	
Suicide bomber	Visual checking suspicious personal belongings (bags, suitcases, etc.)	$L_{1(1)}^{(2)}$	0.9	$C_{1(1)}^{(2)}$	0.5 CU
		$L_{1(2)}^{(2)}$	0.95	$C_{1(1)}^{(2)}$	1 CU
	Sample checking suspicious persons	$L_{2(1)}^{(2)}$	0.9	$C_{1(1)}^{(2)}$	1.5 CU
		$L_{2(2)}^{(2)}$	0.95	$C_{1(1)}^{(2)}$	2 CU
	Explosive-founding trained dogs	$L_3^{(2)}$	0.97	$C_{1(1)}^{(2)}$	3 CU
Private plane crash	(zone level)	-	-	-	-
Airliner	(all-country level)	-	-	-	-
.....	.....	.....	.....	.....	.....

### 3. Great Bridge

Type of attack	Type of protection	Protection level		Related expenses	
		$L_{i(j)}^{(3)}$		$C_{i(j)}^{(3)}$	
Suicide car-bomber	Police at the entrance of the bridge checking suspicious vehicles.	$L_1^{(3)}$	0.95	$C_1^{(3)}$	1 CU
	Police checking suspicious vehicles entering Freedom City. (zone level)	-	-	-	-
	checking employees of transportation organizations (country level)	-	-	-	-
Bomb at the pier of the bridge	Control for suspicious boat movement on the river under the Great Bridge.	$L_2^{(3)}$	0.99	$C_2^{(3)}$	3 CU
	Regular checking all owners of boats in the basin.	$L_3^{(3)}$	0.95	$C_3^{(3)}$	1 CU



#### 4. Stock Exchange

Type of attack	Type of protection	Protection level		Related expenses	
		$L$	Value	$C$	Value
Suicide car-bomber	Police at the street where Stock Exchange locates check suspicious vehicles parked at the building.	$L_1^{(4)}$	0.95	$C_1^{(4)}$	0.5 CU
	Police checking suspicious vehicles entering Freedom City. (zone level)	-	-	-	-
	checking employees of transportation organizations (country level)	-	-	-	-
Suicide bomber	Visual checking suspicious personal belongings (bags, suitcases, etc.) entering the building	$L_{2(1)}^{(4)}$	0.9	$C_{2(1)}^{(4)}$	0.5 CU
		$L_{2(2)}^{(4)}$	0.95	$C_{2(2)}^{(4)}$	1 CU
	Sample checking suspicious persons	$L_{3(1)}^{(4)}$	0.9	$C_{3(1)}^{(4)}$	0.5 CU
		$L_{3(2)}^{(4)}$	0.95	$C_{3(2)}^{(4)}$	2 CU
	Explosive-founding trained dogs	$L_4^{(2)}$	0.97	$C_4^{(2)}$	1 CU

#### 5. National Park

Type of attack	Type of protection	Protection level		Related expenses	
		$L$	Value	$C$	Value
Suicide bomber	Visual checking suspicious persons	$L_1^{(5)}$	0.95	$C_1^{(5)}$	1 CU
		$L_1^{(5)}$	0.95	$C_1^{(5)}$	1 CU
Strong visa checking on the country borders	(country level)	-	-	-	-

**2.4. Calculation of protection level for subjects of defense.**

We will demonstrate the method only on one object.

**Initial protection of Stadium**

Value of expected minmax loss for Stadium is equal to:

$$LOSS_{Stadium} = \pi_1(1 - F_{1(1)}) \cdot (1 - F_{2(1)}) \cdot (1 - F_5) \cdot (1 - Z_3) \cdot (1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)}), \quad (1)$$

or after substitution of numerical data, one gets 0.0001.

Expenses related to this level of protection are equal to 55 CU on the country level , 10 CU on the zone level and 4 CU were spent at the level of the object (Stadium). Notice that the biggest expenses were spent on the country level, though it should be "shared" between all protected objects.

Let us further consider only local level, because calculation by hand a system with hierarchical structure is too time-consuming and, in addition, the transparency of the example will be lost.

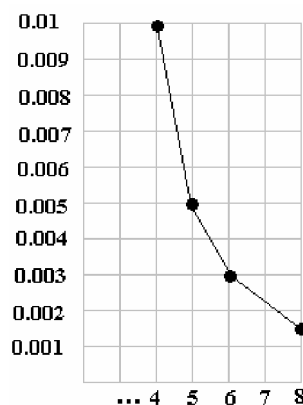
Let us rewrite formula (1) in the form

$$LOSS_{Stadium} = 0.01 \cdot (1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)}),$$

i.e. we keep only variables related to the local level. Then analyzing all possible measures we will get the following results:

Variant No.	Formula	Probab. of loss	Formula	Expenses
1	$(1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)})$	0.01	$C_{1(1)}^{(1)} + C_{2(1)}^{(1)}$	4
2	$(1 - L_{1(2)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)})$	0.005	$C_{1(2)}^{(1)} + C_{2(1)}^{(1)}$	5
3	$(1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(2)}^{(1)})$	0.003	$C_{1(1)}^{(1)} + C_{2(2)}^{(1)}$	6
4	$(1 - L_{1(2)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(2)}^{(1)})$	0.0015	$C_{1(2)}^{(1)} + C_{2(2)}^{(1)}$	8

In more visualized form the results are presented in figure below.



All these values can be used as members of the dominating sequences [Kettelle, 1962] for further analysis.

### **Conclusion.**

The suggested computer model allows to choose balanced and effective allocation of resources between all three levels and to assign measures for each defended object depending on possible type of terrorists attack.

### **REFERENCES**

J. D. Kettele, Jr. Least-coast allocation of reliability investment. *Operations Research*, vol. 10, 1962.

**I. Ushakov.** Counter-terrorism: Protection Resources Allocation. Part I. Minimax Criterion. *Reliability: Theory and Applications*" (vol.1, No.2), 2006a.

**I. Ushakov.** "Counter-terrorism: Protection Resources Allocation. Part II. Branching System. *Reliability: Theory and Applications* (vol.1, No.3), 2006b



# НАДЁЖНОСТЬ:

вопросы теории и практики

том 2, № 1, март, 2007 г.

Электронный журнал  
Международной группы по теории надежности

Сан-Диего

# НАДЁЖНОСТЬ: ВОПРОСЫ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ

№ 1 (Том 2)  
Март 2007

ISSN 1932-2321

Сан-Диего  
2007



ISSN 1932-2321

© "Reliability: Theory & Applications", 2007

© И.А.Ушаков, 2007

© А.В.Бочков, 2007

<http://www.gnedenko-forum.org/Journal/index.htm>

**Все права защищены**

Ссылка на журнал "Надёжность: вопросы теории и практики"  
при использовании опубликованных материалов обязательна

## Редакционная коллегия



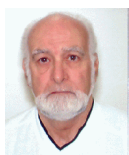
**Главный редактор**  
Игорь Ушаков  
[igorushakov@gmail.com](mailto:igorushakov@gmail.com)



**Ответственный секретарь**  
Александр Бочков  
[a\\_bochkov@yahoo.com](mailto:a_bochkov@yahoo.com)



**Ответственный редактор**  
Юрий Беляев  
[yuri.belyaev@matstat.umu.se](mailto:yuri.belyaev@matstat.umu.se)



**Ответственный редактор**  
Илья Герцбах  
[elyager@bezeqint.net](mailto:elyager@bezeqint.net)



**Ответственный редактор**  
Игорь Коваленко  
[kovigo@yandex.ru](mailto:kovigo@yandex.ru)



**Ответственный редактор**  
Михаил Никулин  
[M.S.Nikouline@sm.u-bordeaux2.fr](mailto:M.S.Nikouline@sm.u-bordeaux2.fr)



**Английский  
технический редактор**  
Кристина Ушакова  
[kudesigns@yahoo.com](mailto:kudesigns@yahoo.com)

## Общая информация

Журнал "**Надежность: вопросы теории и практики**" принимает статьи, обзоры, рецензии, воспоминания, информационные и библиографические материалы по теоретическим и прикладным аспектам надежности и управления качеством, безопасности, живучести и техническому обслуживанию.

Статьи теоретического характера должны непременно содержать новые постановки задач, указание возможности практического применения и не должны быть перегружены формальными выкладками.

Приоритет будет отдаваться статьям, отражающим практическое применение методов.

Требования к оформлению статей: статьи должны быть представлены в формате MSWord на английском языке, желательно сопроводить их версией на русском языке (по крайней мере, в настоящее время) большинство читателей журнала русскоязычные.

Объем статей (вместе с иллюстрациями) не должен превышать 15 стр. (шрифт Times New Roman - 12 пт - через 1,5 интервала).

Публикация в журнале приравнивается к публикации в международном научно-техническом журнале.

Статьи, рекомендованные членами редколлегии, на рецензирование не направляются.

Редакция оставляет за собой право изменить название статьи, а также провести редакторскую правку.

За авторами сохраняется полное право использовать свои материалы после публикации в журнале по своему усмотрению (посылать их в другие издания, представлять на конференции и т.п.)

Статьи направлять по e-mail

Главному редактору,  
Игорю Ушакову  
[iushakov2000@yahoo.com](mailto:iushakov2000@yahoo.com)

или

Ответственному секретарю,  
Александру Бочкову  
[a\\_bochkov@yahoo.com](mailto:a_bochkov@yahoo.com)



## Содержание

### On English

---

<b>Igor Ushakov</b> IS RELIABILITY THEORY STILL ALIVE?.....	6
<b>M. Nikulin, L. Gerville-Réache, V. Couallier</b> <b>NEW BOOK!</b> STATISTIQUE DES ESSAIS ACCÉLÉRÉS .....	20
<b>Sumantra Chakravarty</b> ADAPTING BASS-NIU MODEL FOR PRODUCT DIFFUSION TO SOFTWARE RELIABILITY .....	22
<b>G. Tsitsiashvili</b> ASYMPTOTIC ANALYSIS OF LOGICAL SYSTEMS WITH ANRELIABLE ELEMENTS .....	34
<b>E. Aliguliyev</b> OPTIMIZATION PROBABILITY OF THE UNFAILING WORK OF A NETWORK WITH USE OF STATISTICAL TESTS ON A MONTE-CARLO METHOD .....	38
<b>M. Kaminskiy</b> RISK ANALYSIS OF MILITARY OPERATIONS .....	41
<b>I. Ushakov</b> COUNTER-TERRORISM: PROTECTION RESOURCES ALLOCATION. PART III. FICTIONAL "CASE STUDY" .....	50

### On Russian

---

<b>И. Ушаков</b> ЖИВА ЛИ ЕЩЕ ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ?.....	66
<b>Г. Цициашвили</b> АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕНАДЕЖНЫМИ РЕБРАМИ.....	84
<b>Э. Алигулиев</b> ОПТИМИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО .....	88
<b>И. Ушаков</b> АНТИ-ТЕРРОРИЗМ: РАЗМЕЩЕНИЕ РЕСУРСОВ ЗАЩИТЫ. ЧАСТЬ III. УСЛОВНЫЙ ПРИМЕР.....	91
<b>Г. Цициашвили</b> ВОСПОМИНАНИЯ О ВЛАДИМИРЕ ВЯЧЕСЛАВОВИЧЕ КАЛАШНИКОВЕ.....	101
<b>А. Андронов</b> ПРОФЕССОР КОРДОНСКИЙ – ИССЛЕДОВАТЕЛЬ И УЧИТЕЛЬ.....	103

## ЖИВА ЛИ ЕЩЕ ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ?

---

**Игорь Ушаков**

•  
*Сан Диего, Калифорния, США*  
e-mail: [igorushakov@gmail.com](mailto:igorushakov@gmail.com)

Во время банкета на закрытии конференции MMR-2004 Conference (Математические методы в надежности, Санта-Фе, США), один из ведущих Западных специалистов по надежности профессор Университета Джорджа Вашингтона (Вашингтон, США) Нозер Сингпурвалла выступал в качестве ведущего дискуссии. Темой дискуссии им был выбран, скажем прямо, провокационный вопрос: «Жива ли еще теория надежности?» Сама по себе постановка такого вопроса вызвала буквально бурю негодования среди участников: «Да, да, да! Она жива и процветает!»

Что же происходит в наши дни, и почему такой вопрос в принципе возник у серьезного математика, посвятившего многие годы развитию этой самой теории надежности?

Можно попытаться ответить на этот вопрос, хотя ответ этот будет далеко неоднозначным. На правах если уж не «динозавра в надежности», то уж, во всяком случае, «мамонта», я берусь обсудить эту непростую тему.

### ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯВШИЕ И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

#### 1. Теория зарождается в недрах практики.

Вспомним, когда начался бум теории надежности. Шла Корейская война (1950-53гг). Военная техника в первые же годы «холодной войны» бурно развивалась: обе стороны в процессе гонки вооружений создавали все более эффективные «мироворческое оружие, системы усложнялись, а промышленность мирного времени едва успевала за потребностями американских и советских «ястребов». Обе стороны несли огромные потери из-за частых отказов военной техники, а но первыми одумались американцы: они всегда лучше считали деньги. В США начали уделять повышенное внимание вопросам качества, надежности и обслуживания техники: начали проводиться ежегодные симпозиумы Института Радиоинженеров (IRE - Institute of Radio Engineers), а позднее, Института Инженеров Электрики и Электроники (IEEE – Institute of Electrical and Electronics Engineers), которые выпускали труды конференций. К 60-м годам прошлого столетия на читателей обрушился мощный поток публикаций по надежности...

Примерно в это же время началась активизация работ по надежности и в бывшем Советском Союзе. Академик Аксель Иванович Берг – «отец советской кибернетики» – пустил крылатую фразу: «Надежность – проблема №1!»

Иными словами, появилась насущная проблема, которая требовала быстрого и квалифицированного решения.

## 2. Уменьшение актуальности проблемы.

Не последнюю роль сыграло в спаде интереса к теории надежности среди разработчиков и производителей техники (в особенности электронной), что аппаратура стала существенно надежнее. Если наработка на отказ электронных («вакуумных») ламп в 50-60-х годах измерялась десятками, в лучшем случае – сотнями часов, то нынешние микросхемы, заменяющие по своим функциональным возможностям целые блоки, а то и стойки «ламповой аппаратуры», имеют интенсивность отказа порядка  $10^{-6} - 10^{-8}$  1/час.

Понятно, что в такой ситуации проблема надежности перешла на другой уровень – на уровень больших систем.

## 3. Перенасыщенность «научного рынка».

Теория всегда должна опережать нужды сегодняшней практики, иначе она будет держать руку на пульсе уже умершего J... Однако, в настоящее время теория надежности либо слишком сильно «рванула» вперед, либо заползла в «экзотические тупики». Практика с успехом обходится громадным и – нужно отметить – первоклассным общетеоретическим багажом. «Локально» же возникающие текущие проблемы и разрешаются на локальном уровне.

Сейчас, видимо, фирмам-разработчикам выгоднее и эффективнее приглашать на текущие проекты по надежности квалифицированных специалистов со стороны для выполнения конкретных исследований.

## 4. Возникновение «теории ради теории».

Если просмотреть первые работы надежности конца 50-х и начала 60-х годов прошлого столетия, то в глаза бросается прагматичность работ по надежности. Даже «чистые математики» писали не для себя, а для «пользователей»: конечные результаты были прозрачны и практическая их применимость была очевидна. Однако уже в 70-е годы стали появляться публикации, либо посвященные изучению «экзотических» (а то и вовсе надуманных) моделей, либо содержащие головоломные математические выкладки (если не сказать – выкрутасы), за которыми терялся и смысл задачи да и конечные результаты представлялись в совершенно неудобоваримой форме. Это были работы, которые, как однажды сказал Борис Владимирович Гнеденко, авторы писали для себя, а не для читателя!

Это, безусловно, положило начало определенной дискредитации теории надежности, что позволило, например, одному из ведущих советских конструкторов космических аппаратов заявить: «Теорией надежностью занимаются те, кто в надежности ничего не понимает. Те же, кто понимает в надежности, те просто делают надежную аппаратуры!» (К несчастью, такое отношение к теории привело к тому, что произошел тот печальный случай, когда при посадке «Союза-11» трое космонавтов погибли из-за непродуманной схемы резервирования в системе разгерметизации: конструкторы не подумали о том, что релейные схемы имеют отказы типа ложного срабатывания как на замыкание, так и на размыкание.)

Потеря прагматичности работ по надежности стала с годами пугающей...

## 5. Вопросы «современной технической моды».

Однажды я спросил своего давнего друга Роберта Макола, которого многие могут знать по его книге «Системотехника», чем вызвано появление нового направления – Наука управления (Management Science)? Ведь была одно время в моде *кибернетика*, потом она породила *системотехнику*, потом возникло *исследование операций*, а теперь вот *наука управления*... «Так ты уже сам ответил на свой вопрос: смена моды! Каждый раз придумывается новое название, чтобы заставить того, кто платит, раскошелиться – это же новое! это же лучше, чем то, что было!» - ответил мне Макол.

Конечно, это шутка, но, как говорится, в каждой шутке есть *доля шутки*.

## 6. Смещение «центра тяжести» проблемы.

Теория надежности всегда уделяла основное внимание анализу систем: понятно, что на уровне элементов теоретические методы сводились в основном к задачам планирования испытаний и обработки экспериментальных данных. Современные системы все более и более усложняются – посмотрите на глобальные транспортные системы, телекоммуникационные сети, «компьютерные коммуны»... И здесь, действительно, есть много интересных, сложных и актуальных задач, но от специалиста по надежности уже требуется не написание общетеоретических работ, а решение этих конкретных задач, участие в «живых проектах». Зачастую задачи настолько специфичны, что их решения уже не носят междисциплинарного характера. Но, безусловно, решение этих задач опирается на общеметодологическую и математическую базу современной теории надежности.

Так что слухи о смерти теории надежности представляются преждевременными, как говаривал Марк Твэн, хотя пора ее расцвета, несомненно, уже осталась позади...

## «ФРОНТ РАБОТ» ПО НАДЕЖНОСТИ В БЫВШЕМ СОВЕТСКОМ СОЮЗЕ.

К концу 50-х в бывшем Советском Союзе публикации по надежности стали появляться, как грибы после доброго осеннего дождя, а в 1958 г. состоялась Первая Всесоюзная конференция по надежности, на которой председательствовал В.И. Сифоров.

Стали формироваться научные школы – в Москве, Ленинграде, Киеве, Риге...

### Московская школа.

К концу 50-х в Москве сформировалась неформальная группа в основном из преподавателей Военно-воздушной академии им. Н.Е. Жуковского (Б. Васильев, Г. Дружинин, М. Синица), а также военных специалистов из ЦНИИ-22 Министерства Обороны (В. Кузнецов, И. Морозов, К. Цветаев).

В это же время в Научно-техническом обществе по радиотехнике им. А.С. Попова (председатель ак. В. Сифоров) замечательный организатор науки Яков Михайлович Сорин создал Секцию надежности, где активную роль стал играть Б. Левин. При активной поддержке ак. А. Берга, в

1959 г. Я. Сорин создал первый в Москве (и, видимо, второй в бывшем Советском Союзе) отдел надежности в одном из НИИ Министерства электронной промышленности. В этом отделе родилась первая ведомственная методика расчета надежности электронной аппаратуры, легшая затем в основу общесоюзных стандартов по надежности.

С первого же года существования этого отдела надежности, к его работе были привлечены первоклассные математики во главе с ак. АН Украины Борисом Владимировичем Гнеденко. В эту группу входили профессора Московского Государственного университета им. М.В. Ломоносова Ю. Беляев и А. Соловьев, а также первоклассный статистик Я. Шор из одного московского военного НИИ. Они вместе с Я. Сориным и сотрудником отдела И. Ушаковым стали официальными консультантами Госстандарта СССР, где был (опять же по инициативе Я. Сорина) создан Научно-технический совет по проблеме надежности.

В 1962г. Б. Гнеденко и Я. Сорин организовали еженедельный Семинар по надежности, который проходил в вечернее время в МГУ. На этом семинаре всегда было очень много слушателей – как говорится, яблоку негде было упасть, хотя заседания проходили не в аудиториях, а в лекционных залах. Чуть позднее этот семинар, который вели Б. Гнеденко, Ю. Беляев и А. Соловьев, а позднее присоединился и И. Коваленко, перерос в Семинар по надежности и массовому обслуживанию, который так и закрепился в МГУ.

«Тандем Сорин-Гнеденко» заработал в полную мощность и не снижал обороты в течение примерно 25 лет, проделав поистине гигантскую организационную и просветительскую работу. Примерно через год Я. Сорин организывает Кабинет надежности и качества при Московском Политехническом музее. Своей правой рукой он выбирает Б. Гнеденко, делая его научным руководителем, а «всеобщим замом» назначает И. Ушакова. Задачей Кабинета было «нести знания в массы»: в то время при неиссякаемой организаторской и пропагандистской деятельности Я. Сорина через Госстандарт было проведено решение о создании службы надежности во всех промышленных (в основном, оборонных) министерствах.

Громадный коллектив докторов и кандидатов наук работал в этом Кабинете на общественных началах. (Помните шуточный ответ на вопрос: что такое работа на общественных началах? Это когда ты вкальываешь, но бесплатно, а обычная работа – это когда ты ничего не делаешь, но получаешь зарплату J.)

Был составлен график ежедневных консультаций для инженеров- разработчиков и работников служб надежности. Консультации проводились высококвалифицированными специалистами – как опытными инженерами (А. Аристов, И. Аронов, Б. Бердичевский, Э. Дзиркал, Р. Улинич, И. Ушаков, Ф. Фишбейн и др.), так и математиками (Ю. Беляев, В. Каштанов, А. Соловьев, Я. Шор и др.) Ежедневные консультации собирали по 15-20 человек в день, а на лекции (раз в две недели – две двухчасовых лекции) битком набивалась Главная Аудитория Политехнического музея, причем больше половины из них были командированные с промышленных предприятий, приезжавшие отовсюду: из Ленинграда и Киева, из Риги и Владивостока (!), из Новосибирска и Ташкента, из Еревана и Тбилиси... Карта СССР, висевшая в кабинете Якова Михайловича, все была утыкана красными флажками с указанием «охваченных» городов..

В 1969г. при журнале «Стандарты и качество» все тот же неутомимый Я. Сорин создает приложение «Надежность и контроль качества», а своими замами выбирает Б. Гнеденко, И. Ушакова и Я. Шора. После смерти Якова Михайловича Главным редактором стал Б. Гнеденко.

Примерно тогда же в издательстве «Советское радио» (позднее – «Радио и связь») создается Редакционный свет по надежности во главе с Б.В. Гнеденко. Начинается выпуск книг в серии «Библиотека инженера по надежности», которые сыграли огромную роль в воспитании специалистов по надежности во всех уголках бывшего Советского Союза.

Где-то в середине 70-х в журнале «Известия АН СССР. Техническая кибернетика» открывается раздел «Теория надежности».

И, конечно же, нельзя не вспомнить бесконечные «автопробеги по бездорожью и разгильдяйству», которые устраивал Я. Сорин со своими сподвижниками! Это были Киев, Ленинград, Ереван, Тбилиси, Рига и Горький... Именно по его инициативе и с его поддержкой в различных городах нашей страны были созданы кабинеты надежности, аналогичные Московскому (а Московский был с почетом переименован в Центральный).

Трудно перечислить всех представителей Московской школы надежности, но все же необходимо упомянуть некоторые имена, без которых картина не была бы полна: А. Аристов, И. Аронов, В. Гадасин, Ю. Конёнков, Г. Карташов, И. Павлов, А. Райкин, Р. Судаков, О. Тескин, В. Шпер

Говоря о Московской школе надежности, нельзя не упомянуть о двух книгах, которые, в определенном смысле, подвели итоги многолетних исследований.

Прежде всего, это прекрасная книга «Математические методы в теории надежности», написанная Б. Гнеденко, Ю. Беляевым и А. Соловьевым [ 1 ]. Книга была быстро переведена на английский язык [ 2 ]. И сейчас, спустя уже более сорока лет, она, наряду с книгой Р. Барлоу и Ф. Прощана [ 3, 4 ], переведенной на русский язык [ 5, 6 ], остается лучшей монографией по общей теории надежности.

Во вторую очередь, можно отметить «Справочник по расчету надежности» Б. Козлова и И. Ушакова [ 7 ], выдержавший несколько переизданий [ 8 – 9 ] и переводов [ 1 – 14 ]. Этот справочник долгие годы оставался настольной книгой инженеров-разработчиков.

### **Ленинградская школа.**

В 1959г. в одном из Ленинградских НИИ Министерства Судостроительной промышленности был организован первый отечественный отдел надежности, который возглавил И. Маликов. В том же году группа авторов – основоположников ленинградской школы надежности (И. Маликов, А. Половко, Н. Романов и П. Чукреев) выпустила «Основы теории и расчета надежности» [ 15 ]. В книге было всего 139 стр., но, как говорится: «Мал золотник, да дорог». Эта была первая – пусть и «худенькая» – монография, где впервые на русском языке была систематически изложена элементарная теория надежности.

Вслед за Московским Кабинетом надежности, в Ленинграде начал функционировать аналогичный кабинет при Доме научно-технической пропаганды. Здесь «организатором и вдохновителем побед» был Анатолий Михайлович Половко, преподававший в Военной академии им. А.Ф. Можайского.

В 1964г. А. Половко выпустил одну из первых отечественных серьезных монографий по теории надежности [ 16 ]. Она же была и первой отечественной книгой, переведенной на Западе [ 17 ]. Ленинградская школа надежности дала много интересных и высококвалифицированных ученых: это Л.К. Горский, И.А. Рябинин, Н.М. Седякин, Г.Н. Черкесов, И.Б. Шубинский и др.

### **Киевская школа.**

В Киеве в стенах Киевского военно-инженерного радиотехнического училища (КВИРТУ) расцвела школа под руководством Николая Алексеевича Шишонка. В эту группу входили Л. Барвинский, М. Ластовченко, Б. Креденцер, А. Перроте, В. Репкин, С. Сенецкий. В 1964г. коллектив авторов, возглавлявшийся Н. Шишонком опубликовала монографию «Основы теории надежности радиоэлектронной аппаратуры» [ 18 ].

Параллельно в Киевском Государственном университете, а позднее в Институте кибернетики (ныне им. В.М. Глушкова) очень сильная группа математиков, в основном учеников Б.В. Гнеденко, получила большое число интересных научных результатов в области надежности и массового обслуживания. В этой группе были такие выдающиеся математики, как академики АН Украины В. Королюк и И. Коваленко, а также В. Волкович, В. Заславский, Т. Марьянович, А. Турбин и др.

### **Рижская школа.**

«Отцом-основоположником» Рижской школы надежности является Хаим Борисович Кордонский, заведовавший кафедрой в Рижском Институте инженеров гражданской авиации (ныне Рижский Технический университет). Ученик крупного советского математика ак. Ю. Линника, Х. Кордонский унаследовал черты своего учителя: он был не только прекрасным ученым, но и замечательным преподавателем. Его ученики – А. Андронов, И. Герцбах и Ю. Пармонов были уже в ранние годы известны по всему бывшему Советскому Союзу.

В отличие от многих других школ надежности, Рижская отличалась прагматизмом и ориентацией на насущные инженерные проблемы. В 1963 г. выходит монография Х. Кордонского [ 19 ], где уже приведены некоторые модели надежности, а в 1969г. его книга совместно с И. Герцбахом [ 20]. Затем в 1969 г. вышла книга И. Герцбаха [ 21 ], пожалуй, лучшая из книг по моделям профилактики.

Усилиями Х. Кордонского в Рижском Доме научно-технической пропаганды, что располагался тогда на углу одной из улочек, вливавшихся на площадь Домского Собора, был организован регулярный семинар по надежности.

Независимо в Риге также работали над проблемой надежности В. Левин и В. Леонтьев.

### **Иркутская школа.**

Здесь вопросами надежности энергосистем занимался директор Сибирского энергетического института ак. Юрий Николаевич Руденко, собравший в отдел надежности талантливую молодежь (Н. Воропай, В. Зоркальцев, Г. Колосок, Л. Криворуцкий). Он инициировал работы по анализу живучести Единой энергетической системы страны (ЕЭС), за что вместе с И.

Ушаковым получил престижную Премию им. Г.М. Кржыжановского от АН СССР. Они же в соавторстве выпустили и первую книгу о надежности энергосистем [ 22, 23 ].

Знаменитые «Руденковские семинары» семинары на Байкале привлекали не только экзотикой Сибири... Там собирался весь «цвет» специалистов по надежности в энергетике со всей страны: Ю. Гук, Н. Манов, Е. Червоный, Е. Ставровский, М. Сухарев, Э. Фархад-заде, М. Чельцов, Г. Черкесов, М. Ястрбенецкий и др.

Нельзя не сказать хотя бы несколько слов и о других школах надежности в бывшем советском Союзе.

### **Ташкент.**

Здесь работы по надежности и статистическому контролю качества возглавил ставший впоследствии Вице-президентом Узбекской АН Сагды Хасанович Сираждинов, ученик А.Н. Колмогорова. Здесь в области надежности работали такие математики и прикладники, как Т. Азларов, А. Усманов, Ш.Форманов и др.

### **Горький.**

Горьковском филиале ВНИИС Госстандарта большую работу по развитию статистических методов надежности и контроля качества проводили Л. Лейфер и В. Липидус-старший. (Как и в «Двенадцати стульях» Ильфа и Петрова, здесь были также два брата Липидуса.)

### **Минск.**

В Минском Высшем инженерном радиотехническом училище (МВИРТУ) работала группа под руководством профессора Александра Михайловича Широкова (В. Скрипник, А. Назин).

### **Тбилиси.**

Еще в начале 60-х здесь появился первый кандидат технических наук именно по надежности – Ш. Бебиашвили, ученик ак. В.И. Сифорова. В последующие годы под руководством И. Микадзе работала группа молодых прикладников-математиков.

### **Ереван.**

В Ереванском Государственном университете и в Ереванском НИИ электронных машин работало несколько хороших специалистов, прежде всего, Э. Даниелян, а также А. Геворкян, А. Геокчян, Г. Маранджян и др.

### **Владивосток.**

В Институте автоматики и процессов управления Дальневосточного Отделения Академии наук работала сильная группа специалистов по надежности (О. Абрамов, А. Супоня).

И все же перечень этот, наверняка, далек от завершения...



## КРАТКАЯ ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Как уже отмечалось, бурный поток идей в теории надежности хлынул в самом начале «холодной войны», когда стали появляться все более и более сложные системы вооружения, которые простаивали больше, чем работали.

Первые шаги в развитии того, что мы теперь называем теорией надежности, были сделаны в Америке. Однако отечественные специалисты быстро включились в этот процесс, а вскоре не только сравнялись, но во многом и опередили «законодателей моды».

Не претендуя ни в коей мере на полноту обзора, попытаемся все же дать беглое описание основных научных направлений, которые представляли специфику отечественной школы теории надежности.

Интересный метод оценки доверительных границ для надежности системы, основанных на результатах безотказных испытаний входящих в нее элементов, был получен Р. Мирным и А. Соловьевым [ 24 ]. Затем некоторые более общие результаты были получены Ю. Беляевым, который предложил метод, основанный на статистических испытаниях [ 25, 26 ]. Большое число новых аналитических результатов для различных случаев было получено И. Павловым [ 27 – 29 ], Р. Судаковым [30], О. Тескиным [ 31 ].

Много работ было посвящено анализу сложных систем с деградацией качества функционирования за счет «частичных отказов». Действительно, вряд ли сложную систему можно характеризовать примитивными бинарными критериями работоспособности типа «да-нет» [32-34].

Доказательство двух предельных теорем в теории процессов восстановления (рекуррентных точечных процессов) сыграло решающую роль в развитии теории надежности восстанавливаемых систем. А. Реньи [ 35 ] сформулировал и доказал теорему асимптотического «разрежения» точечного потока, и тогда же Г. Ососков [ 36 ] доказал теорему об асимптотическом поведении суперпозиции точечных потоков. Позже Ю. Беляев, Григелионис и И. Погожев обобщили эти результаты. Эти асимптотические теоремы позволяют построить практически удобные инженерные методы приближенного анализа сложных высоконадежных систем с восстановлением [ 37 ].

Б. Гнеденко [ 38, 39 ] был первым, кто начал разрабатывать асимптотические методы анализа систем с восстановлением еще в начале 60-х годов. Он рассмотрел дублированную систему и показал, что асимптотическое распределение времени безотказной работы таких систем является экспоненциальным и не зависит от распределения времени восстановления (если это время в среднем мало по сравнению с наработкой на отказ). Эти первые работы открыли новое направление в теории надежности, которое затем успешно развивали, в первую очередь, И. Коваленко [ 40 - 42 ] и А. Соловьев [ 43 - 46 ].

Интересные идеи агрегирования состояний полумарковских процессов с применениями к задачам надежности были предложены В. Королюком и А. Турбиным [ 47 – 48 ], а затем развиты в ряде работ [ 49 – 50 ]. Интересные приложения к надежности содержатся в работах В. Анисимова [ 51 ] и Д. Сильвестрова [ 52 ].

Методы оптимального резервирования получили свое развитие в работах [ 53 - 57 ]. Результаты первых работ по оптимальному обеспечению запасными элементами вошли в разрабатывавшиеся тогда военные стандарты.

Такое важное направление в теории надежности, как ускоренные испытания, возникло на самой заре развития теории надежности. Достаточно вспомнить работы Н. Седякина [ 58 ], Х. Кордонского и И. Герцбаха [ 59 ], А.Перроте, Г. Карташова и К. Цветаева [ 60 ]. Модели ускоренных испытаний с нагрузками, зависящими от времени, рассмотрели В. Багданавичус и М. Никулин [ 61 ].

В заключение хочется отметить прекрасную книгу под общей редакцией Бориса Владимировича Гнеденко [ 62 ], в которой подытожены отечественные достижения в области теории надежности.

\* \* \*

Естественно, что эти краткие заметки не смогли отметить всех тех, кто внес заметный вклад в развитие теории и практики надежности. Автор попытался лишь сделать предельно краткий обзор идей в области теории надежности, в котором – как и во всем чересчур кратком – имеется прорва прорех... Каждый понимает, что подобного рода обзоры всегда страдают от авторского субъективизма и неизбежной некомпетентности в тех или иных вопросах. Более того, это задача к тому же и крайне неблагодарная – можно обидеть друзей, которых забыл вспомнить.

Нас буквально захлестнул шквал публикаций по надежности: десятки книг, сотни статей... Что делать тому, кто ищет в этом океане щепочку правды?.. Одним словом похоже на ситуацию: «Пить – так пить!» – сказал котенок, когда несли его топить...

Найти стоящие книги по теории надежности в нынешнем потоке литературы становится все труднее и труднее... Иногда даже создается впечатление, что какого-либо отбора рукописей для публикации не производится вовсе: издательства просто «зашибают деньгу». Необходимо организовать какой-то Форум специалистов по надежности, который был бы способен осуществлять честную и жесткую оценку публикаций в регулярно издаваемом обзоре новых публикаций. Нужен какой-то «коллективный разум», помогающий выплыть котенку! Может, проще довериться немногим экспертам, которые помогут (пусть даже субъективно) сориентироваться в информационной пучине?

В противном случае, новое поколение специалистов по надежности потеряет всякую ориентацию в этом мире...

Сейчас существует новый вебсайт «ГНЕДЕНКО ФОРУМ» (его электронный адрес <http://www.gnedenko-forum.org>). Может, имеет смысл на нем устроить рейтинг книг по надежности?

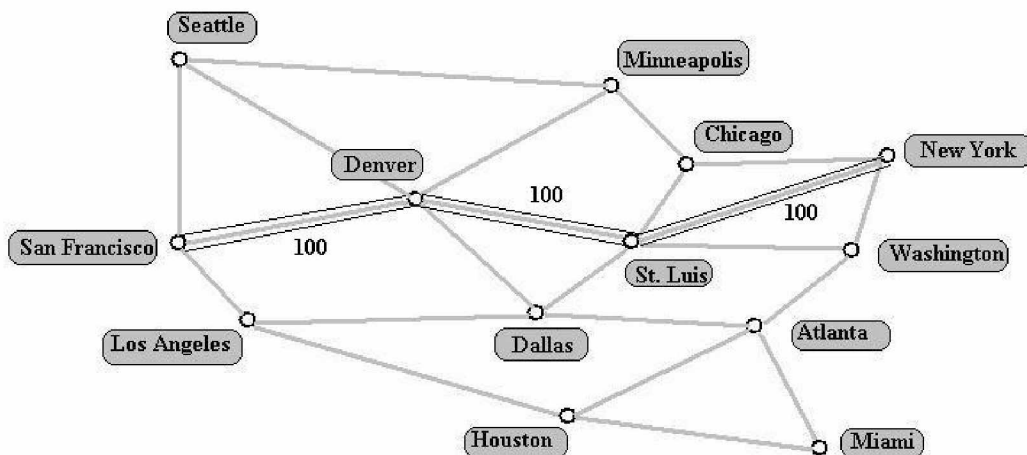
Одним словом, нерешенных задач даже чисто организационного толка очень много, и решить их можно только сообща!

Ниже приводятся примеры реальных приложений теории надежности к решению различных практических задач.

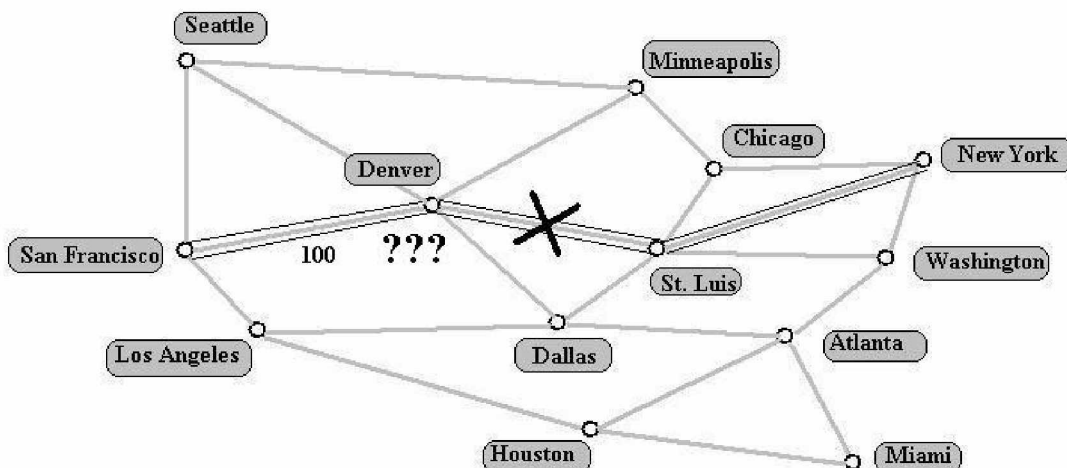
### ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЙ

#### Компьютерная модель для анализ живучести сети передачи данных (для американской телефонной компании MCI)

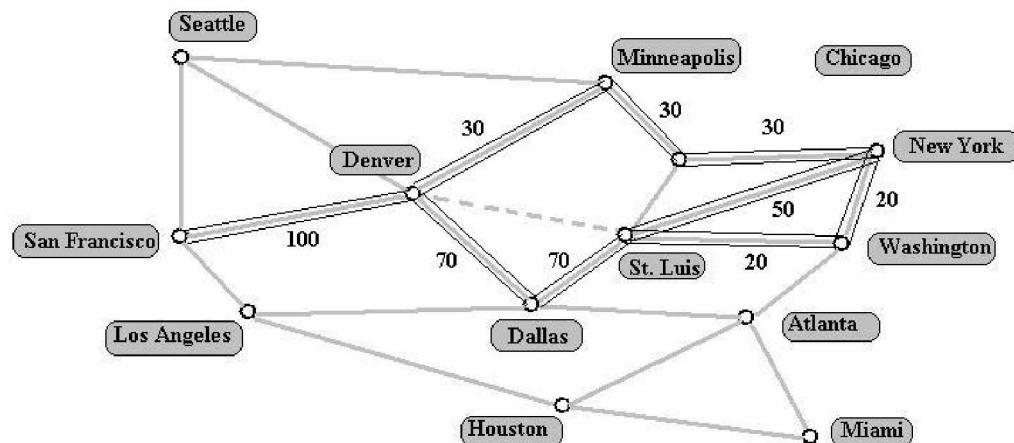
Решается задача оптимального распределения потоков в сети с учетом трафика и заданных пропускных способностей узлов и ребер. Допустим, что поток между Сан-Франциско и Нью-Йорком проходит так, как представлено на рисунке.



Дальше модель работает в режиме диалога: допустим, пользователь хочет посмотреть, как отреагирует сеть на отказ (или аварийное отключение) канала между Денвером и Сент-Луисом.



Модель пересчитывает новые исходные данные и находит новое оптимальное распределение потока данных между Сан-Франциско и Нью-Йорком.



Естественно, что при этом пересчитываются и потоки между остальными узлами. Программная реализация этой модели была использована для управления реальной сетью телекоммуникационной компании MCI.

#### Компьютерная модель для оптимизации числа запасных элементов для наземных станций телекоммуникационной спутниковой системы Глобалстар

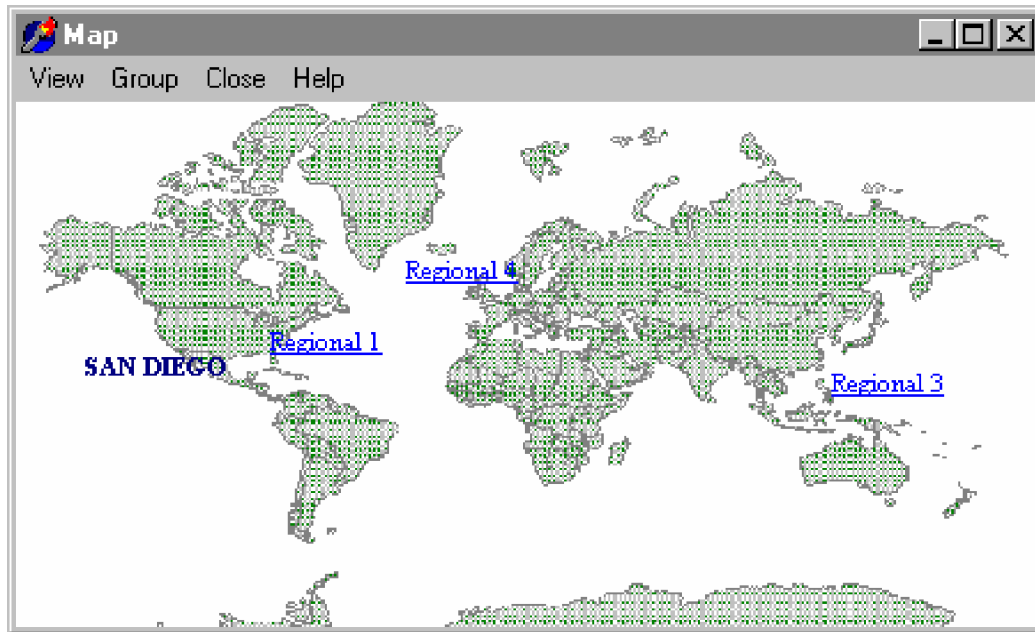


Система Глобалстар использует низко-орбитальные спутники, которые обращаются вокруг Земли по спиралеобразным орбитам, охватывая практически все точки на поверхности Земли. Планировалось разместить около сотни наземных базовых станций, причем по конфигурации (по составу оборудования и пропускной способности) все станции практически были различными, поскольку обслуживаемые ими зоны были различны по плотности населения и по доступности другими средствами связи.

В этих условиях обоснованный расчет необходимых запасных частей, иначе как при помощи компьютерной модели, не представлялся возможным. Заказчик быстро понял, что «неандертальские методы» типа «5% от числа работающих элементов данного типа, но не

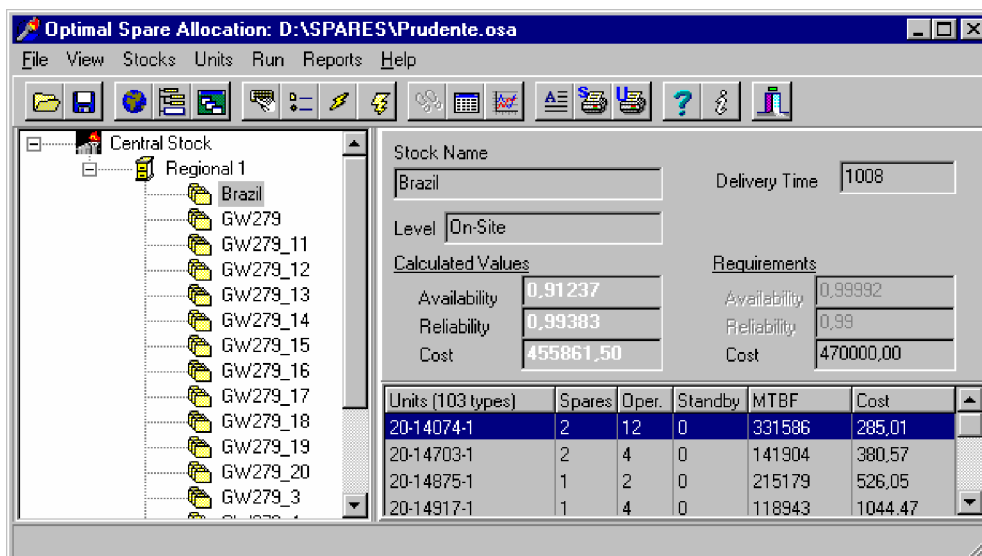
меньше одной штуки» приведут лишь к дезориентации разработчиков и неоправданным расходам.

В результате сошлись на необходимости создания трех региональных складских баз, обслуживающих базовые наземные станции. Центральный склад размещается в Сан-Диего (Калифорния).



В результате была разработана модель оптимального резервирования, которая давала список необходимых запасных элементов для каждой из наземных станций. Исходными данными были количество рабочих элементов каждого типа, тип пополнения (по запросу или периодически) и время доставки необходимого пополнения. Остальные данные (интенсивности отказа и стоимости элементов) хранились в общей базе данных.

Вид пользовательского окна с перечнем наземных станций для одного из региональных складов приведен ниже.



Для каждой из наземных станций в модели содержатся все необходимые сведения о числе необходимых запасных элементов.

Part No	Name	Qty	Standby	Comments
20-14074-1	TFU Distribution CCA	12	0	TFU_RF Rack
20-14703-1	TFU Site Alarm CCA	4	0	TFU_RF Rack
20-14875-1	TFU Frequency Reference CCA	2	0	TFU_RF Rack
20-14917-1	ATM IC CCA	4	0	CIS_SBS Rack
20-14918-1	CCA, YMCA Interface	4	0	CCP Combo Rack
20-14918-1	CCA, YMCA Interface	4	0	GC Rack
20-14930-1	BCN IC 8 Port CCA	24	0	CIS_SBS Rack
20-18034-1	CCA, ALARM INTERFACE, BULKHEAD	2	0	TFU_RF Rack
20-26035-1	GW Receiver Card (GRcC) CCA	90	0	Receive Rack
20-26085-1	Digital Common CCA	7	0	Digital Rack
20-26115-1	GW UpConvertor Card CCA	112	0	FL_GCU RACK
20-26195-1	Timing Freq. Dist. Card (TFDC) CCA	6	0	Receive Rack
20-26205-1	CCA, FAULT MONITORING, BRFAKFR	1	0	CCP Combo Rack

Решалось две задачи: (1) найти оптимальное число запасных элементов каждого типа, чтобы бесперебойность замен была бы максимальной при ограничениях на суммарные затраты, и (2) найти оптимальное число запасных элементов каждого типа, чтобы затраты были минимальны при условии, что достигается заданная вероятность бесперебойных замен. Для каждой станции была предусмотрена возможность распечатки отчета

**Stock Report**

**OPTIMAL Spare Allocation Report: Stocks**

Title:

Header: *OPTIMAL SPARE ALLOCATION: STOCKS*

Notes:

**Unit Detail**

- Name
- MTBF
- Cost
- Operating
- Standby
- Spare
- Total Qty
- Spare Cost

**Include into report**

- Logo
- Header
- Notes
- Date
- UNIT DETAIL
- Level
- Delivery Time
- Return Time

**Requirements:**

- Availability
- Reliability
- Cost

**Calculated values:**

- Availability
- Reliability
- Cost

**Include stocks**

- All
- Selected
- Selected & Children

**Sort units by**

- Part No
- Name
- Unit Cost
- Unit MTBF
- Spare Cost
- Spare Qty

**Sort stocks by**

- Name
- Level
- Reliability
- Availability
- Cost
- Hierarchy

Buttons: Preview, Print, Export, Close, Help

Образец отчета представлен ниже.

Unit data:		MTEF	Cost	Spare	Spare Cost
20-14074-1	TFU Distribution CCA	331586	285,01	2	570,02
20-14703-1	TFU Site Alarm CCA	141904	380,57	2	761,14
20-14875-1	TFU Frequency Reference CCA	215179	526,05	1	526,05
20-14917-1	ATM IC CCA	118943	1044,47	1	1044,47
20-14918-1	CCA, YMCA Interface	66667	92,42	3	277,26
20-14930-1	BCN IC 8 Port CCA	102364	609,74	3	1829,22
20-18034-1	CCA, ALARM INTERFACE, BULKHEAD	166667	178,44	1	178,44
20-26035-1	GW Receiver Card (GRc) CCA	78468	1301,53	6	7809,18
20-26085-1	Digital Common CCA	133333	788,14	2	1576,28
				12	15218,64

### Определение размеров зон технического обслуживания и размещения центров обслуживания абонентов спутниковой системы связи

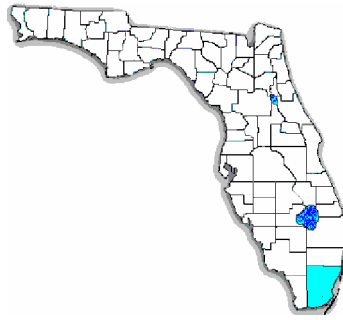
На основании начального периода эксплуатации системы были получены данные о числе запросов на обслуживание из различных графств штата Флорида (их насчитывается несколько десятков).

Графство	Число запросов	Площадь	Интенсивность (запр. в день)
Alachua	8	902	0.148148
Baker	0	585	0
Bay	9	758	0.166667
Bradford	3	293	0.055556
Brevard	16	995	0.296296
Broward	70	1211	1.296296
...	...	...	...
Wakulla	3	601	0.055556
Walton	8	1066	0.148148

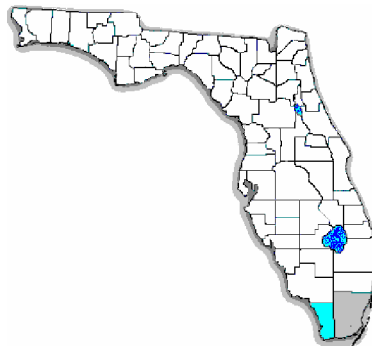
Компьютерная программа предполагала проведение необходимых вычислений в интерактивном режиме. Это объяснялось целым рядом неформализуемых факторов, например, место размещения центра зоны обслуживания выбиралось, исходя не из чисто «геометрических» соображений, а привязывалось к населенным пунктам.

Алгоритм был устроен на принципе направленного перебора с локальной оптимизацией результата. Было принято интуитивное соображение, что конфигурация зон обслуживания, например, в южных графствах Флориды не сказывается на конфигурациях зон на севере штата.

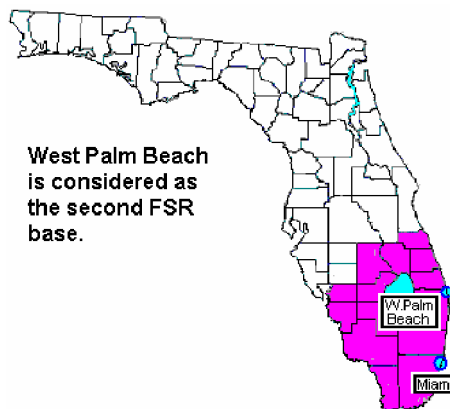
Первое графство выбиралось произвольно, хотя и учитывалась наибольшая плотность запросов на единицу площади. Таковым оказалось графство Дейд (Dade).



. Вычислялись все эксплуатационные характеристики, и оказалось, что допустимо подсоединение следующего графства. Следующее графство выбиралось пользователем из тех соображений, что оно должно быть соседним с первым, уже выбранным, а новая конфигурация зоны была бы достаточно «компактной». Вторым графством, расположенным слева, оказалось Монроу (Monroe).



В результате многократного повторения данной процедуры, была построена первая зона:



При построении этой зоны опять в интерактивном режиме была предпринята успешная попытка ввести два центра с перекрывающимися зонами действия.

Действуя аналогичным образом, мы строим зоны обслуживания от юга на север, покрывая всю территорию штата. Далее подобная процедура применяется к другим штатам.

В результате построения новых зон обслуживания только по одной Флориде экономия средств составила около 400 тысяч долларов за счет лучшего зонирования и более рационального



размещения центров, что позволило сократить число центров и число обслуживающего персонала.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теория надежности жива! Надо использовать знания в нужном направлении. Нужда в чистой теории, может быть, и спала, но нужда в приложениях теории надежности к решению практических задач была, есть и будет!

## БИБЛИОГРАФИЯ

64. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.К., Соловьев А.Д. (1965) *Математические методы в теории надежности*. Москва, Наука.
65. Gnedenko, B.V., Belyaev, Yu. K., Solovyeu, A.D. (1969). *Mathematical. Methods of Reliability Theory*. New York: Academic Press.
66. Barlow, R., and F. Proschan (1965). *Mathematical Theory of Reliability*. New York, John Wiley & Sons, NY.
67. Barlow, R., and F. Proschan (1975). *Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Probability models*. New York. John Wiley & Sons, NY.
68. Барлоу Р. и Ф. Прошан (1969). *Математическая теория надежности*. Под ред. Б.В. Гнеденко. Москва, Сов. Радио.
69. Барлоу Р., Ф. Прошан (1984). *Статистическая теория надежности и испытания на безотказность*. Под ред. И.А. Ушакова. Москва, Наука.
70. Козлов Б.А. и Ушаков И.А. (1966). *Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры*. Москва, Сов. радио.
71. Козлов Б.А. и Ушаков И.А. (1975) *Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики*. Москва, Сов. радио.
72. Ушаков И.А., редактор (1985). *Надежность технических систем: Справочник*. Москва, Радио и связь.
73. Kozlov, B.A., and I.A. Ushakov (1970). *Reliability Handbook*. New York, Holt, Rinehart and Winston.
74. Koslow, B.A., und I.A. Uschakow (1978) *Handbbuch zur Berechnung der Zuverlassigkeit in Elektronik und Automatentechnik*. Berlin. Akademie-Verlag.
75. Koslow, B.A., und I.A. Uschakow (1979) *Handbbuch zur Berechnung der Zuverlassigkeit fur Ingenieure*. Munchen – Wien. Carl Hansen Verlag.
76. Ushakov, I.A., editor (1989). *Prorucka Spolehlivosti v Radioelektronice a Automatizacni Technice*. Praha, SNTL.
77. Ushakov. I.A., editor(1994) *Handbook of Reliability Engineering*. New York, John Wiley & Sons.
78. Маликов И.М., Половко А.М., Романов Н.А. и Чукреев П.А. (1959) *Основы теории и расчета надежности*. Ленинград, Судпромгиз.
79. Половко А.М. (1964) *Основы теории надежности*. Москва, Наука.
80. Polovko, A.M. (1985) *Fundamentals of Reliability Theory*. Amer. Society for Quality.
81. Шишонок Н.А., Репкин В.Ф., Барвинский Л.Л. (1964). *Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники*. Москва, Сов. радио.
82. Кордонский Х.Б. (1963) *Приложения теории вероятностей в инженерном деле*. Москва, Физматгиз.
83. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. (1966). *Модели отказов*. Москва, Сов. Радио.

84. Герцбах И.Б. (1969) *Модели профилактики*. Москва, Сов. Радио.
85. Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. (1986). *Надежность систем энергетики*. Под ред. Л.А. Мелентьева. Москва, Наука.
86. Руденко Ю.Н., Ушаков И.А. (1989). *Надежность систем энергетики*. Изд. 2-е. Под ред. Б.В. Гнеденко. Новосибирск, Наука.
87. Мирный Р.А, Соловьев А.Д. (1964). *Оценки надежности системы по результатам испытаний ее компонент*. В кн. Кибернетику на службу коммунизму, т.2. Москва, Энергия.
88. Беляев Ю.К., Дугина Т.Н., Чепурин Е.В. (1967). *Вычисление нижней доверительной оценки для вероятности безотказной работы сложных систем*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №2, 3.
89. Беляев Ю.К. (1968). *Об упрощенных методах построения доверительных границ для надежности систем по результатам испытаний компонент*. Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика, №5.
90. Павлов И.В. (1974). *Оценка надежности системы по результатам испытаний стареющих элементов*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, № 3.
91. Павлов И.В. (1976.) *Интервальное оценивание надежности системы по оценкам надежности ее компонент*. Надежность и контроль качества. №10.
92. Павлов И.В. (1982). *Статистические методы оценки надежности сложных систем по результатам испытаний*. Под ред. И.А. Ушакова. Москва, Радио и связь.
93. Судаков Р.С. (1974). *К вопросу об интервальном оценивании показателя надежности последовательной системы*. Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика. №3.
94. Тескин О.И. (1969). *Точные доверительные границы для надежности резервированных систем при безотказных испытаниях их элементов*. Изв. АН СССР. Техн. Кибернетика, №4.
95. Ушаков И.А. (1960). *Оценка эффективности сложных систем*. В кн. «Надежность радиоэлектронной аппаратуры». М., Сов. радио.
96. Ушаков И.А. (1966). *Эффективность функционирования сложных систем*. В кн. «О надежности сложных систем». М., Сов. радио.
97. Дзиркал Э.В. (1974). *Задание и проверка требований к надежности сложных изделий*. М., Радио и связь.
98. Renyi, A. (1956). *Poisson-folyamat egy jellemzese*. (Венгерский). Ann. Math. Statist., Vol. 1, №4.
99. Ососков, Г.А. (1956). *Предельная теорема для потоков подобных событий*. Теория вероятностей и ее приложения, Том 1, №2.
100. Gnedenko, B.V., and I.A. Ushakov. (1995). *Probabilistic Methods in Reliability*. New York, John Wiley & Sons.
101. Гнеденко Б.В. (1964a). *О ненагруженном дублировании*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №4.
102. Гнеденко Б.В. (1964b). *О дублировании с восстановлением*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №5.
103. Коваленко И.Н. (1967). *Асимптотический метод оценки надежности сложных систем*. В кн. «О надежности сложных систем». М., Сов. радио.
104. Коваленко И.Н. (1975). *Исследования по анализу надежности сложных систем*. Киев, Наукова думка.
105. Коваленко И.Н. (1980). *Анализ редких событий при оценке эффективности и надежности систем*. М., Сов. радио.

106. Соловьев А.Д. (1968). *Предельные теоремы для процесса гибели и размножения*. Теория вероятностей и ее применения, №4.
107. Соловьев А.Д. (1970). *Резервирование с быстрым восстановлением*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №1.
108. Гнеденко Д.Б., Соловьев А.Д. (1974). *Одна общая модель резервирования с восстановлением*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №6.
109. Гнеденко Д.Б., Соловьев А.Д. (1975). *Оценка надежности сложных восстанавливаемых систем*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №3.
110. Королюк В.С., Турбин А.Ф.(1978). *Математические основы фазового укрупнения сложных систем*. Киев, Наукова Думка.
111. Королюк В.С., Турбин А.Ф.(1978). *Фазовое укрупнение сложных систем*. Киев. Вища школа.
112. Korolyuk, V.S., and Korolyuk, V.V. (1999). *Stochastic Models of Systems*. Kluwer Academic Publisher. Netherland.
113. Павлов И.В., Ушаков И.А. (1978). *Асимптотическое распределение времени до выхода из ядра полумарковского процесса*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №5.
114. Anisimov, V.V. (2000). *Asymptotic analysis of reliability for switching systems in light and heavytraffic conditions*. Recent Advances in Reliability Theory. Ed. by N. Limnios and M. Nikulin. Birkhauser, Boston-Basel-Berlin.
115. Сильвестров Д.С. (1976). *Об одном обобщении теоремы восстановления*. ДАН СССР. Серия А11.
116. Ушаков И.А. (1969). *Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений*. Москва, Сов. радио.
117. Райкин А.Л. (1971). *Вероятностные модели функционирования резервных устройств*. Москва, Наука.
118. Райкин А.Л. (1978). *Элементы теории надежности технических систем*. Под ред. И.А. Ушакова. М., Сов. Радио.
119. Волкович В.Л., Волошин А.Ф., Заславский В.А., Ушаков И.А. (1992). *Модели и методы оптимизации надежности сложных систем*. Киев, Наукова думка.
120. Гнеденко Б.В., редактор (1983) *Вопросы математической теории надежности*. Москва. Наука.
121. Седякин Н.М. (1966). *Об одном физическом принципе в теории надежности*. Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, №3.
122. Кордонский Х.Б., Герцбах И.Б. (1966) *Модели отказов*. М., Сов. Радио.
123. Перротте А.И., Карташов Г.Д., Цветаев К.Н. (1968) *Основы ускоренных испытаний на надежность*. Москва, Сов. Радио.
124. Bagdanavichius, V., and M. Nikulin (1997). *Accelerated testing when process of production is unstable*. *Statist. and Probab. Letters*, Vol. 35.
125. Гнеденко Б.В., редактор (1983). *Вопросы математической теории надежности*. (Авт.: Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов, И.Н. Коваленко, А.Д. Соловьев, И.А. Ушаков.) Москва, Радио и связь.

## АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕНАДЕЖНЫМИ РЕБРАМИ

Г.Ш. Цициашвили

•  
e-mail: [guram@iam.dvo.ru](mailto:guram@iam.dvo.ru),  
690041, Владивосток, ул. Радио 7,  
Институт прикладной математики ДВО РАН

В настоящей работе исследованы модели систем с ненадежными ребрами. Получены асимптотические соотношения для вероятности работы и распределения времени жизни в моделях. Непосредственное вычисление указанных вероятностных характеристик [1], [2] требует геометрически растущего по числу ребер сети количества арифметических операций. Основными параметрами сетей, на основе которых получены асимптотические формулы, являются длина кратчайшего пути и минимальная пропускная способность разреза. Разработана серия новых алгоритмов и формул для вычисления параметров полученных асимптотических соотношений.

**Основные характеристики.** Определим ориентированный граф  $\Gamma$  с конечным множеством вершин  $U$  и множеством  $W$  ребер  $(u, v)$ . В этом графе есть единственная вершина  $u_*$ , в которую не входит ни одного ребра и единственная вершина  $u^*$ , из которой не выходит ни одного ребра, и в нем отсутствуют ребра вида  $(u, u)$ .

Пусть  $n(s)$  число ребер у  $s$ ,  $s \subseteq W$ . Для  $S \subseteq \{s : s \subseteq W\}$  положим

$$n(S) = \min_{s \in S} n(s), \quad D(S) = \sum_{s: n(s)=n(S)} \prod_{(u,v) \in s} c(u,v),$$

$$C(S) = \min_{s \in S} C(s), \quad C(s) = \sum_{(u,v) \in s} c(u,v),$$

$$C_1(S) = \min_{s \in S} C_1(s), \quad C_1(s) = \max_{(u,v) \in s} c(u,v),$$

$$T_h(S) = \sum_{s: C_1(s)=C_1(S)} \prod_{(u,v) \in s} \exp(-h^{-c(u,v)}),$$

$c(u, v)$  - положительная целочисленная функция. Обозначим  $N(S)$ ,  $N_1(S)$ ,  $N_*(S)$  - число  $s \in S : C(s) = C(S)$ ,  $C_1(s) = C_1(S)$ ,  $n(s) = n(S)$  соответственно.

Пусть  $\mathfrak{R}$  множество всех путей  $R$  без самопересечения из вершины  $u_*$  в  $u^*$ . Введем в рассмотрение множества  $A = \{A \subset U : u_* \in A, u^* \notin A\}$ ,  $L = L(A) = \{(u, v) : u \in A, v \notin A\}$  и  $L = \{L(A), A \in A\}$  - множество всех разрезов в графе  $\Gamma$ .

**Графы с ненадежными ребрами.** Сопоставим каждому ребру графа  $\Gamma$  число  $\alpha(u, v) = I$  (ребро  $(u, v)$  работает), где  $I(G)$  - индикаторная функция события  $G$ . Непосредственной проверкой можно убедиться, что

$$\bigvee_{R \in R} \bigwedge_{(u,v) \in R} \alpha(u,v) = \bigvee_{L \in L} \bigwedge_{(u,v) \in L} \alpha(u,v). \tag{1}$$

Обозначим  $\alpha(\Gamma)$  величину, входящую в обе стороны равенства (1) и характеризующую работу графа  $\Gamma$ .

Предположим, что  $\alpha(u,v), (u,v) \in W$  независимые случайные величины,

$P(\alpha(u,v) = 1) = p_{u,v}(h), q_{u,v}(h) = 1 - p_{u,v}(h)$ , где  $h$  - некоторый малый параметр:  $h \rightarrow 0$ . Тогда имеют место следующие асимптотические соотношения при  $h \rightarrow 0$ .

7. Пусть  $p_{u,v}(h) \sim c(u,v)h$ , тогда  $P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim h^{n(R)} D(R)$ .

8. Пусть  $p_{u,v}(h) \sim h^{c(u,v)}$ , тогда  $P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim N(R) h^{C(R)}$ .

9. Пусть  $p_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)})$ , тогда  $P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim T_h(R)$ .

10. Пусть  $q_{u,v}(h) \sim c(u,v)h$ , тогда  $P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim h^{n(L)} D(L)$ .

11. Пусть  $q_{u,v}(h) \sim h^{c(u,v)}$ , тогда  $P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim N(L)h^{C(L)}$ .

12. Пусть  $q_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)})$ , тогда  $P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim T_h(L)$ .

**Приложение к моделям времени жизни.** Пусть  $\tau(u,v)$  - независимые случайные величины, имеющие смысл времен жизни ребер  $(u,v) \in W$ . Обозначим  $P(\tau(u,v) > t) = p_{u,v}(h)$  и положим время жизни графа  $\Gamma$  равным  $\tau(\Gamma) = \min_{R \in R} \max_{(u,v) \in R} \tau(u,v)$ .

Если  $h = h(t)$  монотонно убывающая и непрерывная функция и  $h \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$ , то асимптотические соотношения 1, 2, 3 остаются верными при замене  $P(\alpha(\Gamma) = 1)$  на  $P(\tau(\Gamma) > t)$ . Если  $h$  монотонно возрастающая и непрерывная функция и  $h \rightarrow 0, t \rightarrow 0$ , то соотношения 4, 5, 6 верны при замене  $P(\alpha(\Gamma) = 0)$  на  $P(\tau(\Gamma) \leq t)$ .

**Вычисление характеристик графа.** Для  $A \in A$  определим  $Q(A) = \{v \notin A : \exists u \in A, (u,v) \in W\}$  и построим множества  $A_1 = Q(A_0) = \{u_*\}, A_{k+1} = A_k \cup Q(A_k), k = 1, 2, \dots$ . Положим  $n = n(R) = \min(k : u_* \in A_k)$ .

Обозначим  $\varphi(u,v), (u,v) \in W$  целочисленную неотрицательную функцию:  $\sum_{(u,v) \in W} \varphi(u,v) = \sum_{(v,u) \in W} \varphi(v,u), \varphi(v,u) \leq c(u,v), (u,v) \in W$ , и назовем ее потоком. Величина потока - сумма  $\sum_{(u_*,v) \in W} \varphi(u_*,v)$ .

Обозначим  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2$  граф, полученный из графов  $\Gamma_1, \Gamma_2$  соединением их начальных и конечных вершин, соответственно, а  $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$  граф, полученный склеиванием конечной вершины графа  $\Gamma_1$  с начальной вершиной графа  $\Gamma_2$ . Будем понимать множества  $R_1, L_1, R_2, L_2$  для графов  $\Gamma_1, \Gamma_2$  в том же смысле, что и множества  $R, L$  для графа  $\Gamma$ . Всюду далее  $u_i \in Q(A_{i-1}), i = 1, \dots, n$ .

Процедура для  $D(R)$ :  $D(u_1) = 1, u_1 \in A_1, D(u_{k+1}) = \sum_{u_k \in Q(A_{k-1})} D(u_k) c(u_k, u_{k+1}), 1 \leq k < n,$

$$D(R) = D(u^*).$$

Процедура для  $N_*(R)$ :  $N_*(u_{n-1}) = 1, u_{n-1} \in Q(A_{n-2}),$   
 $N_*(u_{n-k-1}) = \sum_{u_{n-k} \in Q(A_{n-k-1})} N_*(u_{n-k}) I((u_{n-k-1}, u_{n-k}) \in W), 1 \leq k < n-1,$

$$N_*(R) = N_*(u_*).$$

Алгоритмы для  $C(R), N(R)$ : каждое ребро  $(u, v)$  графа разбивается на ребра единичной длины (т.к. функция  $c(u, v)$  целочисленна), преобразовав граф  $\Gamma$  в граф  $\Gamma_1$  с ребрами единичной длины, далее, используя процедуры нахождения  $n = n(R), N_*(R)$  для графа  $\Gamma_1$ , вычисляются  $C(R), N(R)$  для графа  $\Gamma$ .

Алгоритмы для  $C(L), n(L)$ : пользуясь теоремой [3] о совпадении максимальной величины потока с минимальной пропускной способностью разрезом  $C(L)$  и алгоритмом Форда-Фалкерсона (Ford-Falkerson), определяется  $C(L)$ , а  $n(L)$  совпадает с вычисленной величиной  $C(L)$  при  $c(u, v) \equiv 1$ .

Полагаем  $W = \{(u_k, u_{k+1}), u_i \in Q(A_{i-1}), i = 1, \dots, n\}$  в последующих пяти пунктах.

Процедура для  $C_1(R)$ :  $C_1(u_1) = 0, u_1 \in A_1, C_1(u_{k+1}) = \min_{u_k \in Q(A_{k-1})} \max(C_1(u_k), c(u_k, u_{k+1})),$

$$1 \leq k < n, C_1(R) = C_1(u^*).$$

Процедура для  $N_1(R)$ :  $N_1(u_1) = 1, u_1 \in A_1, N_1(u_{k+1}) = \sum_{u_k: C_1(u_{k+1}) = \max(C_1(u_k), c(u_k, u_{k+1}))} N_1(u_k),$

$$1 \leq k < n, N_1(R) = N_1(u^*).$$

Процедура для  $C_1(L)$ : так как из соотношения (1) следует, что  $C_1(L) = \max_{R \in R} \min_{(u,v) \in R} c(u, v),$

то  $C_1(L)$  определяется из формул  $C_1(u_{k+1}) = \max_{u_k \in Q(A_{k-1})} \min(C_1(u_k), c(u_k, u_{k+1})), 1 \leq k < n,$

$$C_1(u_1) = \infty, u_1 \in A_1, C_1(L) = C_1(u^*).$$

Явные формулы для  $C(L), N(L)$ : если

$c(u_k, u_{k+1}) \equiv c_k, 1 \leq k < n-1, c(u_{n-1}, u^*) = c_n, N_k$  - число вершин в множестве  $Q(A_{k-1}),$   
 $1 \leq k < n-1, N_n = 1,$  то  $C(L) = \min_{1 \leq k < n} c_k N_k N_{k+1},$  а  $N(L)$  - число элементов множества  $\{k : M = c_k N_k N_{k+1}, 1 \leq k < n\}.$

Узкие звенья в графе  $\Gamma$ . Предположим, что для любых пар ребер  $(u_1, v_1), (u_2, v_2) \in W,$  таких, что  $(u_1, v_1) \neq (u_2, v_2),$  выполняется неравенство  $c(u_1, v_1) \neq c(u_2, v_2),$  тогда существует единственное ребро  $(u(S), v(S)) \in s : C_1(s) = c(u(S), v(S)),$  причем  $-\ln T_h(S) \sim h^{-c(u(S), v(S))},$   
 $h \rightarrow 0.$

Назовем ребро  $(u(S), v(S))$  узким звеном для пары  $(\Gamma, S).$

**3'.** Пусть  $p_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)}), h \rightarrow 0,$  тогда  $-\ln P(\alpha(\Gamma) = 1) \sim -h^{-c(u(R), v(R))}.$

**6'.** Пусть  $q_{u,v}(h) \sim \exp(-h^{-c(u,v)}), h \rightarrow 0,$  тогда  $-\ln P(\alpha(\Gamma) = 0) \sim -h^{-c(u(L), v(L))}.$

В условиях утверждения  $3'$  или утверждения  $6'$  определение узкого звена  $(u(S), v(S))$  производится с помощью процедуры для  $C_1(S)$  при  $S=R$  или  $S=L$ , соответственно. Определение узкого звена и соответствующие ему асимптотические формулы могут быть перенесены с сети на произвольную логическую функцию, представленную в дизъюнктивной или конъюнктивной нормальной форме.

*Рекурсивные формулы для графа  $\Gamma_1 \Gamma_2$ :*

$$C(R) = \min(C(R_1), C(R_2)), \quad (2)$$

$$N(R) = \begin{cases} N(R_1), C(R_1) < C(R_2), \\ N(R_2), C(R_2) > C(R_1), \\ N(R_1) + N(R_2), C(R_1) = C(R_2), \end{cases} \quad (3)$$

$$C(L) = C(L_1) + C(L_2), \quad (4)$$

$$N(L) = N(L_1)N(L_2), \quad (5)$$

$$C_1(L) = \max(C(L_1), C(L_2)), \quad (6)$$

$C_1(R)$ ,  $n(R)$  определяются аналогично (2),  $N_1(R)$ ,  $n(L)$  определяются аналогично (3), (4), соответственно.

*Рекурсивные формулы для графа  $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$ .*  $C(R)$ ,  $n(R)$  вычисляются аналогично (4),  $N(R)$ ,  $N_1(R)$  вычисляются аналогично (5),  $C_1(R)$  вычисляются аналогично (6),  $C(L)$ ,  $C_1(L)$ ,  $n(L)$  определяются аналогично (2),  $N(L)$ ,  $N_1(L)$  определяются аналогично (3).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рябинин И.А. Логико-вероятностное исчисление как аппарат исследования надежности и безопасности структурно-сложных систем. Автоматика и телемеханика, 2003, № 7, с. 178-186.
2. Соложенцев Е.Д. Особенности логико-вероятностной теории риска с группами несовместных событий. Автоматика и телемеханика, 2003, №7, с. 187-203.
3. Белов В.В., Воробьев Е.М., Шаталов В.Е. Теория графов. Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1976.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ СЕТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТАТИСТИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ ПО МЕТОДУ МОНТЕ-КАРЛО

---

Э.А. Алигулиев

Баку, Азербайджан  
e-mail: [elshanaga@yahoo.com](mailto:elshanaga@yahoo.com)

Надежность систем с сетевой структурой, например, таких, как телекоммуникационные сети, определяется надежностью составляющих ее элементов, которые могут существенно отличаться по своей надежности. При анализе надежности телекоммуникационная сеть обычно описывается графом, где ребра отображают сетевые каналы, а в качестве узлов выступают рабочие станции, серверы, повторители, переключатели, маршрутизаторы или другие устройства. Параметры надежности часто зависят от загрузки сети (значений загрузок каналов, определяющих доступ пользователей, и качество их обслуживания). По этой причине, формулируя задачу оптимизации надежности, нужно определить, какие из параметров важны: связность, пропускная способность, среднее время до отказа, время восстановления связности или минимизация задержек. Благодаря структурной избыточности телекоммуникационных сетей, отказ отдельных элементов обычно приводит не к полному отказу сети, а лишь к частичному ухудшению качества ее функционирования. Полный отказ сети (например, в какой-либо отдельно взятой территории) может происходить в результате некоторых крупномасштабных стихийных бедствий – наводнений, ураганов, землетрясений, которые могут привести к разрушению линий связи или к глобальному отключению электропитания.

Качество функционирования сетей с коммутацией пакетов обычно оценивается потерей пакетов. Эти потери зависят от текущего состояния элементов сети, т.е. описываются случайным процессом, который мы обозначим как  $\epsilon(t)$ . Допустимое значение средних потерь пакетов обозначим через  $\epsilon^0$ . Отказом сети в этом случае будем называть наступление события  $\epsilon(t) < \epsilon^0$ . (Иногда рассматривается процесс  $\epsilon^*(t)$ , который является скользящей средней с некоторым заданным интервалом усреднения.)

Несмотря на структурную избыточность сети, вопрос надежности ее элементов остается весьма актуальным. В этой связи можно сформулировать следующую постановку оптимизационной задачи: *Максимизация вероятности безотказной работы сети с учетом заданного критерия отказа  $\epsilon^0$  при стоимостном ограничении на резервные элементы.*

Задача оптимизации вероятности безотказной работы сети может быть решена методом оптимизации по статистическим реализациям, предложенным в [3,4]. Ниже приводится решение, опирающееся на модификацию этого метода [5]. Этот метод был описан также в [6] для оптимизации числа каналов в сети связи. Идею процедуры оптимизации применительно к вероятности безотказной работы сети с коммутацией пакетов можно сформулировать следующим образом.

Аналогично процедуре в [4] проводится статистический эксперимент по методу Монте-Карло [1] независимо для каждого отдельного элемента сети. Распределение времени до отказа элементов считается равномерным. В некоторые моменты отказы отдельных элементов сети



могут оказаться незамеченными, если эти отказы не нарушили условие по функционалу качества. При отказе первого же элемента, который нарушает заданное условие  $\epsilon^0$  по функционалу качества – средних потерь пакетов, вводится резерв для этого элемента, который в случае отказа основного элемента тут же встает на его место.

В процессе статистического моделирования каждый раз при отказе очередного элемента вводится соответствующий резервный элемент. Такая процедура продолжается до полного исчерпания ресурсов:

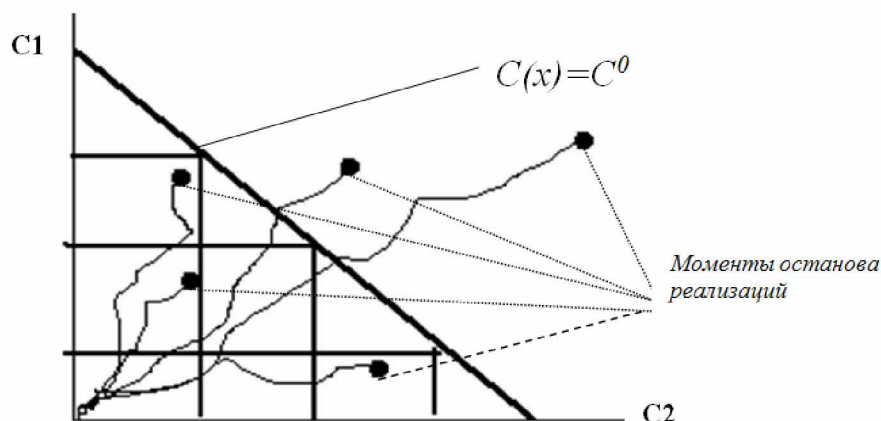
$$C(X) > C^0$$

где  $C^0$  – ограничение на суммарную стоимость элементов.

В результате первой реализации получается первый «вектор резерва» элементов сети.

$X = (x_1, \dots, x_n)$ ;  $x_i$  - число резервных элементов  $i$ -го типа,  $i = 1, \dots, n$ .

В процессе моделирования для каждой реализации запоминаются моменты расхода элементов каждого  $i$ -го типа в каждой реализации независимо. Имея построенные таким образом траектории расхода резервных элементов можно решать задачу выбора оптимального состава резервных элементов [4]. В случае оптимизации вероятности безотказной работы сети это выглядит следующим образом: фиксируются возможные составы резервных элементов, соответствующих ограничивающему условию. Для сети из  $n$  элементов отыскивается такой  $n$ -мерный куб, удовлетворяющий условию  $C(X) < C^0$ , внутри которого заканчивается наименьшее число траекторий, т.е. где происходит наименьшее число случаев отказа и соответственно вероятность безотказной работы выше. При выбранном составе резерва вероятность безотказной работы будет оптимальной.



**Рис.1.** Выбор оптимального состава резерва для 2-мерного случая

На рисунке 1 для удобства показан пример выбора «оптимального» прямоугольника для двумерного случая. Из построенных прямоугольников, внутри которых заканчивается лишь одна реализация, приемлемыми является средний и нижний прямоугольник.

#### Литература

1. Соболев И. М. Численные методы Монте-Карло. М; Наука. 1973.
2. Ушаков И.А., Топольский М.В. Оптимизация среднего времени безотказной работы системы // Надёжность и контроль качества. – 1974.– № 3
3. Ушаков И.А., Ясеновец А.В. Статистические методы решения задач оптимального резервирования // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика.–1977, № 6.
4. Ушаков И.А., Гордиенко Е.И. О статистическом подходе к решению некоторых задач оптимизации // Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik. 1978. Bd.14, № 11.
5. Алигулиев Э.А. Использование статистических моделей при решении задач оптимального резервирования // Надёжность и контроль качества, 1987.– № 12.
6. Ушаков И.А., Алигулиев Э.А. Использование статистического моделирования для оптимизации числа каналов в сети связи // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика, 1988.– № 1.

## АНТИ-ТЕРРОРИЗМ: РАЗМЕЩЕНИЕ РЕСУРСОВ ЗАЩИТЫ

---

**Игорь Ушаков**

•  
Сан-Диего, США

e-mail: [igorushakov@gmail.com](mailto:igorushakov@gmail.com)

### ЧАСТЬ III. УСЛОВНЫЙ ПРИМЕР

Аннотация. Данная статья является продолжением [Ushakov, 2006a; Ushakov, 2006b]. Здесь предложенная методология демонстрируется на простом условном (вымышленном) примере.

#### 1. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Ниже метод, рассмотренный в [Ushakov, 2006a; Ushakov, 2006b], демонстрируется на простом примере. Все определения и обозначения приведены и объяснены в предыдущей статье.

Прежде, чем перейти к рассмотрению примера, коснемся вкратце основных характеристик рассматриваемой модели.

Данная математическая модель может быть использована при создании интерактивной компьютерной модели, которая может быть эффективно использована лицами, принимающими решение, при анализе следующих задач:

- Каковы приоритеты объектов защиты от терактов?
- Какие меры наиболее приемлемы для предотвращения терактов?
- Каково наиболее рациональное размещение средств между объектами для получения наилучшего в некотором смысле глобального результата?

Заметим самого начала, что предлагаемая модель построена в предположении, что рассматривается защита всех объектов одновременно.

Пользователи модели могут во время интерактивной работы с компьютерной моделью менять параметры и ограничения, находя наиболее приемлемые пути достижения требуемого результата. Иными словами, предлагаемая модель является моделью сценарного ("WHAT IF") типа.

#### *Предполагаемая процедура использования модели*

В модель вводятся экспертом по анти-терроризму следующие данные:

- список предполагаемых целей террористических атак,
- приоритетные веса защищаемых объектов,
- ориентировочные затраты на различные меры по предотвращению терактов,

- ориентировочная эффективность защиты объектов при принятии различных мер,
- ограничения на ресурсы, предназначенные для осуществления мер защиты.

Модель представляет решение в форме количественного распределения ресурсов как между различными мерами защиты, так и между объектами, которые должны быть защищены.

### **Входные данные**

- *Список объектов, подлежащих защите.*
- *Категоризация объектов защиты: большие скопления людей (например, стадионы, собрания, и т.п.), экономические и политические учреждения, исторические памятники или национальные символы.*
- *Относительны приоритетные веса (например, по шкале от 1 до 10), подготовленные экспертами по анти-терроризму.*
- *Предполагаемые предпочтения для атаки с точки зрения террористов.*
- *Ресурсы отведенные на борьбу с терроризмом на уровне страны и отдельных регионов.*
- *Определение типов возможных терактов против каждого (индивидуально) объекта защиты.*
- *Экспертная оценка «степени уверенности» в том, что конкретно взятый объект будет защищен при условии, что предприняты конкретные меры.*
- *Затраты на получение надежной информации о намерениях террористов, их возможных источниках поддержки и т.п..*
- *Экспертные оценки эффективности превентивных ударов по базам террористов и оценка затрат на такие мероприятия.*

Естественно, данный список не является исчерпывающим и должен корректироваться вместе с самой моделью по мере решения практических задач.

### **Ожидаемые результаты моделирования**

*Программная модель позволит лицам, принимающим решение, количественно оценить эффективность предпринимаемых мер по защите от террористических атак и позволит найти оптимальное (рациональное) распределение отведенных средств.*

*Модель позволит лицу, принимающему решение, ориентировочно определить необходимые людские резервы, финансы и оборудование, необходимые для достижения желаемой цели защиты объектов от террористических атак.*

## **2. УСЛОВНЫЙ ПРИМЕР**

### **2.1. Описание объектов защиты**

Рассмотрим некоторый вымышленный город, назовем его *Святоград*, в котором расположены следующие объекты, которые могут стать целью террористических атак:

1. **Стадион (во время выступления спортсменов),**
2. **Монумент Славы,**

3. Великий Мост,
4. Финансовая биржа,
5. Национальный Парк.

Пусть  $\pi_k$  обозначает коэффициент важности объекта  $k$ . Эта величина определенным образом характеризует социальную или экономическую важность данного объекта. Конечно, такая скалярная характеристика является существенным упрощением реальной проблемы, однако этот прием зачастую используется в различных задачах исследования операций. Само численное значение  $\pi_k$  должно быть определено экспертом по проблемам борьбы с терроризмом. Пусть в нашем фиктивном примере эти величины есть:

- $\pi_1 = 10$  (возможны потери громадного числа людей)
- $\pi_2 = 8$  (национальный символ),
- $\pi_3 = 5$  (важный транспортный участок),
- $\pi_4 = 7$  (разрушение может привести к серьезным финансовым последствиям),
- $\pi_5 = 1$  (городской символ с малым числом зданий вокруг).

Рассматривая ущерб от разрушения объекта, естественно, можно ввести и не скалярные показатели важности. Однако на этой стадии мы избежим усложнений.

## 2.2. Возможные типы террористических атак и меры их предотвращения

Рассмотрим возможные типы террористических атак на перечисленные выше объекты.

### Стадион

Предполагаемые типы терактов:

- «Человек-бомба»  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Визуальная полицейская проверка при входе на стадион; служебные собаки, тренированные на обнаружение взрывчатки.
  - (2) Строгий визовый контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.
  - (3) Сбор информации службами безопасности о подозрительной активности в городских общинах, подозреваемых в симпатиях к террористам.
  - (4) Повышенная готовность городской службы скорой помощи.
- Частный «самолет-камикадзе».  
Способы защиты от атаки:
  - (4) Барражирование в районе стадиона военного вертолета, способного уничтожить самолет террористов.
  - (5) Внимательная проверка кандидатов для школ, обучающих пилотажу.
  - (6) Повышенная готовность городской службы скорой помощи.
- Захваченный террористами самолет гражданской авиалинии.  
Способы защиты от атаки:
  - (5) Тщательная проверка пассажиров в аэропортах.
  - (6) Присутствие вооруженного агента безопасности на рейсах между большими городами.
  - (7) Повышенная готовность городской службы скорой помощи.

### **Монумент Славы**

Предполагаемые типы терактов:

- «Человек-бомба»  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Полицейский визуальный контроль за посетителями, проверка подозрительных сумок, портфелей и пр.; служебные собаки, тренированные на обнаружение взрывчатки.
  - (2) Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.
  
- Частный «самолет-камикадзе».  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Барражирование в районе стадиона военного вертолета, способного уничтожить самолет террористов.
  - (2) Внимательная проверка кандидатов для школ, обучающихся пилотажу.
  
- Захваченный террористами самолет гражданской авиалинии.  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Тщательная проверка пассажиров в аэропортах.
  - (2) Присутствие вооруженного агента безопасности на рейсах между большими городами.

### **Великий Мост**

Предполагаемые типы терактов:

- Самоубийца на автомобиле, начиненном взрывчаткой  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Полицейская проверка подозрительных автомашин при подъезде к мосту.
  - (2) Полицейская проверка машин въезжающих в Святоград.
  - (3) Тщательная проверка работников транспортных организации города.
  - (4) Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.
  
- Подрыв бомбы у «быков» моста  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Наблюдение за подозрительной активностью аквалангистов в зоне моста.
  - (2) Контроль за движением катеров и яхт по реке в районе Великого Моста.
  - (3) Тщательная проверка владельцев катеров и яхт в акватории, примыкающей к мосту.

### **Финансовая биржа**

Предполагаемые типы терактов:

- Самоубийца на автомобиле, начиненном взрывчаткой  
Способы защиты от атаки:
  - (1) Ограничение движения по улице, где расположена биржа; проверка машин, припаркованных у здания.
  - (2) Тщательная проверка работников транспортных организации города.

(3) Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.

- «Человек-бомба»  
Способы защиты от атаки:  
(1) Полицейский визуальный контроль за посетителями, проверка подозрительных сумок, портфелей и пр.; служебные собаки, тренированные на обнаружение взрывчатки.  
(2) Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.

### **Национальный Парк**

Предполагаемые типы терактов:

- «Человек-бомба»  
Способы защиты от атаки:  
(1) Полицейский визуальный контроль за посетителями парка; служебные собаки, тренированные на обнаружение взрывчатки.  
(2) Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.

Беглый просмотр возможных мер предотвращения терактов показывает, что часть из них носит локальный характер, т.е. обеспечивает защиту именно данного объекта, часть из них обеспечивает безопасность всех объектов в данном регионе, а часть – обеспечивает защиту на общенациональном уровне.

Например,

- Полицейская проверка машин въезжающих в Святоград.
- Сбор информации службами безопасности о подозрительной активности в городских общинах, подозреваемых в симпатиях к террористам являются мерами защиты на региональном (городском) уровне.

В то же время такие меры, как:

- Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.
- Внимательная проверка кандидатов для школ, обучающих пилотажу.
- Тщательная проверка пассажиров в аэропортах.
- Присутствие вооруженного агента безопасности на рейсах между большими городами являются мерами по защите всех объектов в стране целом. То же касается и превентивных ударов по базам террористов.

### **2.3. Меры защиты, их эффективность и связанные с этими мерами затраты**

Ниже рассматривается простой пример расчета, основанный на вымышленных данных. Все затраты измеряются в неких условных единицах.

Государственный уровень защиты:

Тип меры защиты	Уровень защиты		Затраты ресурсов	
Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.	$F_{1(1)}$	0.9	$C_{11}$	5 усл.ед.
	$F_{1(2)}$	0.95	$C_{12}$	10 усл.ед.
Тщательная проверка пассажиров в аэропортах	$F_{2(1)}$	0.8	$C_{21}$	50 усл.ед.
	$F_{2(2)}$	0.9	$C_{22}$	100 усл.ед.
Тщательная проверка карго в портах	$F_3$	0.8	$C_3$	50 усл.ед.
Введение строго контроля за пребыванием в стране людей с временными визами	$F_{4(1)}$	0.8	$C_{41}$	300 усл.ед.
	$F_{4(2)}$	0.9	$C_{42}$	500 усл.ед.
Внимательная проверка кандидатов для школ, обучающихся пилотажу.	$F_5$	0.95	$C_5$	10 усл.ед.
Тщательная проверка работников транспортных организации.	$F_6$	0.95	$C_6$	50 усл.ед.
.....	.....	.....	.....	.....

Все затраты в данном случае могут быть распределены по всем защищаемым объектам, т.е. доля затрат, приходящихся на каждый из объектов, оказывается сравнительно небольшой. (Например, при защите 10.000 объектов в стране «индивидуальные затраты» на один объект при ВВЕДЕНИЕ СТРОГО КОНТРОЛЯ ЗА ПРЕБЫВАНИЕМ В СТРАНЕ ЛЮДЕЙ С ВРЕМЕННЫМИ ВИЗАМИ составят от 0.03 до 0,05 усл.ед.)

Перечень типов возможных мер по предотвращению различных типов терактов по отношению к различным объектам должен составляться экспертами по борьбе с терроризмом.

Зональный (региональный) уровень защиты:

Каждая зона обладает своей спецификой, а поэтому меры защиты носят индивидуальный характер. Предположим, что Святоград рассматривается как зона, и рассмотрим возможные меры защиты на зональном (региональном) уровне.

Тип меры защиты	Уровень защиты		Затраты ресурсов	
Проверка автомашин при въезде в город	$Z_1$	0.9	$C_{11}$	5 CU
Проверка подозрительной активности в некоторых городских общинах	$Z_{2(1)}$	0.8	$C_{2(1)}$	10 CU
	$Z_{2(2)}$	0.9	$C_{2(2)}$	15 CU
Контроль воздушного пространства над городом	$Z_3$	0.95	$C_3$	50 CU
.....	.....	.....	.....	.....

Локальный (индивидуальный) уровень защиты:

Все объекты должны быть рассмотрены индивидуально в силу их специфики и специфичности мер по их защите. Заметим, что одни и те же меры защиты могут быть в различной степени эффективны для различных объектов.



## 1. Стадион

Тип теракта	Мера защиты	Уровень защиты		Соотв. затраты	
		$L$	Вероятность	$C$	Затраты
«Человек- бомба»	Визуальный контроль подозрительных предметов (сумок, портфелей, и пр.)	$L_{1(1)}^{(1)}$	0.9	$C_{1(1)}^{(1)}$	1 усл.ед.
		$L_{1(2)}^{(1)}$	0.95	$C_{1(2)}^{(1)}$	2 усл.ед.
	Выборочная проверка подозрительных людей	$L_{2(1)}^{(1)}$	0.9	$C_{2(1)}^{(1)}$	3 усл.ед.
		$L_{2(2)}^{(1)}$	0.95	$C_{2(2)}^{(1)}$	4 усл.ед.
	Использование служебных собак, способных находить взрывчатку	$L_3^{(1)}$	0.97	$C_3^{(1)}$	5 усл.ед.
Частный «самолет-камикадзе»	(зональный уровень)	-	-	-	-
Угнанный террористами самолет гражданской авиалинии	(государственный уровень)				
.....	.....	.....	.....	.....	.....

## 2. Монумент Славы

Тип теракта	Мера защиты	Уровень защиты		Соотв. затраты	
		$L$	Вероятность	$C$	Затраты
«Человек-бомба»	Визуальный контроль подозрительных предметов (сумок, портфелей, и пр.)	$L_{1(1)}^{(2)}$	0.9	$C_{1(1)}^{(2)}$	0.5 усл.ед.
		$L_{1(2)}^{(2)}$	0.95	$C_{1(2)}^{(2)}$	1 усл.ед.
	Выборочная проверка подозрительных людей	$L_{2(1)}^{(2)}$	0.9	$C_{1(1)}^{(2)}$	1.5 усл.ед.
		$L_{2(2)}^{(2)}$	0.95	$C_{1(2)}^{(2)}$	2 усл.ед.
	Использование служебных собак, способных находить взрывчатку	$L_3^{(2)}$	0.97	$C_{1(1)}^{(2)}$	3 CU
Частный «самолет-камикадзе»	(зональный уровень)	-	-	-	-
Угнанный террористами самолет гражданской авиалинии	(государственный уровень)	-	-	-	-
.....	.....	.....	.....	.....	.....

### 3. Великий Мост

Тип теракта	Мера защиты	Уровень защиты		Соотв. затраты	
Самоубийца на автомобиле, начиненном взрывчаткой	Полицейская проверка подозрительных автомобилей при подъезде к мосту.	$L_1^{(3)}$	0.95	$C_1^{(3)}$	1 CU
	Проверка машин на въезде в город. (зональный уровень)	-	-	-	-
	Проверка сотрудников транспортных служб (государственный уровень)	-	-	-	-
Минирование «быков» моста	Контроль подозрительного движения по реке поблизости от моста.	$L_2^{(3)}$	0.99	$C_2^{(3)}$	3 CU
	Регулярная проверка владельцев катеров и яхт в акватории моста.	$L_3^{(3)}$	0.95	$C_3^{(3)}$	1 CU

### 4. Финансовая биржа

Тип теракта	Мера защиты	Уровень защиты		Соотв. затраты	
Самоубийца на автомобиле, начиненном взрывчаткой	Полицейская проверка подозрительных автомобилей в окрестности биржи.	$L_1^{(4)}$	0.95	$C_1^{(4)}$	0.5 CU
	Проверка машин на въезде в город. (зональный уровень)	-	-	-	-
	Проверка сотрудников транспортных служб (государственный уровень)	-	-	-	-
«Человек-бомба»	Визуальный контроль подозрительных предметов (сумок, портфелей, и пр.)	$L_{2(1)}^{(4)}$	0.9	$C_{2(1)}^{(4)}$	0.5 CU
		$L_{2(2)}^{(4)}$	0.95	$C_{2(1)}^{(4)}$	1 CU
	Выборочная проверка подозрительных людей	$L_{3(1)}^{(4)}$	0.9	$C_{3(1)}^{(4)}$	0.5 CU
		$L_{3(2)}^{(4)}$	0.95	$C_{3(1)}^{(2)}$	2 CU
	Использование служебных собак, способных находить взрывчатку	$L_4^{(2)}$	0.97	$C_4^{(2)}$	1 CU

### 5. Национальный Парк

Тип теракта	Мера защиты	Уровень защиты		Соотв. затраты	
«Человек-бомба»	Визуальная проверка подозрительных людей	$L_1^{(5)}$	0.95	$C_1^{(5)}$	1 CU
		$L_1^{(5)}$	0.95	$C_1^{(5)}$	1 CU
Строгий визовой контроль на границе страны для предотвращения проникновения террористов.	(государственный уровень)	-	-	-	-

## **2.4. Расчет уровня защищенности объектов**

Демонстрация метода проводится на примере лишь одного объекта.

### **Начальный уровень защиты Стадиона**

Значение ожидаемых минимаксных потерь для Стадиона находится как:

$$LOSS_{Stadium} = \pi_1(1 - F_{1(1)}) \cdot (1 - F_{2(1)}) \cdot (1 - F_5) \cdot (1 - Z_3) \cdot (1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)}), \quad (1)$$

что после подстановки приведенных выше числовых значений параметров дает результирующее значение 0.0001.

Значение соответствующих затрат на уровне страны равно 55 усл.ед., на зональном – 10 усл.ед. и на уровне самого объекта – 4 усл.ед.

Заметим еще раз, что наибольшие затраты относятся к государственному уровню, но эти затраты относятся ко всем защищаемым объектам в стране.

Рассмотрим ниже только локальный уровень, поскольку расчет вручную подобной иерархической системы защиты чрезмерно трудоемок, а кроме того, за массой численных результатов пропадет «прозрачность» предлагаемого метода.

Учитывая только локальные факторы, можно формулу (1) переписать в виде:

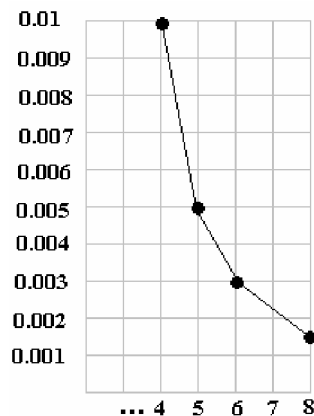
$$LOSS_{Stadium} = 0.01 \cdot (1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)}),$$

иначе говоря, оставлены лишь переменные, относящиеся к самому объекту.

Анализируя все возможные комбинации для имеющихся двух видов мер защиты, можно построить следующую таблицу:

<b>№ варианта</b>	<b>Формула расчета вероятности</b>	<b>Ожидаемые минимаксные потери</b>	<b>Формула расчета затрат</b>	<b>Ожидаемые затраты</b>
1	$(1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)})$	0.01	$C_{1(1)}^{(1)} + C_{2(1)}^{(1)}$	4 усл.ед.
2	$(1 - L_{1(2)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(1)}^{(1)})$	0.005	$C_{1(2)}^{(1)} + C_{2(1)}^{(1)}$	5 усл.ед.
3	$(1 - L_{1(1)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(2)}^{(1)})$	0.003	$C_{1(1)}^{(1)} + C_{2(2)}^{(1)}$	6 усл.ед.
4	$(1 - L_{1(2)}^{(1)}) \cdot (1 - L_{2(2)}^{(1)})$	0.0015	$C_{1(2)}^{(1)} + C_{2(2)}^{(1)}$	8 усл.ед.

График зависимости защиты от затраченных средств представлен на графике ниже.



Зависимости подобного рода могут быть использованы и для метода наискорейшего спуска и для построения доминирующей последовательности при использовании алгоритма Кеттелля [Kettelle, 1962].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Компьютерная модель, созданная на базе предлагаемой математической модели, позволит в интерактивном режиме выбирать рациональные (оптимальные) планы распределения средств для защиты объектов, против которых предположительно может быть предпринята террористическая атака.

### ЛИТЕРАТУРА

J. D. Kettele, Jr. Least-coast allocation of reliability investment. *Operations Research*, vol. 10, 1962.

**I. Ushakov.** Counter-terrorism: Protection Resources Allocation. Part I. Minimax Criterion. *Reliability: Theory and Applications*" (vol.1, No.2), 2006a.

**I. Ushakov.** "Counter-terrorism: Protection Resources Allocation. Part II. Branching System. *Reliability: Theory and Applications* (vol.1, No.3), 2006b

## ВОСПОМИНАНИЯ О ВЛАДИМИРЕ ВЯЧЕСЛАВОВИЧЕ КАЛАШНИКОВЕ

---

Цициашвили Г.Ш.

•  
e-mail: [guram@iam.dvo.ru](mailto:guram@iam.dvo.ru),  
690041, Владивосток, ул. Радио 7,  
Институт прикладной математики ДВО РАН

Я познакомился с Владимиром Вячеславовичем Калашниковым в 1970 г., будучи студентом 4-го курса Московского физико-технического института (МФТИ). Он тогда еще готовился к защите кандидатской диссертации и выполнял функции заместителя зав. кафедрой МФТИ, возглавляемой Николаем Пантелеймоновичем Бусленко. Невысокого роста, очень подтянутый, спортивный (занимался гонками на яхтах).

Держался скромно, но с большим достоинством. Благодаря В.В. Калашникову, я вошел в круг участников семинара по теории массового обслуживания и надежности при МГУ, возглавляемого замечательной тройкой руководителей: Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. Тогда уже было видно, что Владимир Вячеславович тяготеет к новым аналитическим и численным методам исследования моделей массового обслуживания и надежности. Эти методы он объединил под общим названием: метод пробных функций, который является распространением метода функций Ляпунова с дифференциальных уравнений на марковские процессы через формулу Дынкина (вероятностный аналог формулы Ньютона-Лейбница). Но обращаясь к таким общим математическим методам, В.В. Калашников все время думал о новых и актуальных прикладных задачах. Одной из таких задач он считал задачу устойчивости систем массового обслуживания, постановка которой со ссылкой на известный парадокс Лойнеса была сделана Б.В. Гнеденко.

Судьба так распорядилась, что в 1972 г., сразу после окончания МФТИ я был направлен работать в Дальневосточное отделение Российской академии наук. Поэтому наше общение продолжалось в основном по переписке и во время работы научных конференций, проходивших в европейской части России. В эти годы Владимир Вячеславович подготовил и защитил уже докторскую диссертацию и вошел в группу математиков, возглавляемую Владимиром Михайловичем Золотаревым и занимавшуюся задачами устойчивости стохастических моделей и их связью с массовым обслуживанием, математической статистикой и предельными теоремами теории вероятностей. ВВК стал соруководителем многих научных конференций по устойчивости стохастических моделей. Он организовал ежегодный выпуск сборников статей по этой тематике под эгидой института системных исследований Российской академии наук. Мне довелось объездить много городов центральной России, где Золотарев совместно с Калашниковым проводили свои конференции.

Владимир Вячеславович очень много делал, чтобы помочь молодым математикам из этих городов и вообще из регионов России в приобщении к самым современным разделам теории вероятностей, массового обслуживания, надежности и т.д. За это участники семинаров его


очень любили. Лично мне он помог с защитой как кандидатской, так и докторской диссертаций. Его помощь носила не только характер психологической и организационной поддержки. Он очень хорошо чувствовал связь теоретических исследований с приложениями и неоднократно рекомендовал уделять этому вопросу самое пристальное внимание. Думаю, что чувство новизны и практической значимости у него были просто врожденными качествами, а обучение у Н.П. Бусленко и длительное творческое сотрудничество с семинаром Гнеденко, Беляева и Соловьева существенно развили эти качества.

В последние годы жизни В.В. Калашников занимался задачами математической теории риска. В России к этим задачам начали заниматься с некоторым отставанием и он делал все от него зависящее, чтобы ликвидировать разрыв. Одна из его последних работ, написанная совместно с Р. Норбергом, выполнена на стыке финансовой и страховой математики. Она открывала новое и очень перспективное направление исследований. Обстоятельства так сложились, что вскоре после смерти Владимира Вячеславовича я начал работать над продолжением этой работы вместе с молодым и очень талантливым китайским математиком Каем Тангом. Так и после своей преждевременной кончины Владимир Вячеславович продолжал направлять моих коллег и меня в нашей работе.

Все люди уходят, это неизбежно. Но память о них, их дело остаются с нами. И нужно никогда не забывать об этом и помнить, что наши сегодняшние удачи связаны с именами совершенно замечательных предшественников, одним из которых являлся Владимир Вячеславович Калашников.

## ПРОФЕССОР КОРДОНСКИЙ – ИССЛЕДОВАТЕЛЬ И УЧИТЕЛЬ

•  
 Доклад был зачитан проф. А.М. Андроновым  
 на INTERNATIONAL CONFERENCE RELIABILITY  
 AND STATISTICS IN TRANSPORTATION  
 AND COMMUNICATION (RELSTAT'05)  
 Riga, Latvia, November, 2006



Khaim Borisovich  
**KORDONSKY**  
 (1919-1999)

*From prof. Kordonsky we learner important things, and for all life. The first lesson was: before you start doing the computerized schedule, be able to do it manually. This was a clever advice because only after a year of intensive contacts with practitioners, we started to understand what the scheduling is about, what is essential and what is secondary.*

*Prof. Kordonsky never was a "boss" who issued order and instructions. He created a stimulating atmosphere of intensive exchange of opinions and discussions, sometimes heated, but always efficient. He was open to any suggestion and critical remark. In spite of this tremendous scientific authority, nobody was afraid of asking questions or of insisting on this opinion.*

home page  
 memories  
 photo archive  
 links

© 2006 - International Group On Reliability

Первая страничка сайта Х.Б.Кордонского на сайте Gnedenko-Forum  
[http://www.gnedenko-forum.org/Memorial/Kordonsky/index\\_kordonsky.htm](http://www.gnedenko-forum.org/Memorial/Kordonsky/index_kordonsky.htm)

Хайм Борисович Кордонский (1919 -1999) в 1941 году окончил Ленинградский Университет, Математико-механический факультет, получил специальность «механик». Был солдатом в Народном ополчении, слушателем КУИНЖ в Ленинградской Военно-Воздушной Академии, служил в эскадрильи ВВС, на Авиаремонтном заводе был заместителем Главного инженера.

В 1947 -1950 гг. – Адъюнкт Ленинградской Военно-Воздушной Академии, Отделение математики. Его научным руководителем был академик Юрий Владимирович Линник, выдающийся учёный в области теории вероятностей и математической статистики. Это и определило научное направление и квалификацию Хайма Борисовича Кордонского.

Мы будем говорить об этом направлении как *о первой стороне научной деятельности* Хайма Борисовича Кордонского – о его вкладе в развитии и внедрении вероятностно-статистических методов.

После окончания адъюнктуры и защиты в 1950 г. кандидатской диссертации, был направлен в Ригу, Рижской Высшее Военное Авиационное училище. Здесь и прошла вся его трудовая жизнь, менялись только названия ВУЗа: РИИ ГА, РКИИ ГА, РАУ. Более 30 лет был заведующим кафедрой «Технологии ремонта и производства летательных аппаратов».

Первые исследования были посвящены проблемам *статистического (выборочного) контроля качества продукции*. В то время это было основным направлением применения математической статистики, причём ведущее место принадлежало Ленинградским математикам, ведь и основополагающая статья А.Н. Колмогорова *Статистический приёмочный контроль при допустимом числе дефектных изделий, равно нулю* (1951г.) была опубликована в Ленинграде, в сборнике Ленинградского дома научно-технической пропаганды.

Относящиеся сюда работы:

- 1953 г.: Кордонский Х.Б. Статистический приёмочный контроль на поточной и конвейерной линиях. *Вестник машиностроения*, 7.
- 1955 г: Кордонский Х.Б. Приложение теории цепей Маркова к контролю партий. *Вестник Ленинградского университета*, 11.
- 1956 г. Кордонский Х.Б. Простейшая форма контроля продукции. *Стандартизация*, 5.
- 1958** г. Кутай А.К. и Кордонский Х.Б. *Анализ точности и контроль качества в машиностроении*, гл. 3, 4. Машгиз, М-Л.
- 1959 г. Кордонский Х.Б. Вероятное качество продукции. *Стандартизация*, 10.
- 1961** г. Кордонский Х.Б. Распределение числа дефектных единиц в партиях изделий. *Теория вероятностей и её применения*, 3.

И в настоящее время часто встречаются ссылки на эти первые работы Хайма Борисовича Кордонского. Так, в трудах *The International Symposium on Stochastic Models in Reliability, Security and Logistics*, проходившего 15 – 17 февраля этого года в Израиле, в статье *Sh.K. Formanov and T.A. Formanova Optimal plans of statistical acceptance control taking into account Sheppard corrections* мы читаем: *We consider problem of optimal plans of statistical acceptance (SAC) that were considered by Kh. Kordonsky, S.Kh. Sirajdinov, Van der Varden, K. Stang ....*

В 1950 – 1955 гг. под руководством Хайма Борисовича Кордонского осуществлялось внедрение статистических методов контроля качества продукции на заводе ВЭФ, им оказывались научные консультации службам надёжности завода Автоэлектроприбор, Вагоностроительного и Дизельного заводов.

В **1963** г. в издательстве Физико-математической литературы (Москва, Ленинград) вышла книга Хайма Борисовича Кордонского *Приложения теории вероятностей в инженерном деле*. Это была первая книга по теории вероятностей и математической статистике, адресованная инженерам, позволившая последним освоить и применять вероятностно-статистические методы на в своей работе.

Отличительной особенностью Хайма Борисовича Кордонского было редкое сочетание знания механизма рассматриваемых физических процессов и математики, способной описать их адекватно. Благодаря этому его книги и статьи (как и лекции) отличались поразительной



простотой и ясностью изложения материала, по своему содержанию весьма сложного. Так в последующей книге *Модели отказов* он пишет:

*Логарифмически-нормальное распределение описывает поведение времени безотказной работы объектов, имеющих свойство "упрочняться" по ходу времени эксплуатации. "Упрочнение" сказывается в постепенном уменьшении скорости износа. Поэтому прежде чем использовать логарифмически-нормальное распределение для описания опытных данных, необходимо, исходя из физического существа процесса изнашивания и, если это возможно, путём анализа поведения реализаций износа, установить, обладают ли исследуемые объекты свойством "упрочняться".*

Рижский авиационный институт, где работал Хайм Борисович Кордонский, готовил инженеров по эксплуатации, а не производству самолётов. Хайм Борисович Кордонский, сразу увидел огромное поле для применения вероятностно-статистических методов, в условиях высочайших требования к надёжности авиационной техники и безопасности полётов. Эти требования обеспечивались системой мероприятий, таких как использование самолётов-лидеров (имеющий опережающий по сравнению со всем парком налёт), инспекторский проверок (для контроля технического состояния силовых элементов самолётов), техническими обслуживаньями и ремонтами самолётов. И возникает масса научных проблем: сколько самолётов-лидеров нужно, и каким должен быть опережающий налёт (с тем, чтобы с заданной степенью уверенности можно было судить обо всём парке в условиях его дальнейшей эксплуатации), когда осуществлять проверки и как предсказать скорость развития обнаруженных трещин, каковы сроки и объёмы работ по обслуживанию и ремонту и пр.

Очень быстро Хайм Борисович Кордонский становится непререкаемым авторитетом в Гражданской авиации по этой проблематике. Он выполняет важные исследования и даёт рекомендации по запросам Министерства Гражданской авиации, ГосНИИ ГА, эксплуатационных и ремонтных предприятий. Одновременно на кафедре создавался большой научный коллектив из талантливой и активной молодёжи.

Решение практических задач осуществлялось Хайм Борисович Кордонский на строгом математическом уровне. Поэтому разработанные модели, методы и алгоритмы имели универсальный характер и были пригодны практически для многих технических систем (не только авиационных или транспортных). Это обстоятельство отражается в последующих публикациях высокого уровня научных изданиях:

**1964 г.** Кордонский Х.Б. Расчёты и испытания усталостной долговечности. *Труды 4-го Всесоюзного математического съезда*, Наука, Москва.

**1966 г.** Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. *Модели отказов*. Советское радио, Москва.

{ 1969. Gertsbakh I. and Kordonsky Kh. *Models of Failures*. Springer, Berlin – Heidelberg - New York }

1967 г. Кордонский Х.Б. *Вероятностный анализ процессов изнашивания*. Наука, Москва.

1969 г. Герцбах И.Б. *Модели профилактики*. Советское радио, Москва.

2000 г. Gertsbakh I.B. *Reliability Theory with Applications to Preventive Maintenance*, Springer, Berlin - Heidelberg - New York. }

К этому списку достижений следует добавить блестящую защиту кандидатской диссертации в 1964 г. Ильёй Герцбахом. Научным руководителем был Хайм Борисович Кордонский, а официальным оппонентом – академик Борис Владимирович Гнеденко. Защита проходила в актовом зале Высотного здания АН Латвийской ССР и была заметным событием в научной жизни Латвийской столицы.

Остановимся на двух статистических задачах, поставленными потребностями практики.

**Первая** касалась методов статистической обработки данных об отказах авиационной техники. В литературе по математической статистике и справочниках по обработке данных всегда рассматривался так называемый случай *полной выборки*, когда оценивание распределения случайной величины и его параметров проводилось на основе точных зарегистрированных значений случайной величины. На практике это означало бы, что каждое изделие или силовой элемент конструкции эксплуатировались бы до отказа. На самом же деле (для обеспечения надёжности и безопасности), время эксплуатации ограничивается установленными ресурсами, преждевременными снятиями (даже исправных объектов) с эксплуатации и т.п. Хайм Борисович Кордонский ввёл в математическую статистику этот класс задач, для их решения предложил *Метод разделяющих разбиений*, применил метод максимального правдоподобия:

1966 г. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. *Модели отказов*. Советское радио, Москва.

1970 г. Артамановский А.В., Кордонский Х.Б. Оценка максимального правдоподобия при простейшей группировке данных. *Теория вероятностей и её применения*, 1.

1985 г. Кордонский Х.Б., Растрингин В.Л. Случайное цензурирование на траекториях в фазовом пространстве. *Изв. АН СССР Техническая кибернетика*, 6

1986 г. Кордонский Х.Б., Растрингин В.Л., Шулькин З.А. Оценивание показателей надёжности при действии нескольких причин. *Изв. АН СССР Техническая кибернетика*, 6.

В дальнейшем эта проблематика развилась в целое направление в математической статистике и получила название *цензурированные выборки*.

Сейчас – это один из важнейших прикладных разделов математической статистики, в котором работают сотни известных математиков, имеется многочисленная монографическая и журнальная литература.

**Вторая задача** касалась теории *несмещённого оценивания*. В то время, когда вероятностно-статистические методы только начали широко применяться на практике, используемые модели были очень простыми. Как правило, они включали одну или несколько одинаково распределённых случайных величин.

В связи с этим основные усилия математиков были направлены на разработку методов получения *наилучших оценок* параметров основных распределений случайных величин. Под наилучшими понимались *несмещённые оценки с минимальной дисперсией*. Здесь был достигнут большой прогресс и такие оценки (когда они существуют) были найдены (и для случаев цензурированных выборок).

По мере накопления опыта, стали рассматриваться всё более сложные ситуации, когда предметом статистического анализа становились большие системы, модели которых включали много случайных величин. Задача заключалась в том, чтобы оценить показатели эффективности системы в целом на основе статистических данных относительно отдельных элементов. Здесь действовали «по старинке»: для каждой случайной величины (элемента системы) находили наилучшую оценку и подставляли её вместо соответствующего неизвестного параметра вероятностной модели системы. (В современной англоязычной литературе этот метод называется *Plug-In Method*). При этом игнорировался тот факт, что (в случае малых выборок) хорошие свойства отдельных оценок теряются. Это естественно, так как при выборе этих оценок мы стремились, как бы, оптимизировать не систему в целом, а отдельные её элементы. Для получения наилучших оценок для системы в целом необходимо сразу иметь это в виду и не рассматривать изолированно частные задачи оценивания отдельных параметров.

В математической статистике к этому времени были получены фундаментальные результаты С.Р. Рао, А.Н. Колмогорова, Д. Блэкуэлла, однако о практическом их использовании для указанной цели речи не было. Под руководством Хайма Борисовича Кордонского теория несмещённого оценивания впервые в нашей стране (а, быть может, и в мире) была применена для оценивания показателей эффективности сложных систем.

Как сейчас помню тот разговор, после одного возвращения Хайма Борисовича Кордонского из Москвы, немного возбуждённого после командировки и полного энергии: Саша, а как Вы будете оценивать среднее время ожидания, для примера, в однолинейной системе массового обслуживания с пуассоновским входным потоком и экспоненциальном времени обслуживания?

.....

- 1972 г.** Андронов А.М., Кордонский Х.Б., Розенблит П.Я. Применение теории несмещённых оценок в задачах массового обслуживания. *Изв. АН СССР Техническая кибернетика.*
- 1976 г.** Кордонский Х.Б., Розенблит П.Я. О несмещённом оценивании полиномов от моментов. *Теория вероятностей и её применения*, 1.
- 1979 г.** Розенблит П.Я. *Статистическое оценивание характеристик надёжности и эффективности сложных систем.* Зинатне, Рига.
- 1982 г. Ларин М.М. Несмещённые оценки дисперсии и некоторых других характеристик обратного нормального распределения. *Изв. АН СССР Техническая кибернетика.*
- 1989 г. Войнов В.Г., Никулин М.С. *Несмещённые оценки и их применения.* Наука, Москва.

Закачивая рассказ о Хайме Борисовиче Кордонском как учёном и педагоге в области теории вероятностей и, особенно, математической статистике, приведём одну цитату С. Радхакришна Рао из предисловия к его книге *Линейные статистические методы и их применения*, Наука, Москва, 1968 (*Linear statistical inference and its applications*, John Wiley & Sons, New York, 1966): *Я хочу выразить признательность Рональду А. Фишеру и профессору Махаланобису, под влиянием которых я пришёл к оценке математической статистики как нового метода нашего века.*

Этими же словами мы выражаем свою благодарность Хайму Борисовичу Кордонскому.

Необходимо сказать и *о второй стороне деятельности* Хайма Борисовича Кордонского – о его вкладе во внедрении компьютерной техники в Гражданскую авиацию.

В 1963 г. на базе Рижской лаборатории автоматизации полётов, входившей в состав РКИИ ГА, был создан Научно-вычислительный центр ГА. После двух лет неразберихи, в 1965 г. его начальником назначили доцента Л.Ф. Красникова. Он пригласил Хайма Борисовича Кордонского для формирования основных научных направлений НВЦ. В 1971 г. НВЦ ГА был преобразован в ЦНИИ АСУ ГА, возглавил его Г.Т.Кальченко.

Профессор Х. Б. Кордонский почти 35 лет был научным руководителем работ НВЦ ГА и ЦНИИ АСУ ГА по компьютерному составлению Центрального расписания движения самолётов Гражданской авиации – крупнейшей авиакомпания мира в то время.

Некоторые из работ этого периода, получившие международное признание:

- 1969 г. Кордонский Х.Б., Герцбах И.Б., В.Венявцев., Максим М., Линис В.  
Эвристический метод составления авиационного расписания. В сборнике  
*Автоматизация в машиностроении*, АН СССР, Москва.
- 1969 г. Кордонский Х.Б., Линис В. и др. Алгоритмы составления планов движения пассажирских самолетов. В Трудах 4-го Конгресса по автоматическому управлению, Варшава.
- 1970 г. Кордонский Х.Б., Венявцев В. и др. Центральное расписание движения самолетов, как часть управления воздушным движением. В Трудах 1-го Международного симпозиума по управлению движением, Версаль.
1999. Kordonsky Kh.B., Gertsbakh I.B. *Using Entropy Criterion for Job-Shop Scheduling Algorithm*.

Но, конечно, главным результатом были не публикации, а Центральное расписание, по которому летали самолёты Гражданской авиации Расписание, которое впервые в мире составлялось компьютерным способом. Принимая во внимание уровень тогдашней компьютерной техники, приходится только удивляться, как это было возможно: двухадесные вычислительные машины, которые работали непрерывно более суток для составления фрагмента расписания; перфоленты с составленным расписанием; лино типы, печатающие тираж расписания. Оказалось возможным благодаря талантам Хайма Борисовича Кордонского и самоотверженности молодого коллектива, верившего в него: Валерия Венявцева, Ильи Герцбаха, Миши Максима, Юрия Парамонова и многих других.

Пуа Gertsbakh пишет во вступительной статье сборника трудов конференции 1999 г. *Aviation Reliability-99*, посвящённой 80-летию Хайма Борисовича Кордонского:

*Together with Yu.Paramonov, V.Venyavcev, M.Maksim and V.Linis, I worked on this project during seven years, which were probably the most productive and most interesting in my whole life. Now I realize that we all were extremely lucky to work under the guidance of a brilliant scientist and an outstanding personality of Khaim Borisovich.*

*The scheduling project was a very difficult and complex task. Nobody from the high management in the Ministry had even a slightest idea how to approach it and what is meant under the title "Computerized Scheduling". On top of that, the computers in those days were extremely primitive. "Ural-4" which occupied the whole floor of an old church, has less power than today's pocket calculator. Even having modern computer power, one should be a man of an outstanding intellectual courage to accept the challenge to be the head of such project.*

*From prof. Kordonsky we learner important things, and for all life. The first lesson was: before you start doing the computerized schedule, be able to do it manually. This was a clever advice because only after a year of intensive contacts with practitioners, we started to understand what the scheduling is about, what is essential and what is secondary.*

*Prof. Kordonsky never was a "boss" who issued order and instructions. He created a stimulating atmosphere of intensive exchange of opinions and discussions, sometimes heated, but always efficient. He was open to any suggestion and critical remark. In spite of this tremendous scientific authority, nobody was afraid of asking questions or of insisting on this opinion. I am convinced that a truly democratic in our group was the key factor for the success of the project.*

В последние годы пребывания в Латвии Хайм Борисович Кордонский увлекся применением вероятностно-статистических методов в медицине, в частности, при диагностике работы сердца. За полученные здесь результаты в 1985г. ему была присуждена Государственная премия Латвии.

Последние работы Хайма Борисовича Кордонского посвящены теории исчисления времени деградации систем, наработка которых измеряется в различных шкалах (календарном времени, числе циклов, часах наработки в разных режимах и т.п.). Большинство из этих работ опубликовано в ведущих зарубежных научных журналах:

- 1993. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh. Choice of the Best Time Scale for Reliability Analysis. *Europ. J. Operat. Res.*, **65**.
- 1994. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh. Best Time Scale for Age Replacement. *Inter. J. of Reliab., Quality and Safety Engineering*, **1**.
- 1995. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh. System State Monitoring and Lifetime Scales. I, II. *Reliab. Engineering and System Safety*, **47**, **49**.
- 1997. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh.. Multiple Time Scales and the Lifetime Coefficient of Variation: Engineering Applications. *Lifetime Data Analysis*, **3**.
- 1997. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh. Fatigue Crack Monitoring on Parallel Time Scales. *Proceedings of ESREL 97, Lisbon, June 17-20, 1997*, **2**.
- 1997. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh. Optimal Preventive Maintenance in Heterogeneous Environment. *Europ. J. Operat. Res.*, **98**.
- 1998. Kh.Kordonsky and I.Gertsbakh. Parallel Time Scales and Two-Dimensional Manufacturer and Individual Customer Warranties. *IIE Transactions*, **30**.

Ученики Хайма Борисовича Кордонского в настоящее время работают во многих странах – от Канады до Австралии. Но, конечно, большинство из них – в Латвии. Это – члены-корреспонденты Латвийской Академии наук Н.Салиниекс и Я. Рудзитис, профессора РТУ Ю. Парамонов, А.Андронов, Ю.Мартынов и др.

Общее число подготовленных докторов и кандидатов наук превышает 50 человек.



ISSN 1932-2321

© RELIABILITY: THEORY & APPLICATIONS, San Diego, 2007

<http://www.gnedenko-forum.org/Journal/index.htm>